

Kod ucznia.....



Nazwisko i imię



MATEMATYKA –poziom rozszerzony

MAJ 2019

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 15 stron (zadania 1-15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola  do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj **tylko długopisu lub pióra** z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - **zgodnie z ustaleniami szkolnymi**).
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Klasa 2Czas pracy:
180 minut*Życzymy powodzenia!*Liczba punktów
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (1pkt)

Dany jest ciąg geometryczny nieskończony $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2), \frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}, \dots$

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. $\frac{3(\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3}-1}$ B. $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}{2}$ C. nie jest to ciąg zbieżny D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Zadanie 2. (1pkt)

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n-1}{(2n+5)(3n+7)}$ jest równa

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 0

Zadanie 3. (1pkt)

Równanie $|x^2 - 6x| = m$ o niewiadomej x ma cztery rozwiązania dla m :

- A. $m \in (-9, 0)$ B. $m \in \langle 0, 9 \rangle$ C. $m \in (0, 9)$ D. $m \in (0, \infty)$

Zadanie 4. (1pkt)

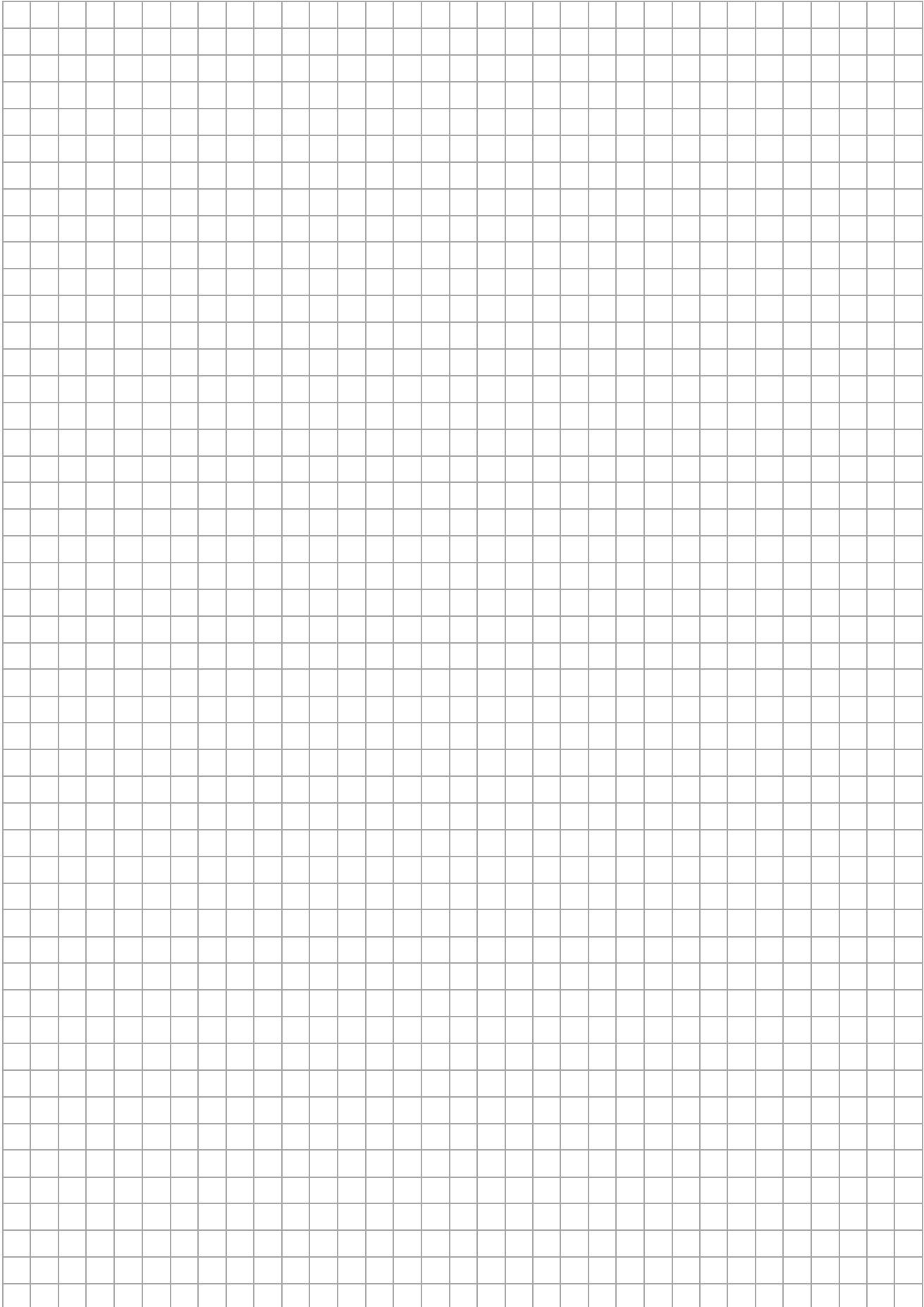
Zbiór $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$ opisuje nierówność

- A. $|x-2| < 3$ B. $|x+2| \geq 3$ C. $|x+1| \geq 4$ D. $|x-1| > 4$

Zadanie 5. (1pkt)

Wartość wyrażenia $\sin 75^\circ - \cos 75^\circ$ jest równa :

