

# XII POLYGON MATEMATYCZNY

## OPTYMALIZACJA - PLANIMETRIA

STYCZEŃ 2020

### ZADANIE 1

Oblicz jakie długości powinny mieć boki prostokąta o polu równym  $S$ , aby jego przekątna miała najmniejszą możliwą długość. Oblicz długość tej przekątnej.

### ZADANIE 2

Dany jest okrąg o środku  $S$  i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku  $S_1$  i promieniu  $x$  oraz drugi o środku  $S_2$  i promieniu  $2x$ , o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku  $S$  i promieniu 18;
- punkty:  $S, S_1, S_2$  nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach  $a, b, c$  można obliczyć ze wzoru Herona

$$P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

gdzie  $p$  – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta  $SS_1S_2$  jako funkcję zmiennej  $x$ . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.

### ZADANIE 3

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy  $a$  i wysokości trapezu jest równa 2.

- Wyznacz wszystkie wartości  $a$ , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- Wykaż, że obwód  $L$  takiego trapezu, jako funkcja długości  $a$  dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem  $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$
- Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

### ZADANIE 4

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramienne, którego przekątna ma długość 6 dm. Oblicz, jakie jest największe możliwe pole powierzchni tego okna.

### ZADANIE 5

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.