

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

18 KWIETNIA 2015

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

**Zadania zamknięte****ZADANIE 1 (1 PKT)**

Wielomian  $W(x) = x^4 + ax^3 + ax^2 + bx - 5$  jest podzielny przez wielomian  $x^2 - 1$ . Wynika stąd, że

- A)  $a + b = 0$                       B)  $a = b$                       C)  $a + 2b = 4$                       D)  $b = 2a$

**ZADANIE 2 (1 PKT)**

Liczba  $\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt{3} \cdot \log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{2}$  jest równa

- A)  $\frac{4}{9}$                       B)  $\frac{9}{4}$                       C)  $(\log_2 3)^2$                       D)  $(\log_3 2)^2$

**ZADANIE 3 (1 PKT)**

Funkcja  $f(x) = -4x^3 - ax + 3x + 4$  jest funkcją malejącą jeżeli

- A)  $a \geq 3$                       B)  $a \leq 3$                       C)  $a \in \langle -3, 3 \rangle$                       D)  $a \in \langle -4, -3 \rangle$

**ZADANIE 4 (1 PKT)**

Wyrażenie  $\cos x - \cos 3x$  jest równe

- A)  $4 \sin^2 x \cos x$                       B)  $1 - \cos 4x$                       C)  $-2 \sin 2x \sin x$                       D)  $2 \cos 2x \cos x$

**ZADANIE 5 (1 PKT)**

Funkcja  $f$  jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $f(x) = 2^{x+3} - 2$ . Prosta  $l$  ma równanie  $y = -2, 1$ . Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji  $f$  i prosta  $l$ ?

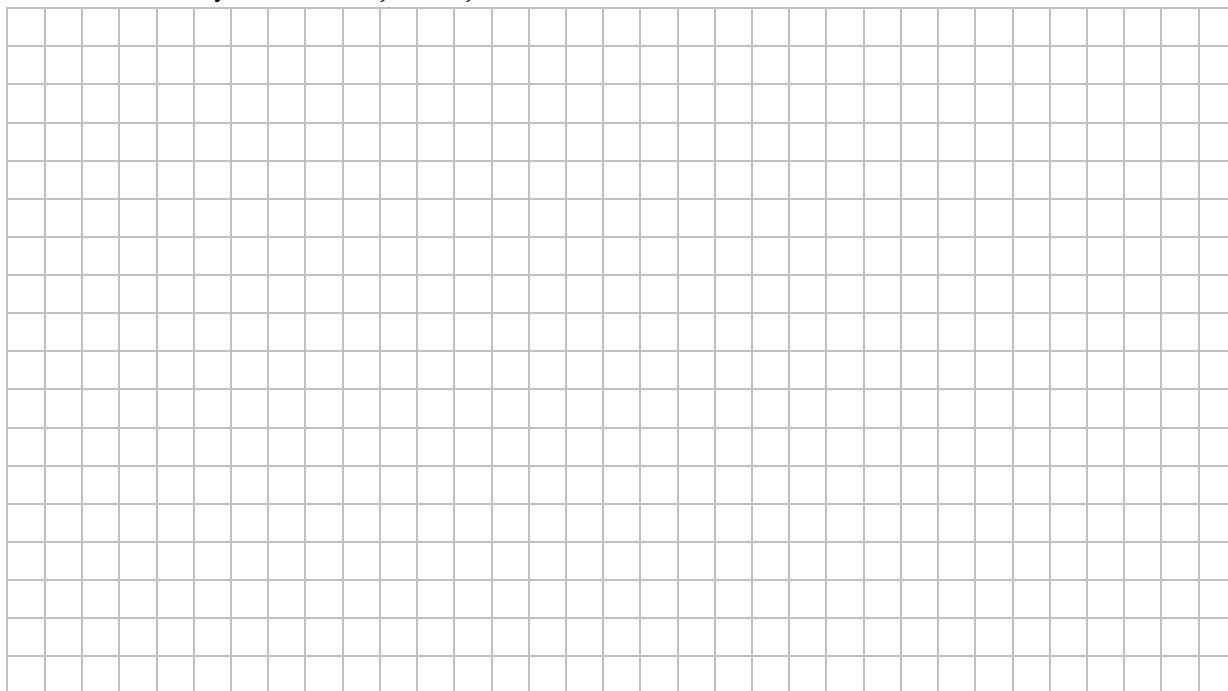
- A) Zero.                      B) Jeden.                      C) Dwa.                      D) Nieskończenie wiele.