- A. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 0

BRUDNOPIS

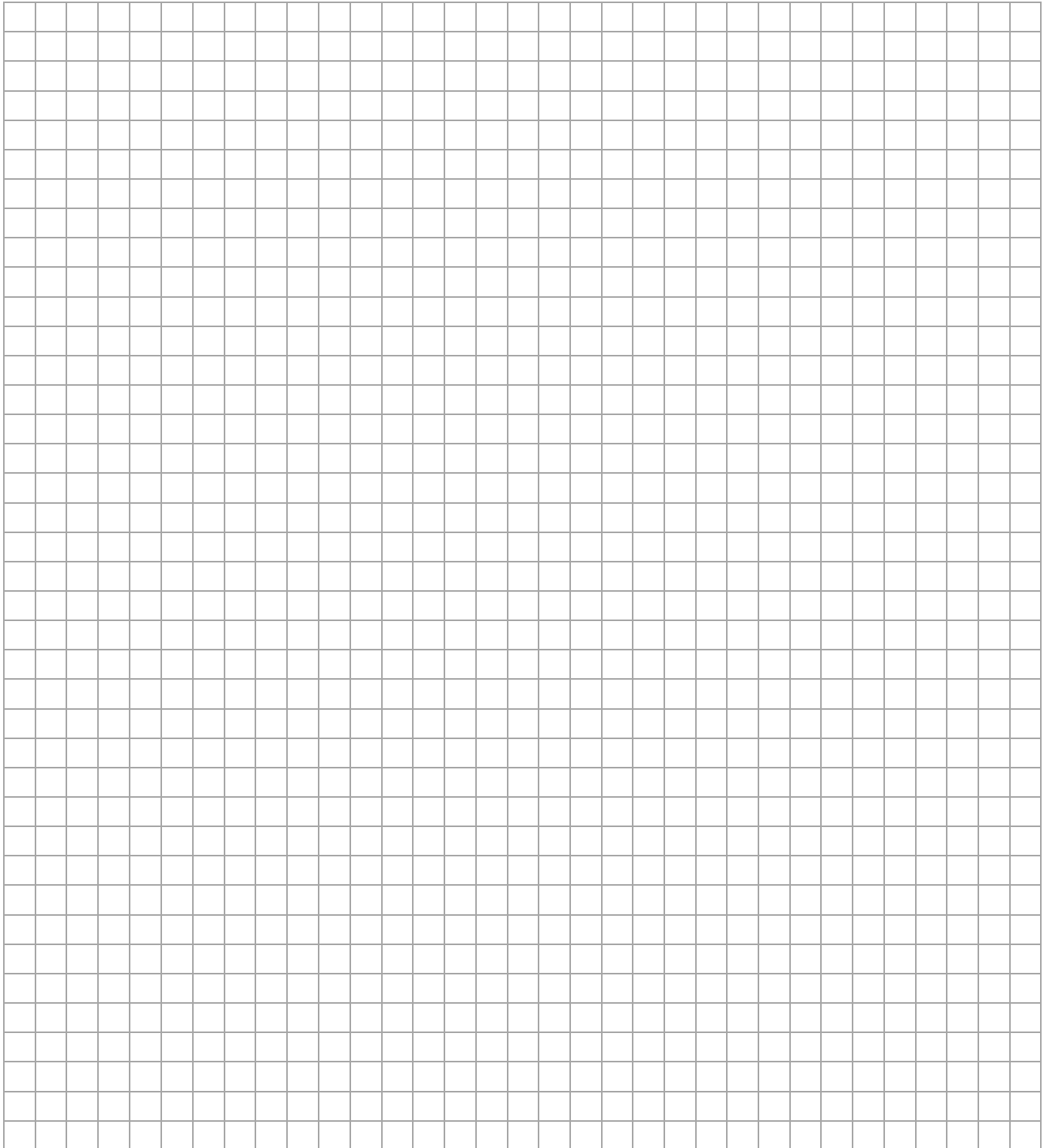
W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (2pkt)

Dla jakich wartości parametru k reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = k^2x^{30} - 60x^{20} - 12k - 2$ przez dwumian $x - 1$ jest równa 2?

Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności sumy sześciánów otrzymanych wyników.

setki	dziesiątki	jedności

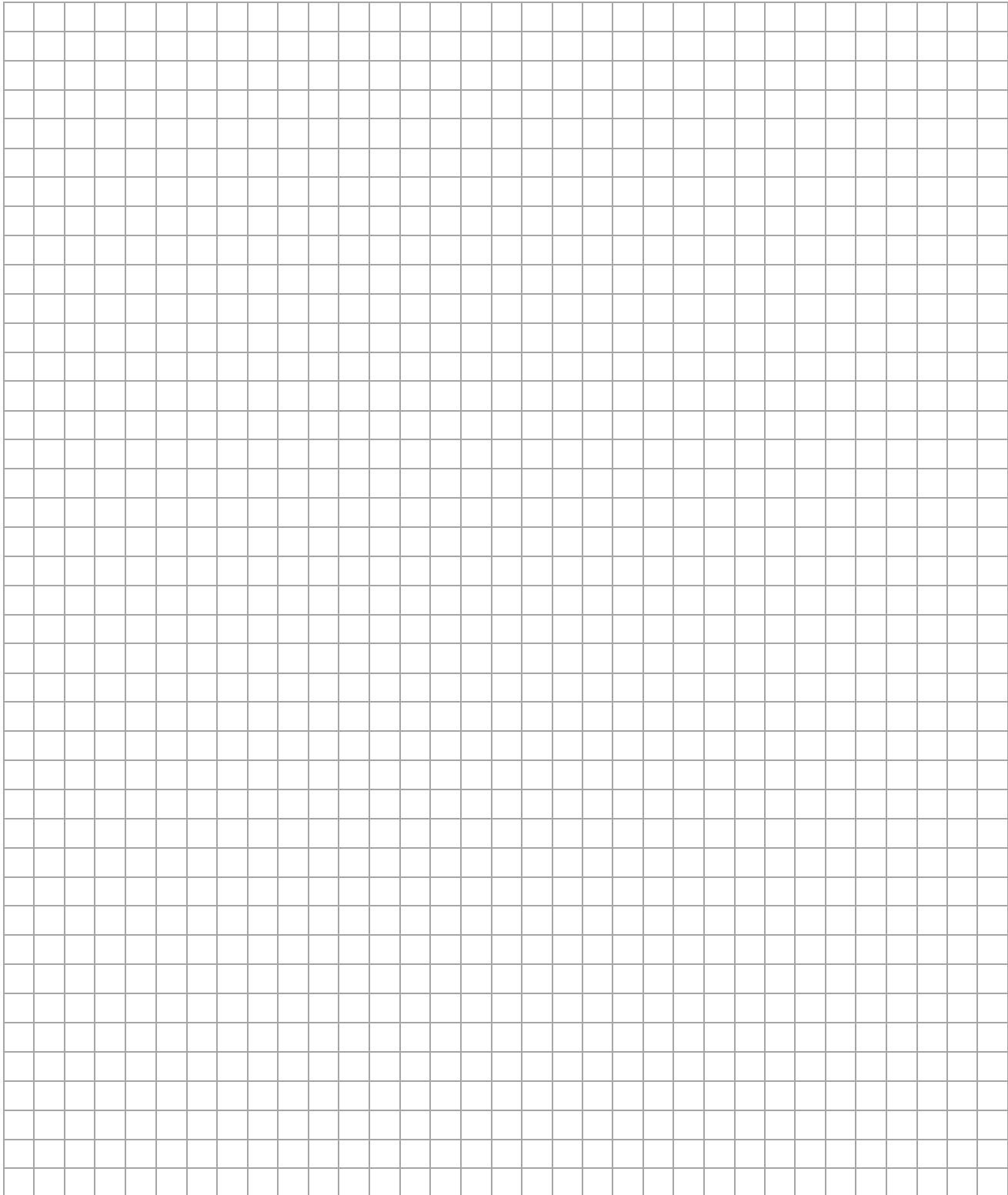


Rozwiązania zadań od 7 do 15 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (4pkt)

