

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

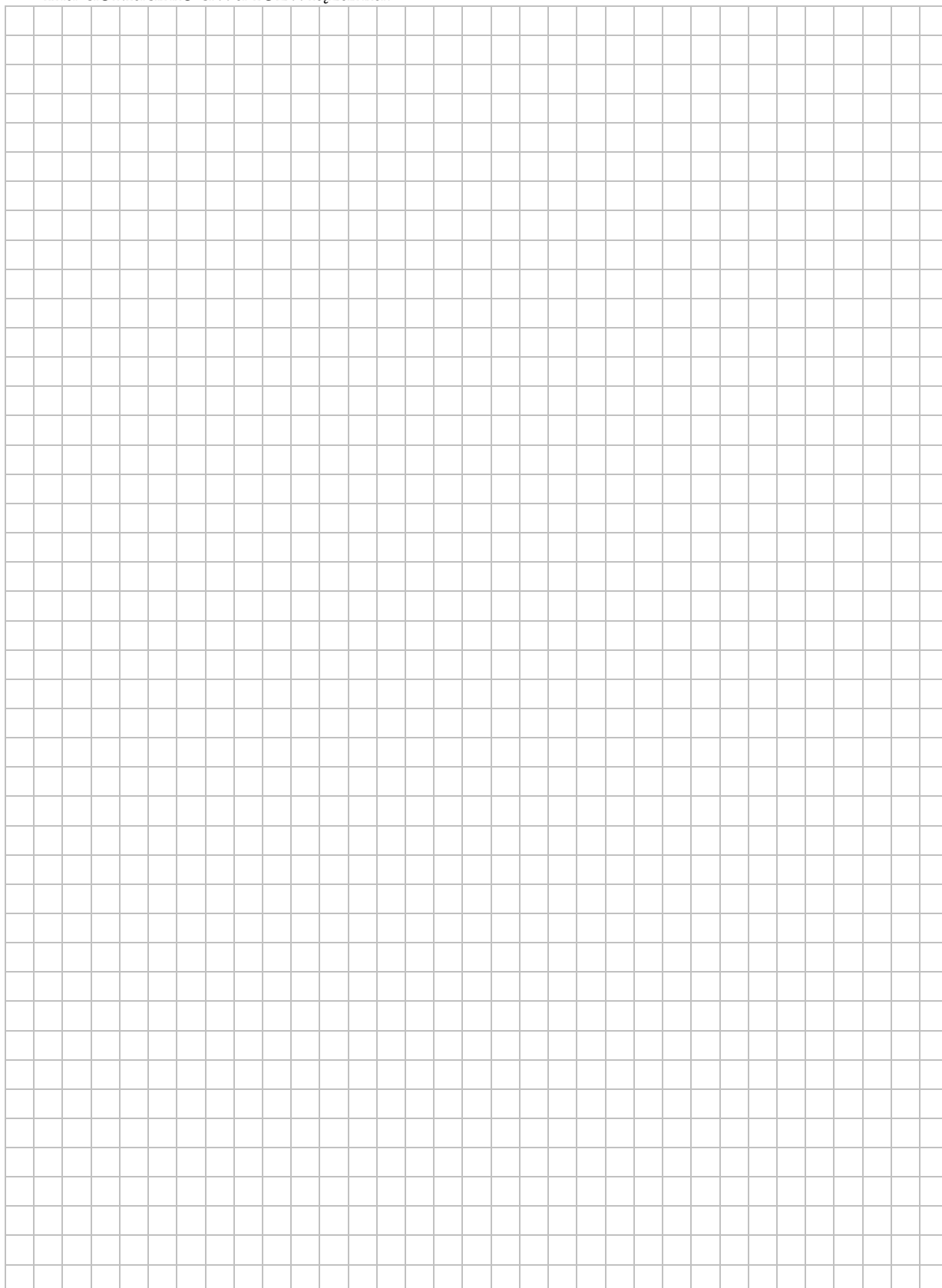
POZIOM ROZSZERZONY

1 MAJA 2010

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (5 PKT.)