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których wśród rozwiązań równania

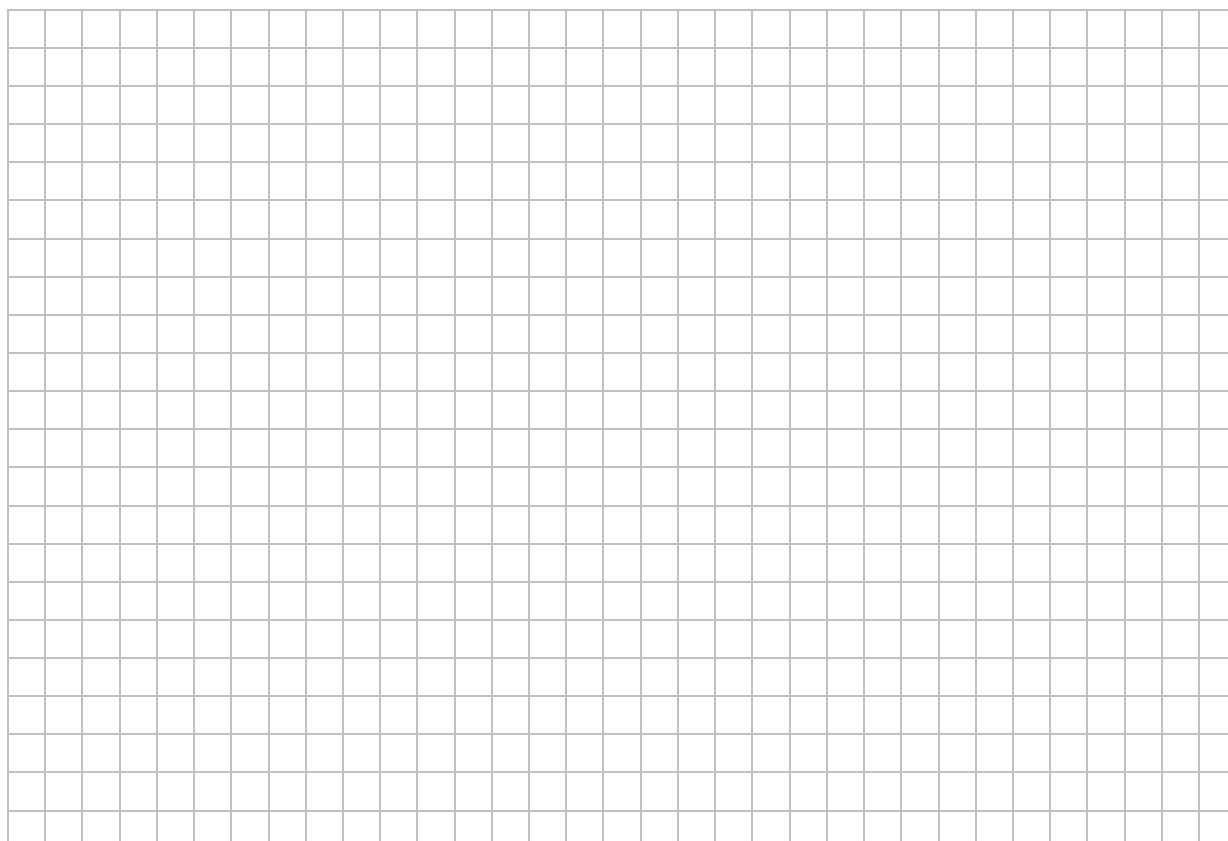
$$|m - 5x| = 3$$

są zarówno liczby dodatnie, jak i ujemne.



ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{\log(1-x)}$ .



ZADANIE 8 (2 PKT)

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq -3$ . Oblicz pochodną funkcji  $f$  w punkcie  $x = 6$ .