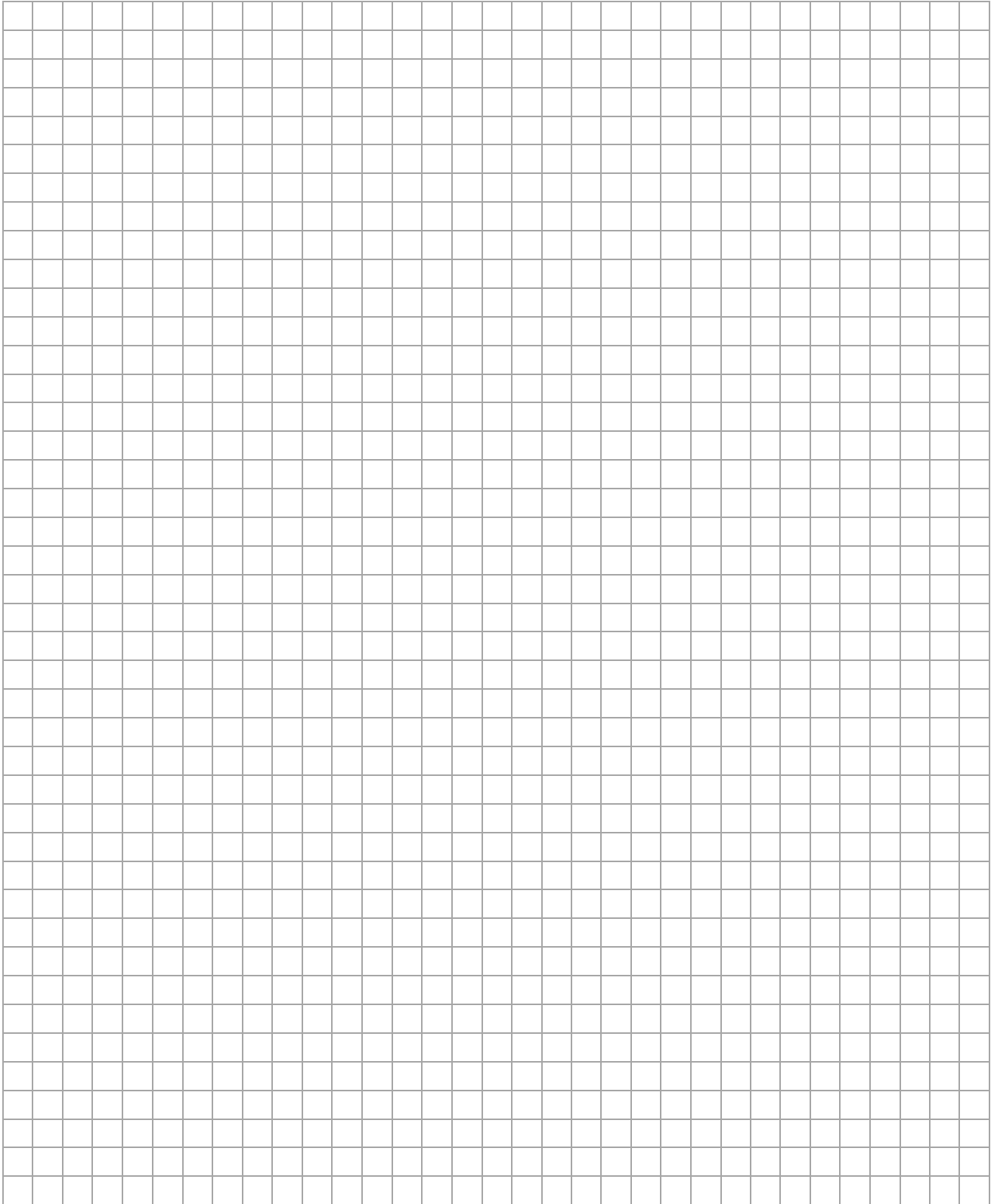
Dla jakich wartości parametru k suma kwadratów pierwiastków równania

