PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA

POZIOM PODSTAWOWY

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Odp.	D	C	B	A	A	C	B	B	C	B	A	B

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	B	A	D	D	A	D	B	C	C	D

ZADANIA OTWARTE

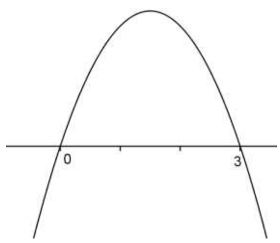
Zadanie 26.

$-2x^2+3x+5 < -3x+5$

$-2x^2+6x < 0$

$-2x(x-3) < 0$

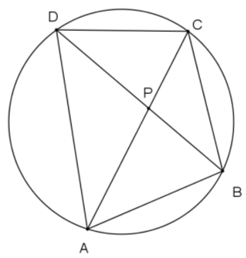
zatem $x \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$



Zadanie 27.

$\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{7}\right)^2+\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{7}\right)^2=(18-12\sqrt{14}+28)+(8+12\sqrt{14}+63)=117\in C$ c.n.d.

Zadanie 28.



W trójkącie BPC: $|\measuredangle BPC| = 180^0 - (|\measuredangle PBC| + |\measuredangle PCB|)$

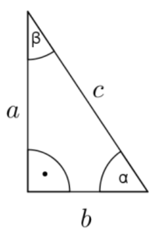
$|\measuredangle APB| = 180^0 - |\measuredangle BPC| = 180^0 - [\,180^0 - (|\measuredangle PBC| + |\measuredangle PCB|)] =$

$|\measuredangle PBC| + |\measuredangle PCB|$

$|\measuredangle PBC| = |\measuredangle DBC|$ i $|\measuredangle DBC| = |\measuredangle CAD|$ (kąty wpisane oparte na tym samym łuku), $|\measuredangle PCB| = |\measuredangle ACB|$

zatem $|\measuredangle APB| = |\measuredangle ACB| + |\measuredangle CAD|$ c. n. d.

Zadanie 29.



$\text{tg}\alpha+\text{tg}\beta = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{a\cdot b}=\frac{c^2}{a\cdot b}=4$ stąd $\frac{a\cdot b}{c^2}=\frac{1}{4}$

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{a}{c}\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c^2}$ zatem $\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{4}$

Zadanie 30.

Równanie prostej AB: $y = ax + b$

$\begin{cases} -3 = a \cdot 0 + b \\ 1 = a \cdot 2 + b \end{cases}$ po rozwiązaniu układu równań otrzymamy $y = 2x - 3$.

Niech symetralna odcinka AB ma równanie $y = cx + d$. Musi być prostopadła do prostej AB, zatem $2 \cdot c = -1$, stąd $c = -\frac{1}{2}$. Środek odcinka AB: $S = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = (1, -1)$ musi leżeć na szukanej prostej, więc $-1 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + d$. Po obliczeniu $d = -\frac{1}{2}$ możemy podać równanie symetralnej odcinka AB: $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Zadanie 31.

Doświadczenie polega na wylosowaniu jednej liczby spośród 90, zatem $|\Omega| = 90$. Liczb dwucyfrowych podzielnych przez 6 jest 15 (12, 18, 24,…, 96), liczb dwucyfrowych podzielnych przez 8 mamy 11 (16, 24, 32, …, 96) wśród nich są liczby podzielne i przez 6 i przez 8 (24, 48, 72 i 96).

Niech A oznacza zdarzenie – wylosowano liczbę podzielną przez 6 lub przez 8, |A| = 15 + 11 – 4 = 22.

P(A) = $\frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}$.

Zadanie 32.

a) Musimy rozwiązać równanie $n^2 - 5n - 4 = 2$, gdzie $n \in N_+$

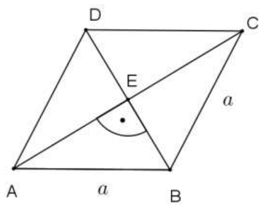
Rozwiązania równania $n^2 - 5n - 6 = 0$, to $n_1 = -1, n_2 = 6$. Warunki zadania spełnia $n_2 = 6$.

Zatem taki wyraz istnieje ($a_6 = 2$).

b) $a_6 = 2, a_9 = 32$, $(2, x, 32)$ – ciąg geometryczny, stąd $x^2 = 64$.

Zatem $x = 8$ lub $x = -8$.

Zadanie 33.



$4a = 12\sqrt{5}$ zatem $a = 3\sqrt{5}$.

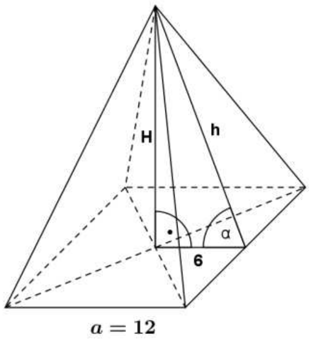
Niech |BD| = x, z warunków zadania |AC| = $x + 6$. |AE|= $\frac{x+6}{2}$, |BD| = $\frac{x}{2}$.

Trójkąt AEB jest prostokątny, stąd $\left(\frac{x+6}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2$ i $x > 0$.

Rozwiązaniem spełniającym warunki zadania jest $x = 6$.

P = $\frac{1}{2} \cdot$ |AC| · |BD| = $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$. Pole tego rombu jest równe 36.

Zadanie 34.



$\frac{H}{6}$ = tgα = tg30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{3}$, stąd H = $2\sqrt{3}$

V = $\frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 2\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$

$\frac{6}{h} = \cos\alpha = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, stąd h = $4\sqrt{3}$

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = 2 \cdot 12 \cdot 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$.