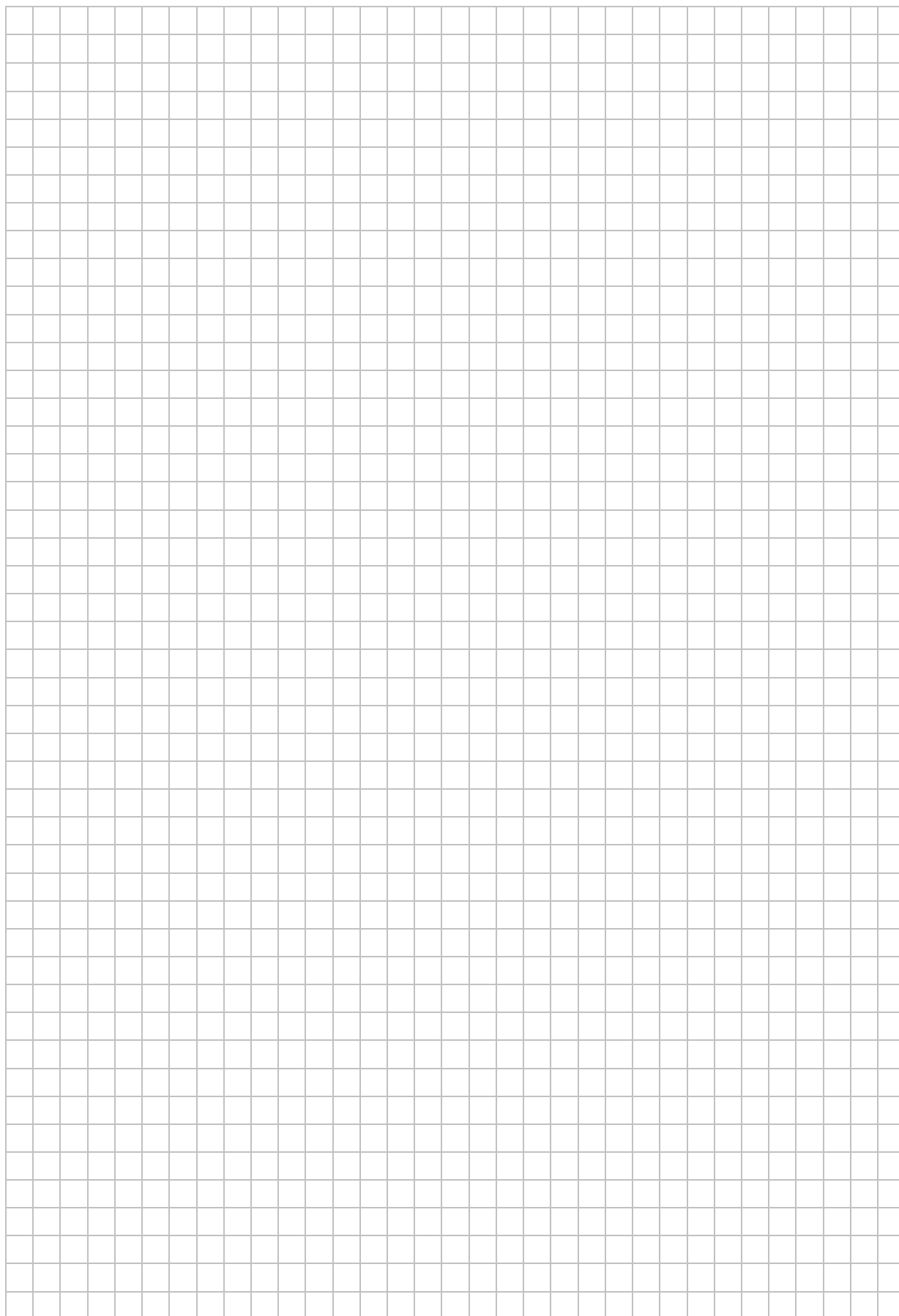
ZADANIE 9 (2 PKT)

W loterii szkolnej losujemy jeden spośród 100 losów, przy czym w przypadku wyciągnięcia losu przegrywającego możemy wylosować jeszcze jeden los. Ile losów w tej loterii jest wygrywających, jeżeli prawdopodobieństwo wygranej jest równe  $\frac{19}{55}$ ?