$$x^2 + (k - 3)x + k - 5 = 0 \quad \text{jest najmniejsza?}$$



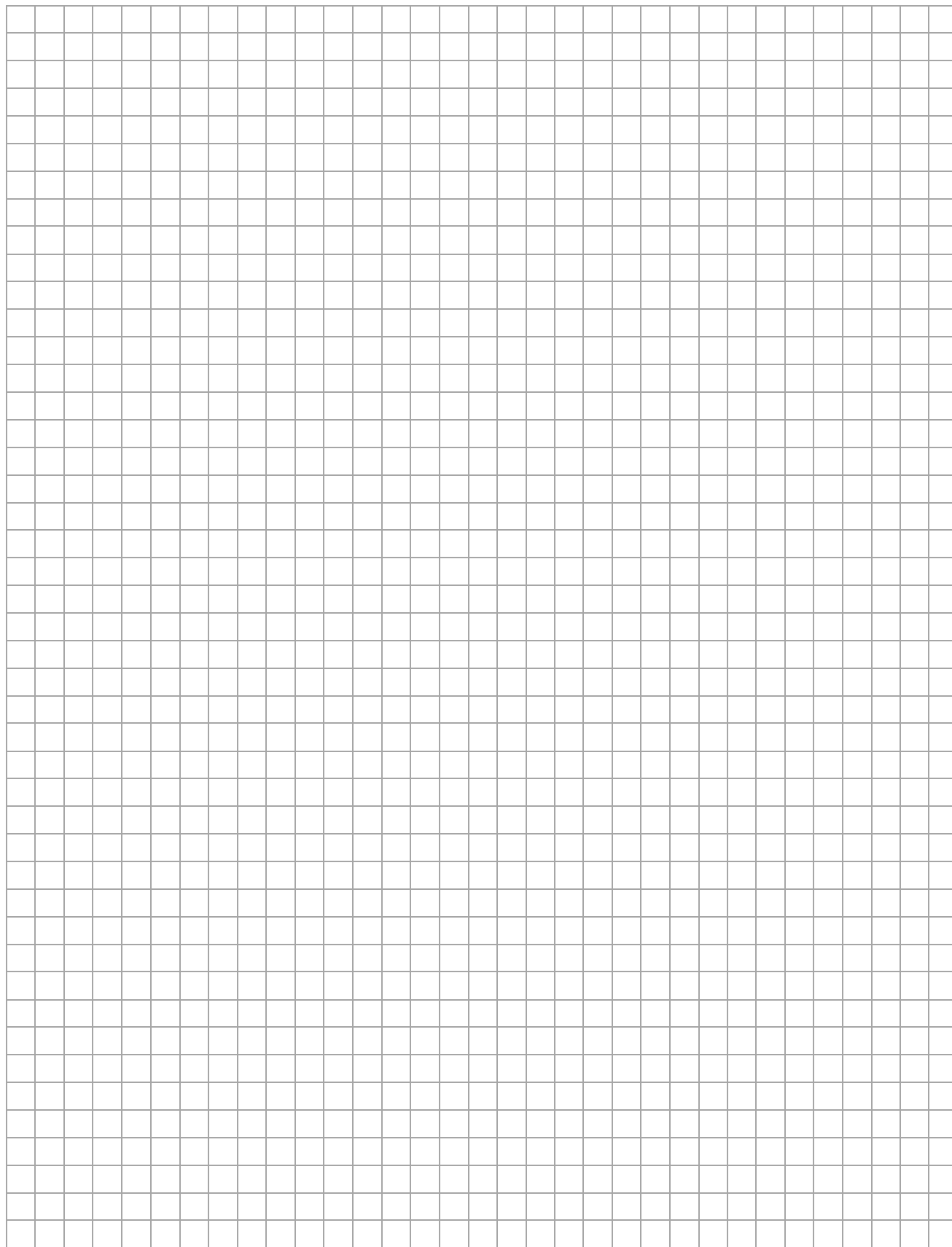
Zadanie 8. (5pkt).

Rozwiąż nierówność $|x^3 - 1| < x^2 + x + 1$



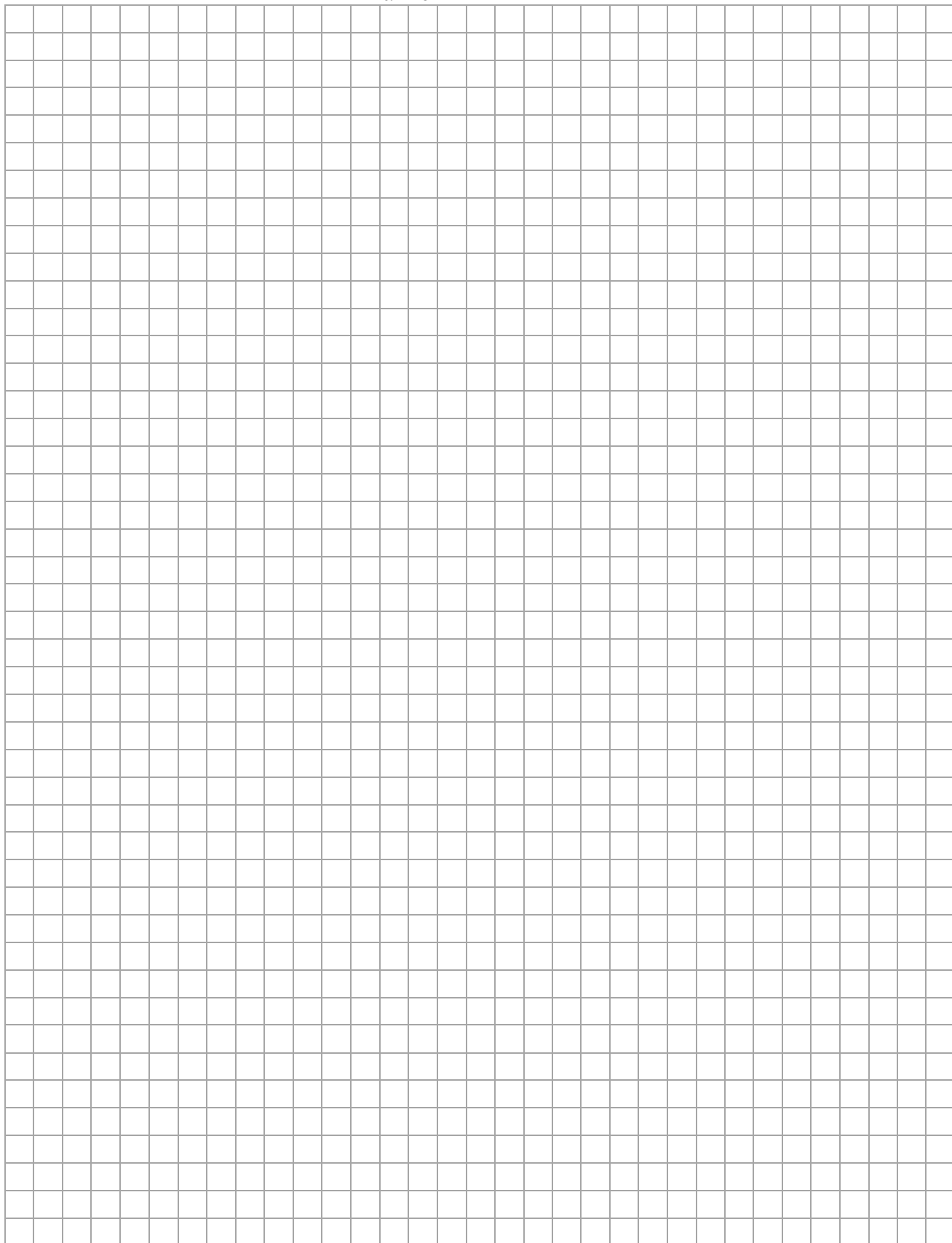
Zadanie 9. (5pkt).