- a) Narysuj wykresy funkcji $y = ||x + 3| - 2|$ oraz $y = -|x + 1|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.
- b) Wyznacz te wartości parametru m , dla których równanie $||x + 3| - 2| + |x + 1| = m$ ma dokładnie dwa rozwiązania.





ZADANIE 2 (5 PKT.)

Wyznacz środek okręgu wpisanego w trójkąt, którego boki zawierają się w prostych o równaniach $y = -x - 13$, $y = 7x - 5$ oraz $y = x + 19$.



ZADANIE 3 (4 PKT.)

Dwa przeciwległe boki czworokąta wpisanego w okrąg mają równe długości. Wykaż, że czworokąt ten jest trapezem.



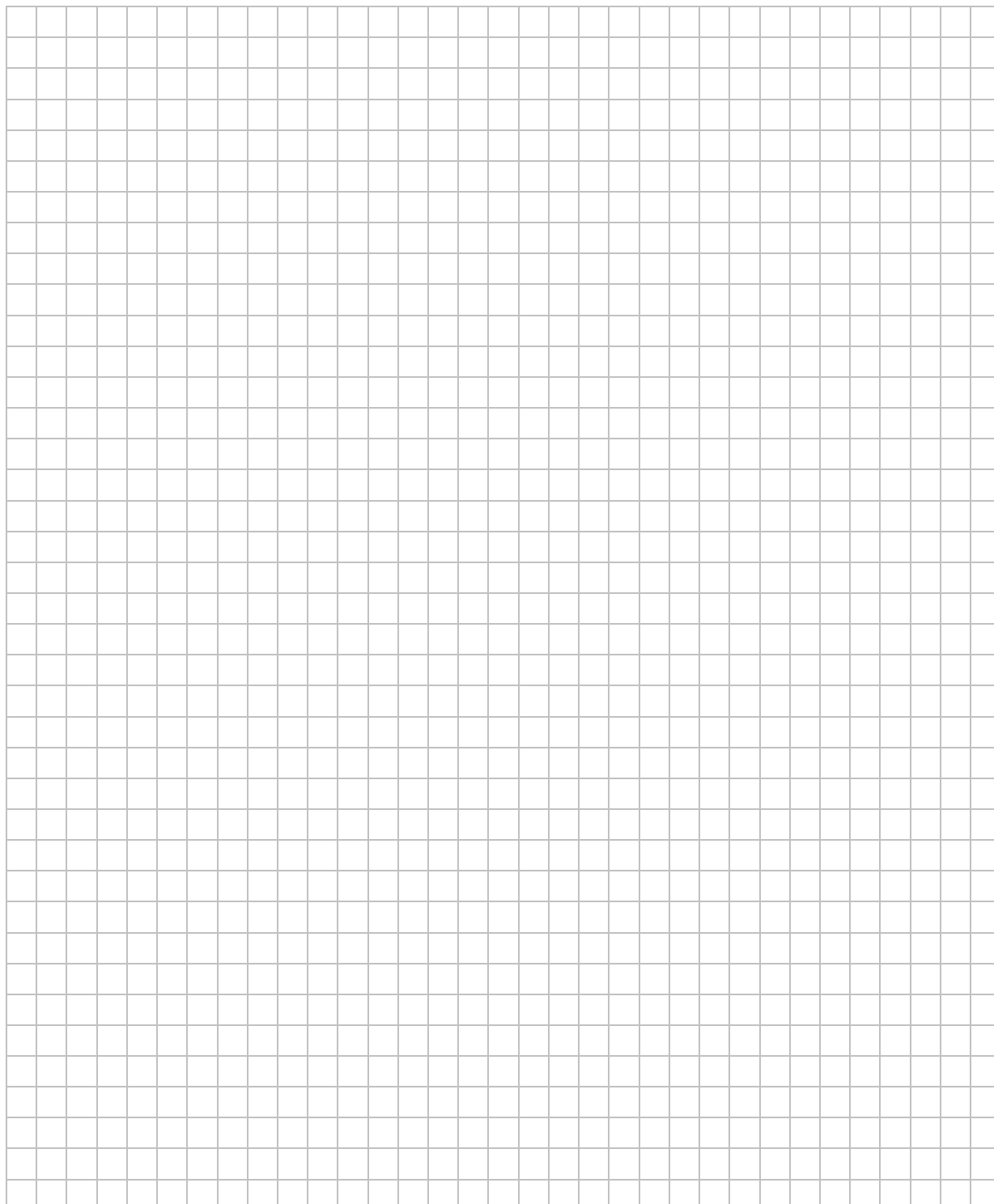
ZADANIE 4 (5 PKT.)