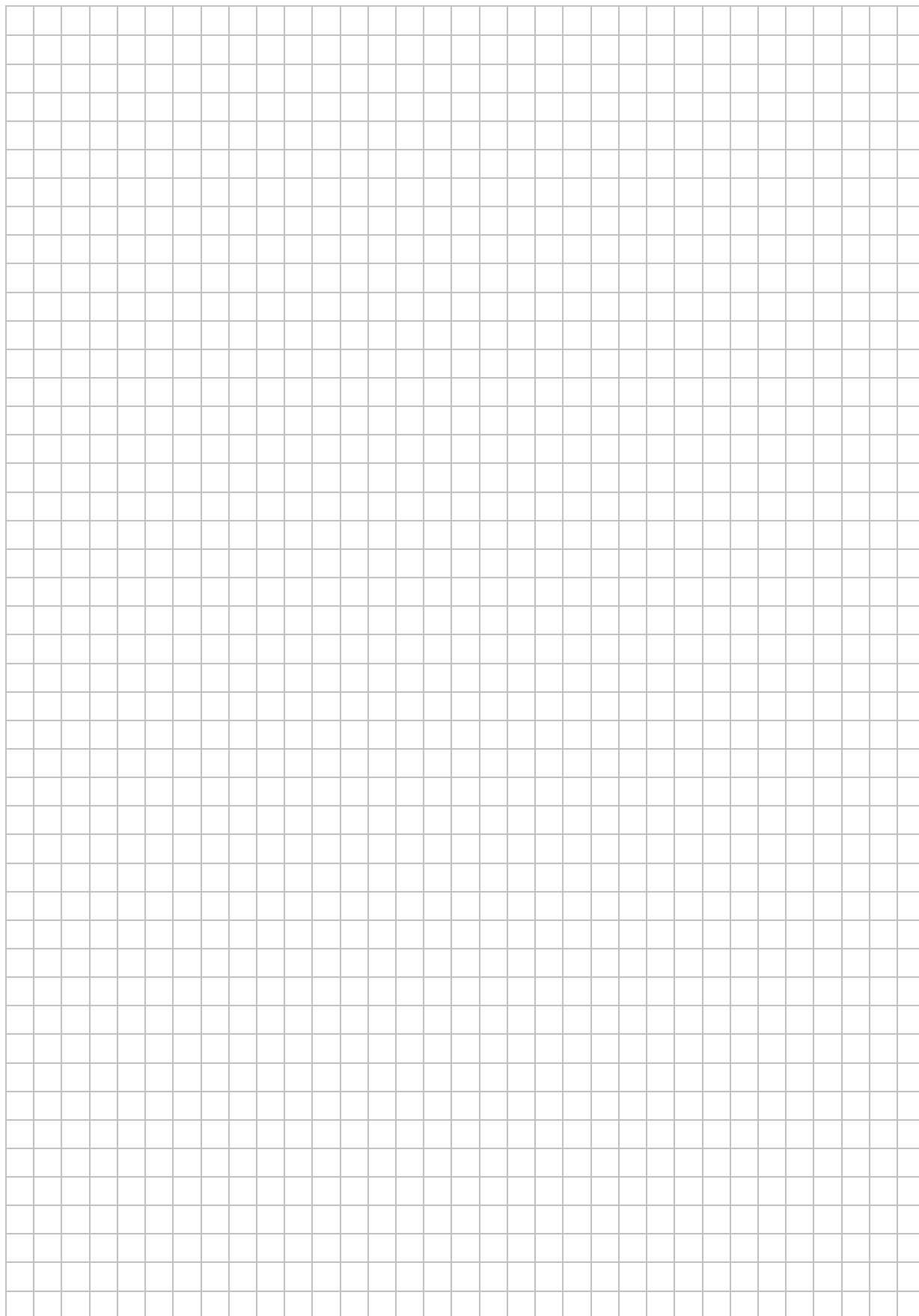
ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli  $a < b \leq -2$ , to  $\frac{a^3}{2+a^4} > \frac{b^3}{2+b^4}$ .



ZADANIE 11 (3 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli  $a$  i  $b$  są liczbami całkowitymi i  $x + y = \sqrt[3]{a}$  oraz  $x - y = \sqrt[3]{b}$ , to  $2y^3 + 6x^2y$  też jest liczbą całkowitą.



ZADANIE 12 (3 PKT)

Dana jest parabola o równaniu  $y = 2x^2 - 3$  i leżący na niej punkt  $A$  o współrzędnej  $x$  równej  $-2$ . Wyznacz równanie stycznej do tej paraboli w punkcie  $A$ .



