Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

POZIOM ROZSZERZONY

27 lutego 2021

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\cos 1950^\circ$ jest równa

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Jacek wykonał rzut trzema sześciennymi kostkami do gry i otrzymał sumę oczek mniejszą niż 5. Prawdopodobieństwo, że Jacek wyrzucił przynajmniej jedną dwójkę jest równe

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{16}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Granica jednostronna $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{x^2-3x-7}{x-3}$

A) jest liczbą rzeczywistą B) jest równa $+\infty$ C) nie istnieje D) jest równa $-\infty$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Po przekształceniu wyrażenia algebraicznego $\left(x+y\sqrt{2}\right)^6$ do postaci

$$ax^6+bx^5y+cx^4y^2+dx^3y^3+ex^2y^4+fxy^5+gy^6$$

współczynnik b jest równy

A) $6\sqrt{2}$ B) 6 C) $3\sqrt{2}$ D) 12

Zadanie 5 (2 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^6 + 4x - 3$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f, która jest równoległa do prostej $y = -2x + 3$.

ZADANIE 6 (3 PKT)

Przez wierzchołek kąta prostego trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 8 i 15 poprowadzono prostą, która dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty o równych obwodach. Znajdź stosunek promieni okręgów wpisanych w otrzymane z podziału trójkąty.

ZADANIE 7 (3 PKT)

W kwadrat o boku a wpisujemy okrąg. W ten okrąg wpisujemy kwadrat, w który wpisujemy okrąg itd. W ten sposób powstanie nieskończony ciąg kwadratów. Oblicz sumę obwodów wszystkich tych kwadratów.

Zadanie 8 (3 pkt)

Liczby dodatnie a i b spełniają równość $a^2+4a=9b^2+12b$. Wykaż, że $a=3b$.

ZADANIE 9 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $(\sin x) \cdot \left[\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = \frac{1}{2}\cos x$.

Zadanie 10 (4 pkt)

Z urny zawierającej 7 kul białych i 3 kule czarne wylosowano bez zwracania 4 kule. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że stosunek liczby kul czarnych do liczby kul białych w urnie uległ zwiększeniu?

ZADANIE 11 (4 PKT)

W prostokącie $ABCD$, w którym $|AB| = 5$, $|AD| = \sqrt{11}$, na przekątnej AC wybrano taki punkt E, że $|AE| : |EC| = 4 : 2$. Oblicz sinus kąta EBC.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Okrąg jest styczny do osi układu współrzędnych w punktach $A = (0,2)$ i $B = (-2,0)$ oraz jest styczny do prostej l w punkcie $C = (-1, a)$, gdzie $a > 1$. Wyznacz równanie prostej l.

ZADANIE 13 (5 PKT)

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym poprowadzono płaszczyznę p wyznaczoną przez wysokość dolnej podstawy i ten z wierzchołków górnej podstawy, że płaszczyzna p z płaszczyzną podstawy graniastosłupa tworzy kąt ostry α taki, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Pole przekroju graniastosłupa wyznaczonego przez płaszczyznę p jest równe S. Oblicz objętość graniastosłupa.

ZADANIE 14 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m^2 - m)x^2 - x + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $\frac{1}{x_1+x_2} \leqslant \frac{m}{6} \leqslant \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Zadanie 15 (7 pkt)

Betonowy kanał wodny ma mieć przekrój w kształcie trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 2 m. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby przez kanał mogło przepłynąć jak najwięcej wody, czyli aby pole powierzchni przekroju kanału było największe. Oblicz to pole przekroju.