Korzystając ze wzoru

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2},$$

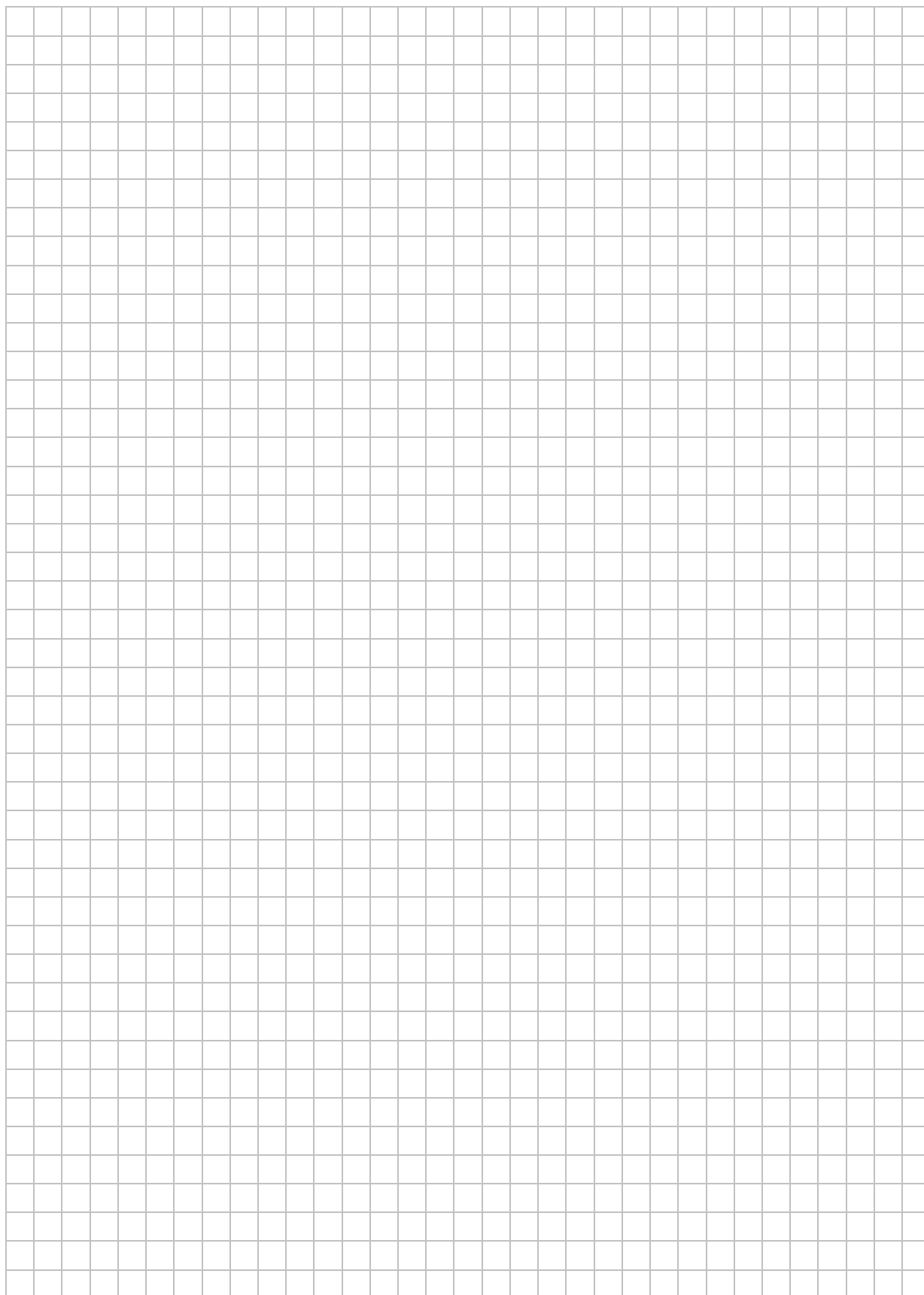
który jest prawdziwy dla dowolnej liczby naturalnej n i dowolnej liczby $x \neq 1$, wykaż, że