Trzy liczby tworzą rosnący ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 28. Liczby te są jednocześnie 1, 2 i 4 wyrazem ciągu arytmetycznego. Jakie to liczby?



Zadanie 10. (3pkt)

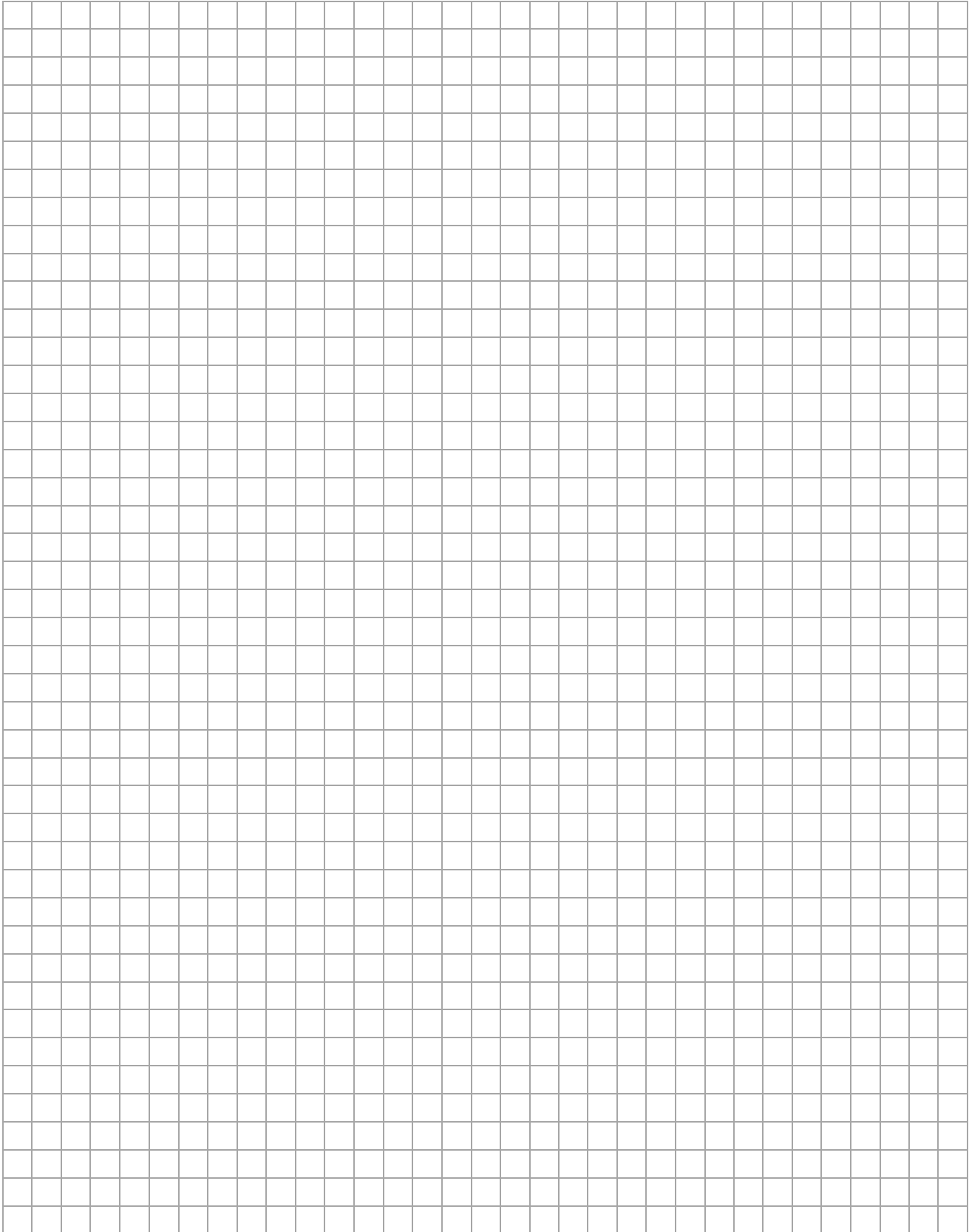
Wykaż, że jeżeli $a, b > 0$ to $\sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.



Zadanie 11. (7pkt)

