CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2015

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **2 czerwca 2015 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-153

MMA 2015

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0−1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+1} = a_n + n - 6$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy $a_3 = -1$. Wyraz a_2 jest równy

A. -3 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 2. (0−1)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = -x + 1$ i $y = \log_2 x$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 3. (0−1)

Która z poniższych funkcji, określonych w zbiorze liczb rzeczywistych, nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

A. $f(x) = 4x^2 + 5x$

B. $f(x) = 3x^3 + 2x^2$

C. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x$

D. $f(x) = (4x+1)^2$

Zadanie 4. (0−1)

Dla dowolnego kąta α wartość wyrażenia $\sin\alpha + \sin(180^\circ - \alpha)$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\sin 2\alpha$ **B.** $-\sin\alpha$ **C.** $2\sin\alpha$ **D.** 0

Zadanie 5. (0−1)

Zbiór K – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których wartość liczbowa wyrażenia $\sqrt{x(x^2-9)}$ jest liczbą rzeczywistą. Zatem

A. $K = \langle -3, 0\rangle \cup \langle 3, +\infty)$ **B.** $K = (-\infty, -3\rangle \cup \langle 0, 3\rangle$

C. $K = (-3, 0) \cup (3, +\infty)$ **D.** $K = (-\infty, -3) \cup (0, 3)$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0−2)

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $|x| < |x - 1025|$. W poniższe kratki wpisz – kolejno – cyfrę setek, cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0−2)

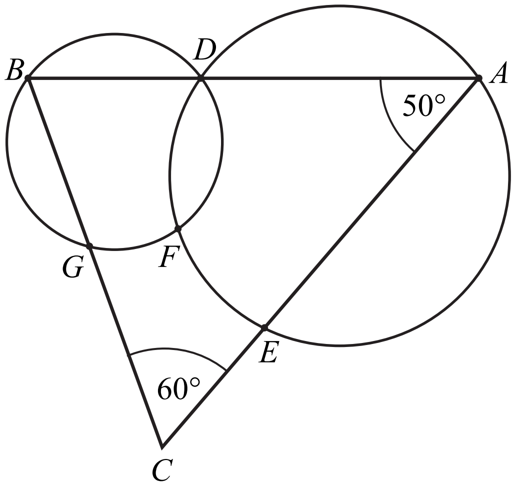
Prosta o równaniu $y=\frac{3}{4}x-\frac{61}{14}$ jest styczna od okręgu o środku $S=(1,-4)$. Wyznacz promień tego okręgu.

Zadanie 8. (0−3)

Niech $a = \log_{12} 2$. Wykaż, że $\log_6 64 = \frac{6a}{1-a}$.

Zadanie 9. (0−3)

W trójkącie ABC kąt wewnętrzny przy wierzchołku A ma miarę 50°, a kąt wewnętrzny przy wierzchołku C ma miarę 60°. Okrąg o_1 przechodzi przez punkt A i przecina boki AB i AC trójkąta odpowiednio w punktach D i E. Okrąg o_2 przechodzi przez punkt B, przecina okrąg o_1 w punkcie D oraz w punkcie F leżącym wewnątrz trójkąta ABC. Ponadto okrąg o_2 przecina bok BC trójkąta w punkcie G.



Udowodnij, że na czworokącie $CEFG$ można opisać okrąg.

Zadanie 10. (0−4)

Rozwiąż równanie $\left(4\sin^2 x - 1\right)\cdot \sin x = \cos^2 x - 3\sin^2 x$, dla $x \in \left(-\pi, 0\right)$.

Zadanie 11. (0−4)

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 15 i 20 wpisano okrąg. Oblicz długość odcinka łączącego wierzchołek kąta prostego tego trójkąta z punktem wspólnym okręgu i przeciwprostokątnej.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0−4)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|BC| = a$. Z wierzchołka B poprowadzono środkową BD do boku AC. Punkt S jest środkiem odcinka BD. Przez punkty A i S poprowadzono prostą, która przecięła bok BC w punkcie P. Wykaż, że długość odcinka CP jest równa $\frac{2}{3}a$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0−5)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych, w których zapisie występują co najwyżej dwie dwójki.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0−5)

Podstawą ostrosłupa *ABCDS* jest trapez *ABCD*. Przekątna *AC* tego trapezu ma długość $8\sqrt{3}$, jest prostopadła do ramienia *BC* i tworzy z dłuższą podstawą *AB* tego trapezu kąt o mierze 30°. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość $4\sqrt{5}$. Oblicz odległość spodka wysokości tego ostrosłupa od jego krawędzi bocznej *SD*.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0−6)

Funkcja f jest określona wzorem $f\left(x\right)=\frac{m^2+m-6}{m-5}x^2-\left(m-2\right)x+m-5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz całkowite wartości parametru m, dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

Zadanie 16. (0−7)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, w których suma długości tworzącej i promienia podstawy jest równa 2. Wyznacz wysokość tego spośród rozpatrywanych stożków, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***