$$\log_5 \left(\frac{5^{2 \cdot 7} \cdot 5^{4 \cdot 7^3} \cdot 5^{6 \cdot 7^5} \cdot 5^{8 \cdot 7^7}}{5 \cdot 5^{3 \cdot 7^2} \cdot 5^{5 \cdot 7^4} \cdot 5^{7 \cdot 7^6}} \right) = \frac{8 \cdot 7^9 + 9 \cdot 7^8 - 1}{64}.$$



ZADANIE 5 (5 PKT.)

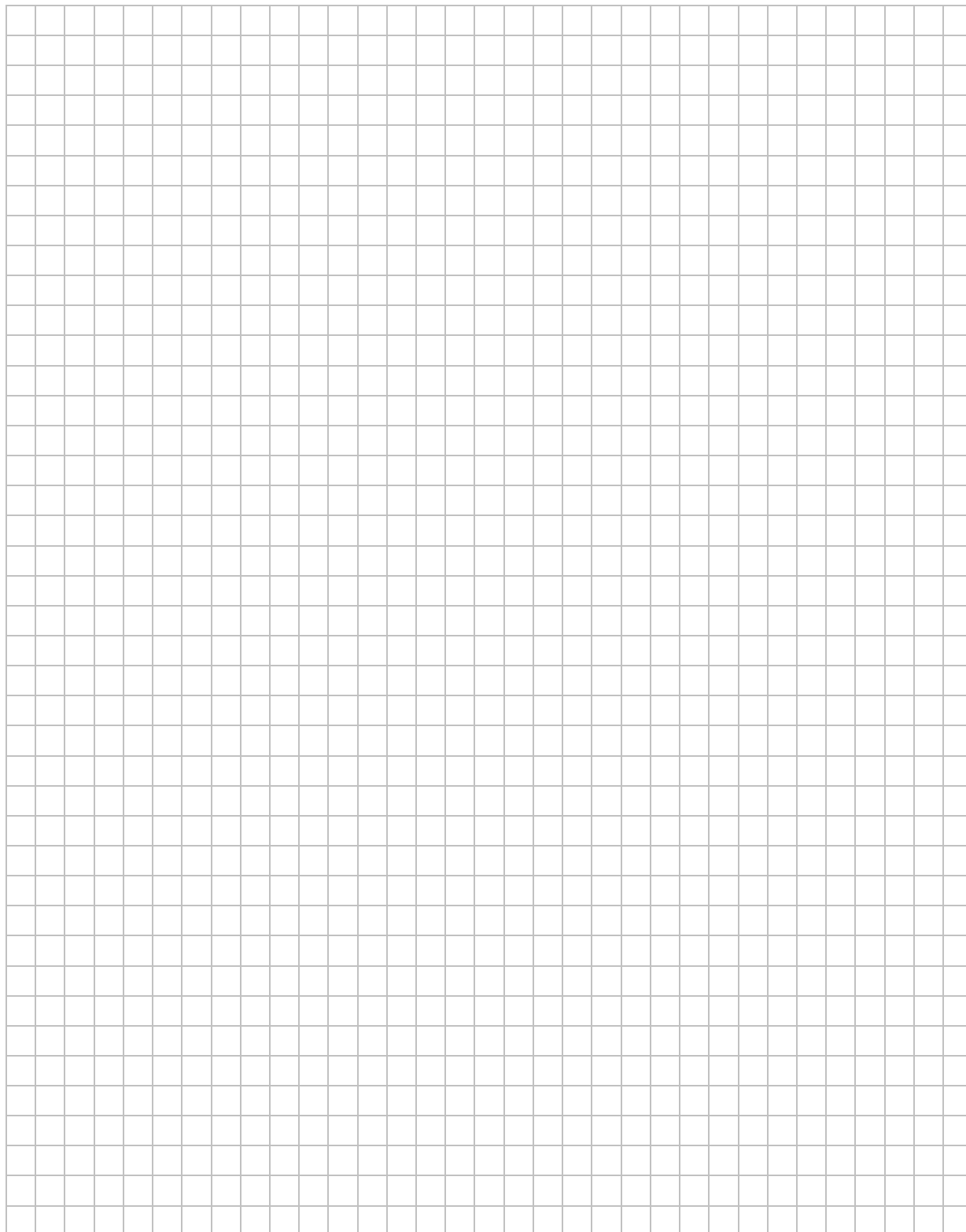
Kwadrat o wierzchołkach $A = (1,2), B = (4,1), C = (5,4), D = (2,5)$ przekształcono w jednokładności o skali ujemnej i trzymano kwadrat o wierzchołkach $K = (2,1), L = (8,-1), M = (10,5), N = (4,7)$. Wyznacz środek i skalę tej jednokładności.