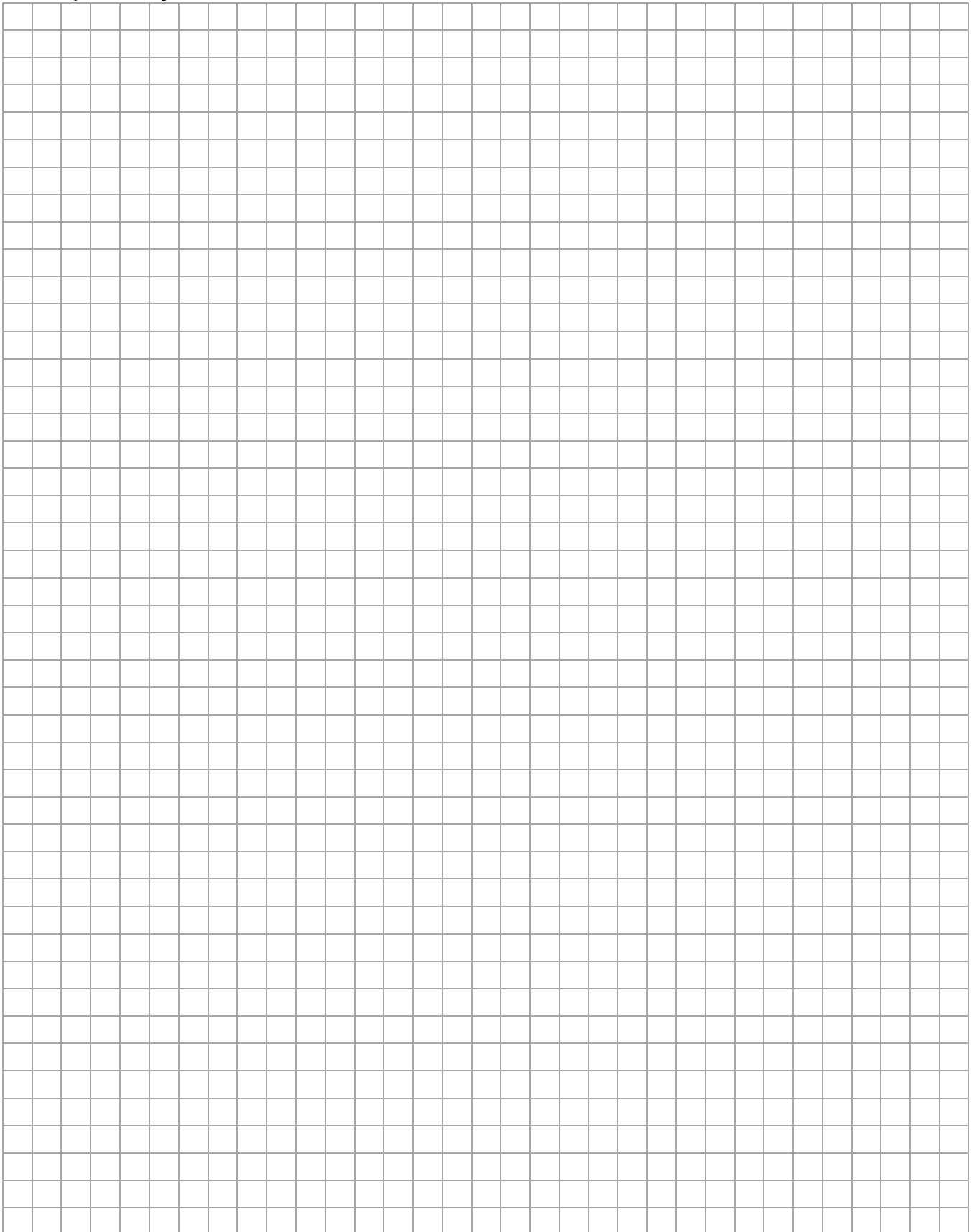
Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji $f(x) = 1 + \frac{x+2}{x+4} + \left(\frac{x+2}{x+4}\right)^2 + \dots$

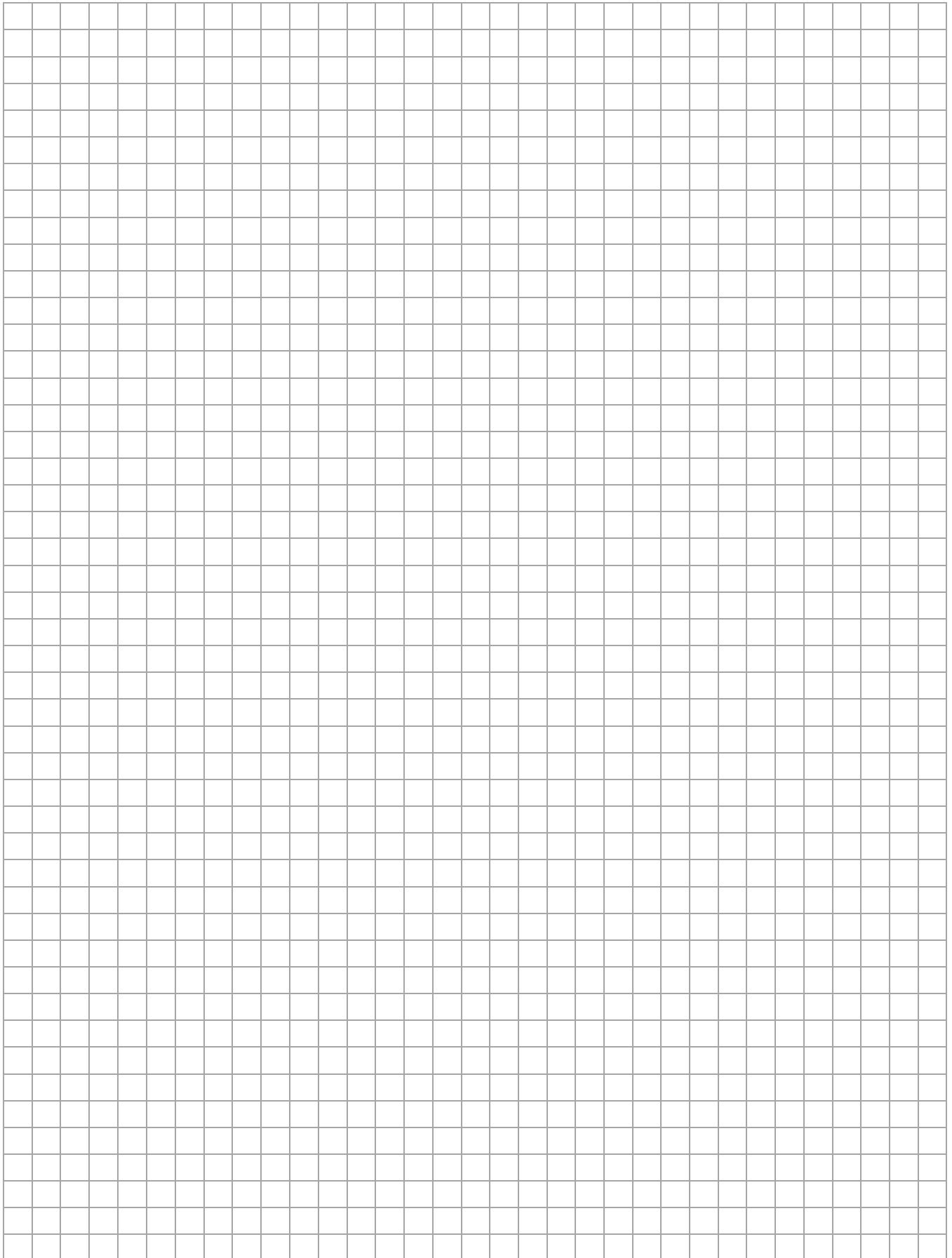
Naszkiuj wykres funkcji $f(x)$.