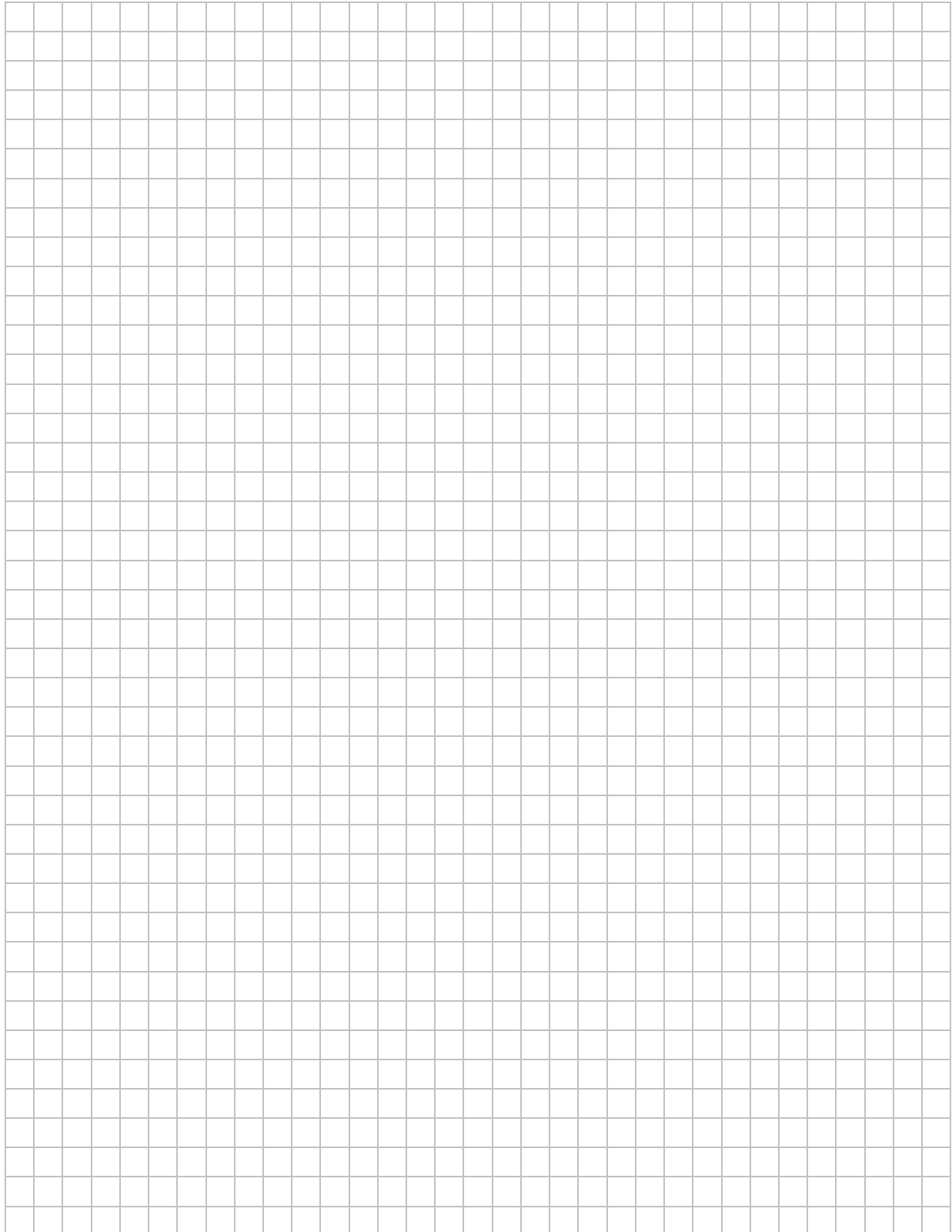


ZADANIE 13 (3 PKT)

Monotoniczny ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest zdefiniowany przez warunki

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{5} \\ a_{n+2} = a_n - a_{n+1}. \end{cases}$$