ZADANIE 6 (6 PKT.)

Długości boków trójkąta są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego o ilorazie q , a cosinus jednego z jego kątów jest równy $-\frac{q}{4}$.

- a) Wyznacz q .
- b) Wiedząc, że promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość $2\sqrt{2}$, oblicz pole tego trójkąta.



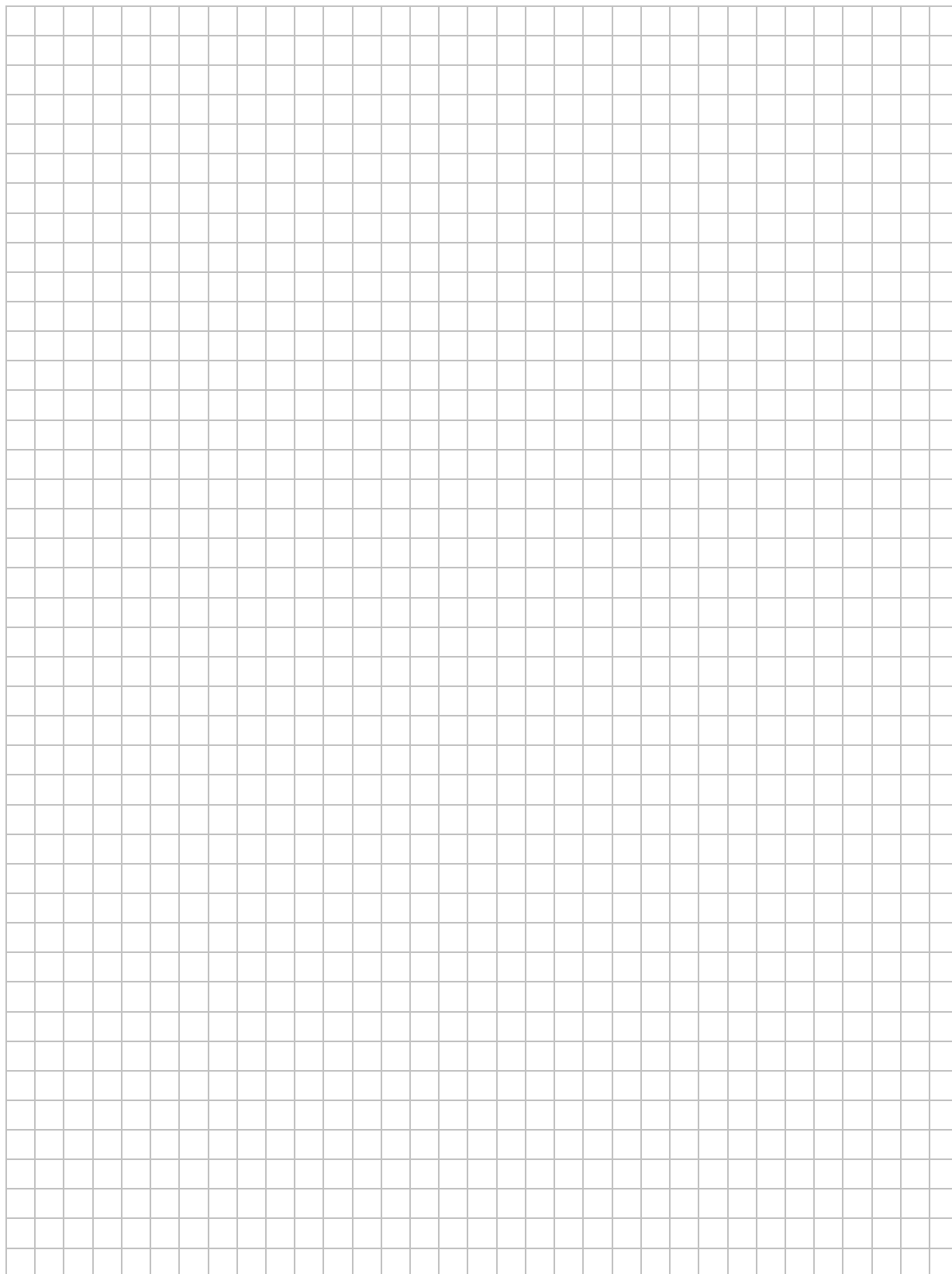


ZADANIE 7 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

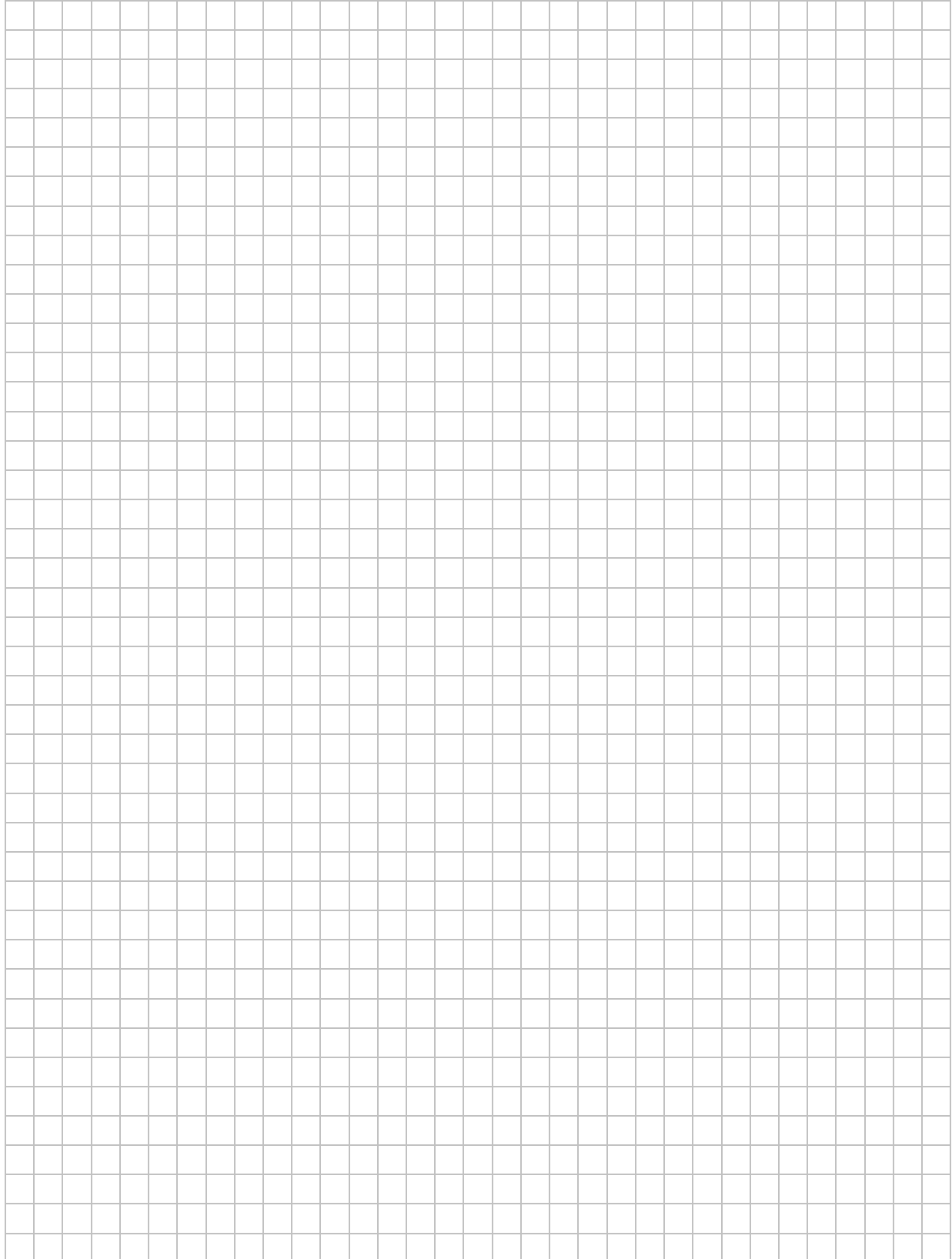
$$(x^2 + 3mx + 1)(x^2 + 2x + m) = 0$$

ma cztery różne pierwiastki, których suma sześcianów jest równa 4.



ZADANIE 8 (6 PKT.)