Zadanie 12. (3pkt)

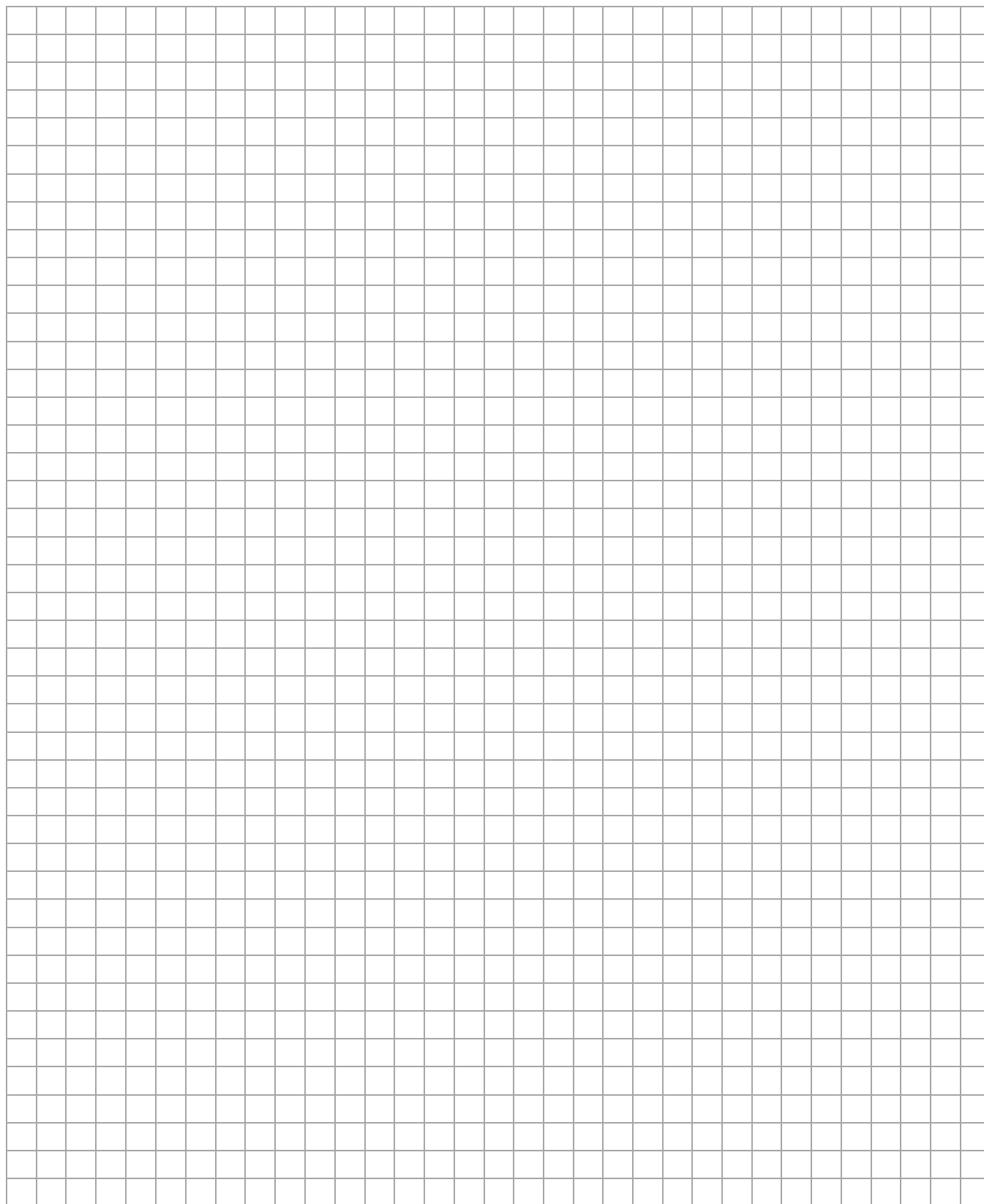
Wykaż, że środki podstaw trapezu oraz punkt przecięcia jego przekątnych są punktami współliniowymi.



Zadanie 13. (6pkt)Rozwiąż równanie $\sin x + \sin 2x = \sin 3x$ w przedziale $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$,

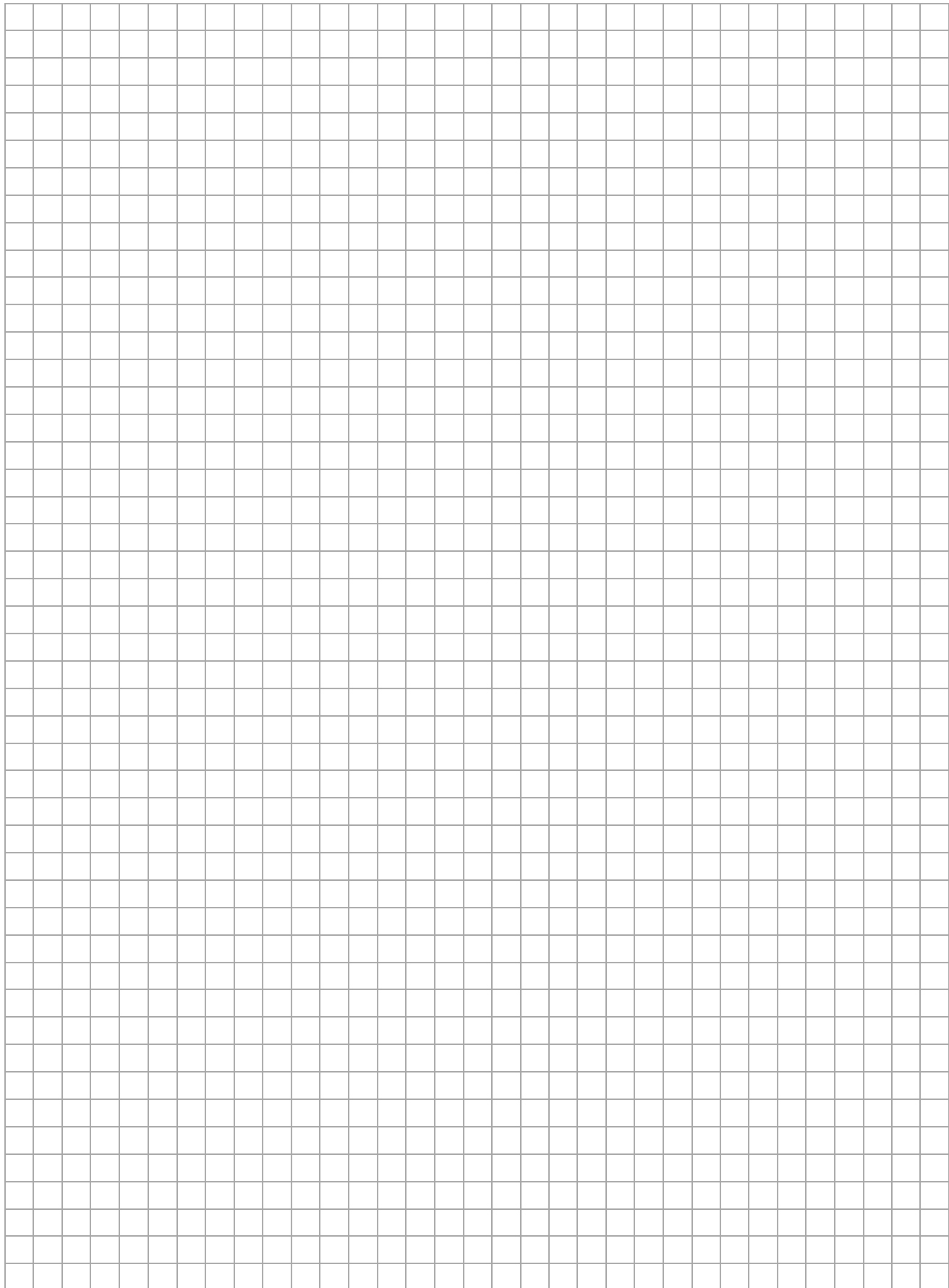
Zadanie 14. (5pkt)