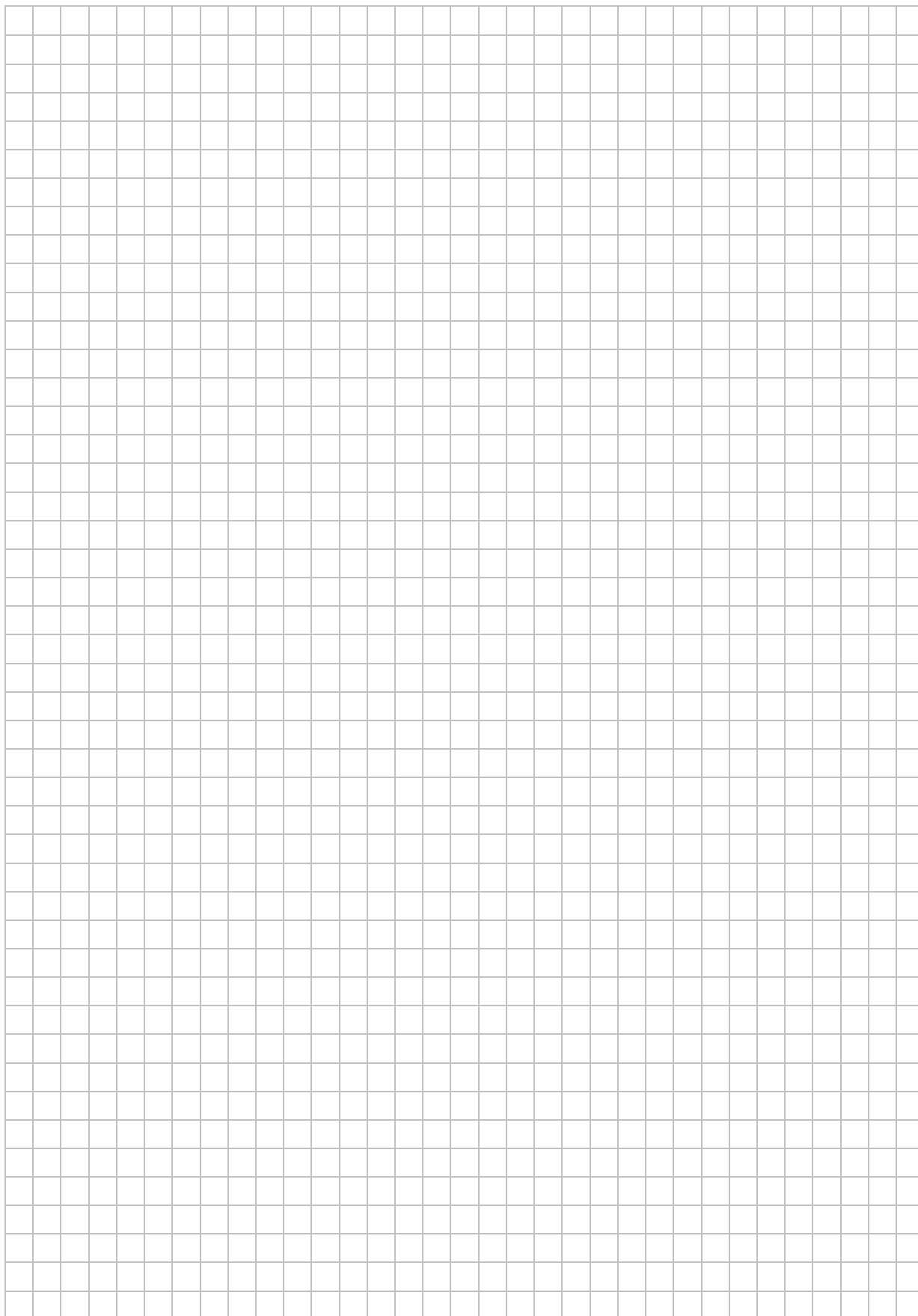
Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu  $(a_n)$ .



ZADANIE 14 (3 PKT)

Wykaż, że

$$\cos 2x \cos x - \sin 4x \sin x = \cos 3x \cos 2x.$$



ZADANIE 15 (5 PKT)

Oblicz jakie długości powinny mieć boki prostokąta o polu równym  $S$ , aby jego przekątna miała najmniejszą możliwą długość. Oblicz długość tej przekątnej.