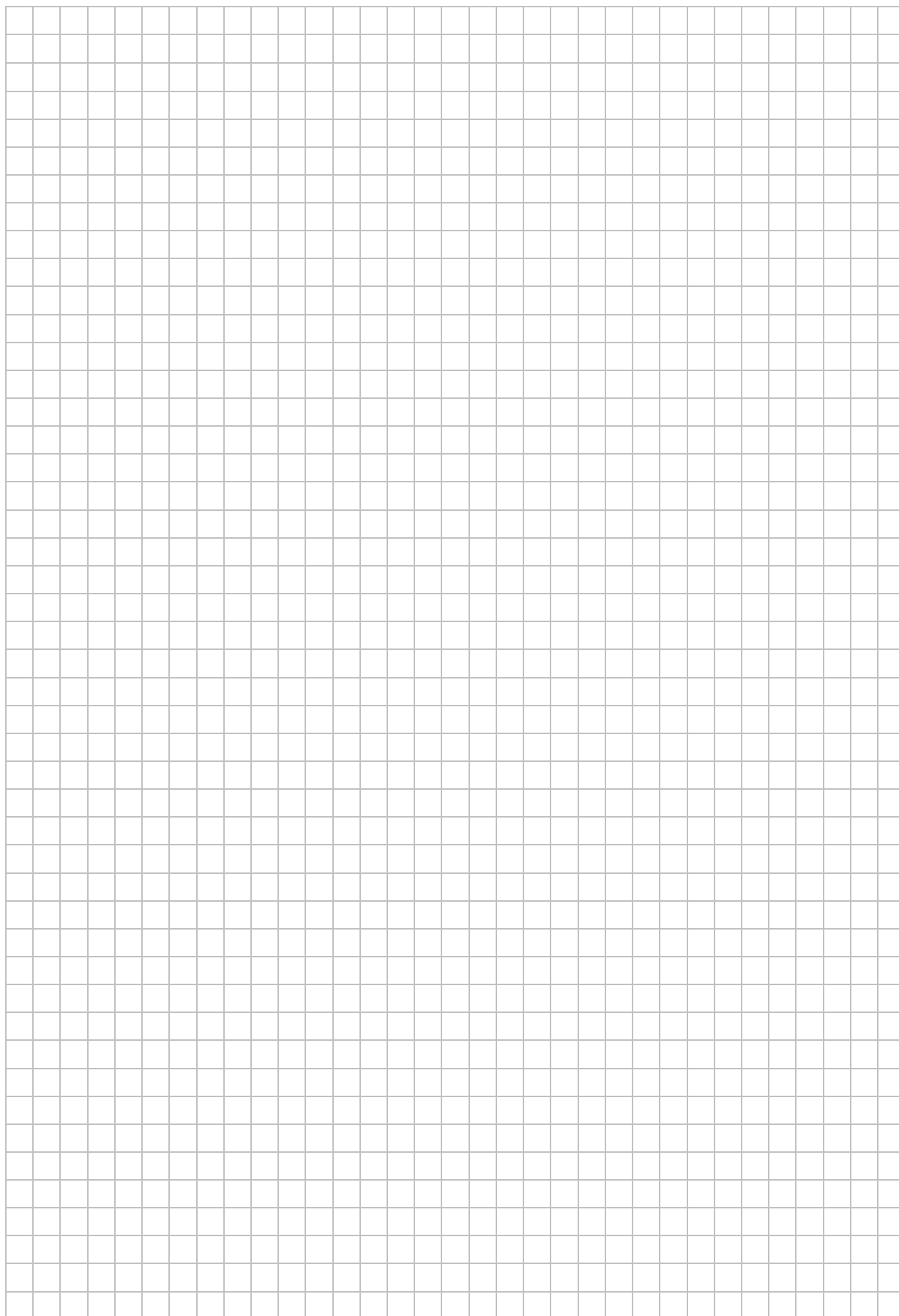
W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisujemy graniastosłup prawidłowe czworokątne w ten sposób, że dolna podstawa graniastosłupa zawiera się podstawie ostrosłupa, a każdy z wierzchołków górnej podstawy należy do jednej z krawędzi bocznych ostrosłupa. Wiedząc, że każda z krawędzi ostrosłupa ma długość 6, oblicz jaka jest maksymalna możliwa powierzchnia boczna graniastosłupa.





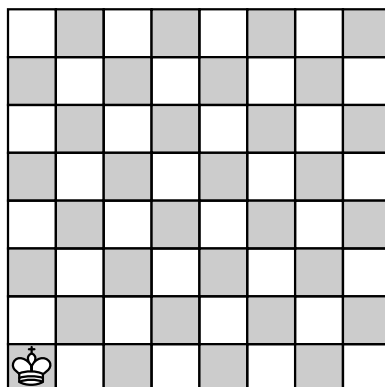
ZADANIE 9 (5 PKT.)

Rozwiąż nierówność $|2 \cos 4x| > 1$.



ZADANIE 10 (4 PKT.)

Umieszczamy króla szachowego w lewym dolnym rogu 64-polowej szachownicy, a następnie siedem razy przesuwamy go losowo w górę lub w prawo (za każdym razem na nowo losujemy kierunek przesunięcia).



Zakładając, że wylosowanie każdego kierunku jest jednakowo prawdopodobne, oblicz prawdopodobieństwo, że na końcu król nie znajdzie się w rogu szachownicy.