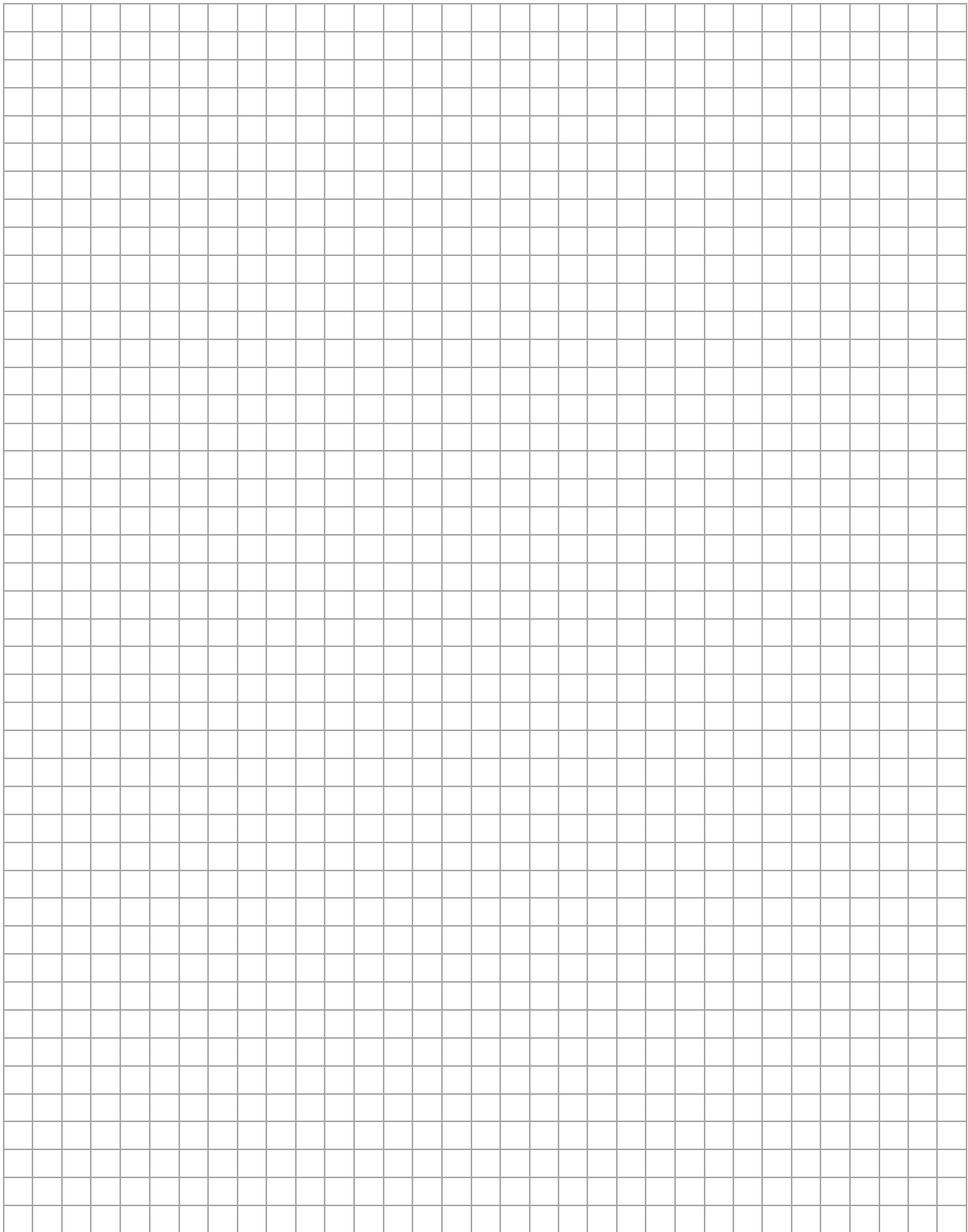
W trapezie opisanym na okręgu ramiona mają długości 6, 10. Odcinek łączący środki tych boków dzieli trapez na dwie części, których pola pozostają w stosunku 5 : 11. Wyznacz długości podstaw tego trapezu.



Zadanie 15. (5pkt)

W romb o boku 8 i kącie ostrym 60° wpisano okrąg. Wyznacz pole prostokąta, którego wierzchołki leżą w punktach styczności okręgu z bokami rombu.



BRUDNOPIS

WYPEŁNIA PISZĄCY

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów
zadania zamknięte**

--	--

WYPEŁNIA SPRAWDZAJACY

Nr zadania	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6	7
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		

**Suma punktów
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów
razem**

--	--