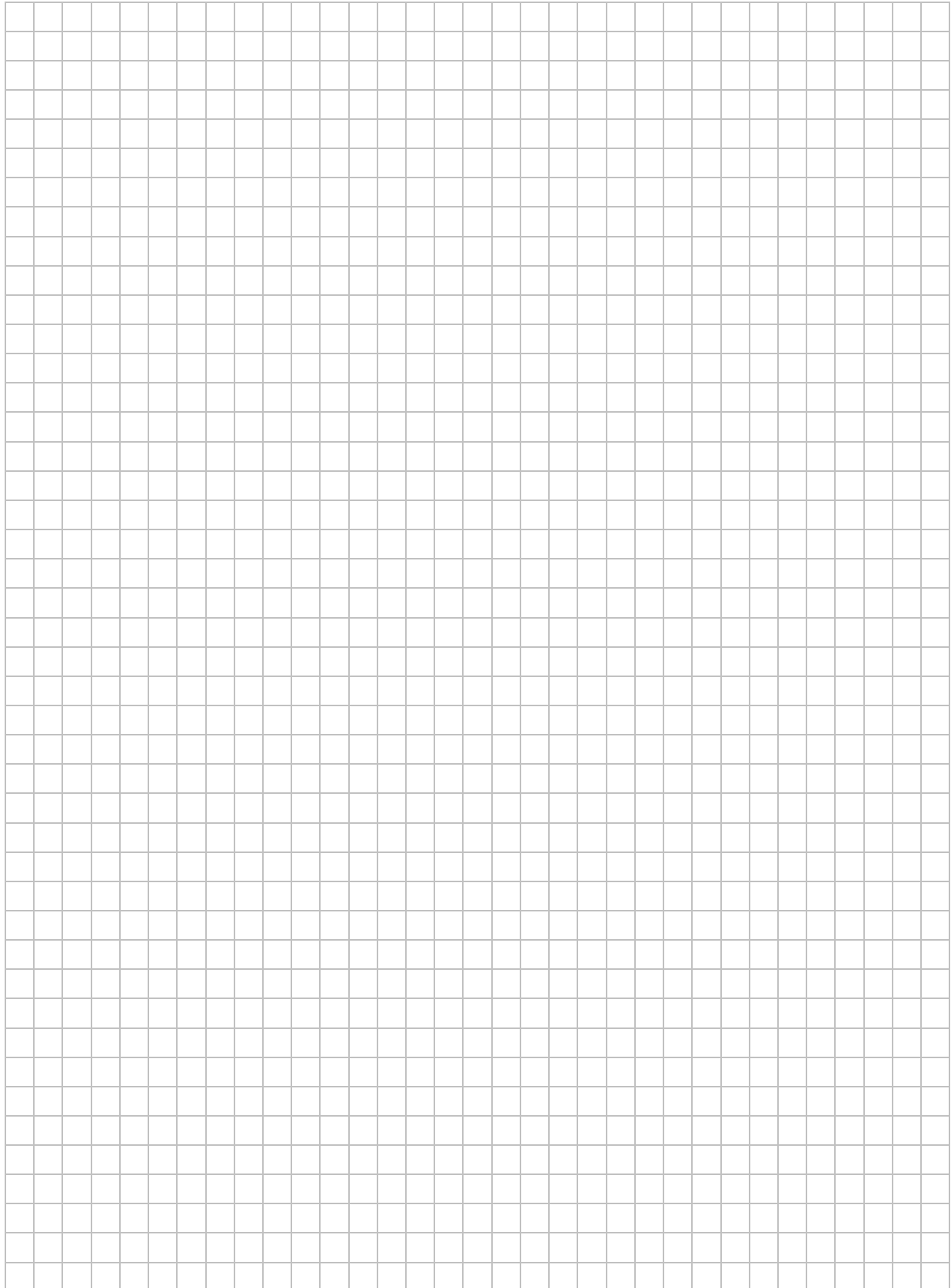
ZADANIE 16 (5 PKT)

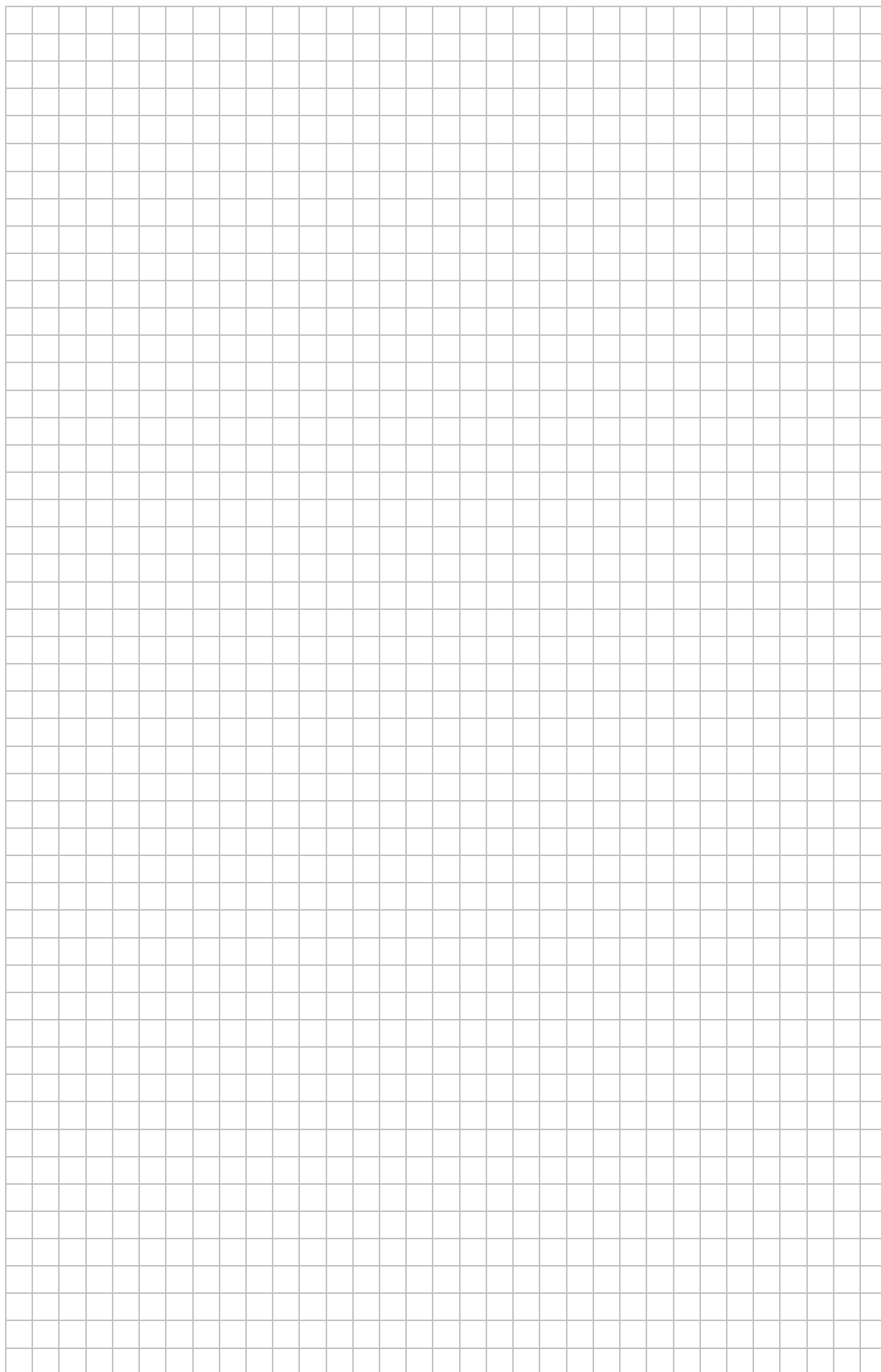
Rzucamy cztery razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma kwadratów liczb oczek otrzymanych we wszystkich czterech rzutach będzie mniejsza niż 20.



## ZADANIE 17 (6 PKT)

Punkt  $S$  jest punktem przecięcia się przekątnych równoległoboku  $ABCD$ , a punkt  $P$  jest takim punktem boku  $BC$  tego równoległoboku, że  $|BP| : |PC| = 3$ . Oblicz współrzędne spodka wysokości opuszczonej z wierzchołka  $A$  tego równoległoboku na prostą  $CD$ , jeżeli  $\vec{AB} = [4, 4]$ ,  $\vec{DS} = [3, -3]$  i  $P = (\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$ .





ZADANIE 18 (6 PKT)

Oblicz promień kuli stycznej do wszystkich krawędzi czworościanu foremnego o krawędzi długości  $a$ .

