Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom rozszerzony

25 kwietnia 2020

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Granica jednostronna $\lim\limits_{x\to -0,5^-} \frac{3+24x^3}{(2x+1)^2}$ jest równa

A) $+\infty$ B) 9 C) 0 D) $-\infty$

Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba $1-2\sin^2(-75^\circ)$ jest równa

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3 (1 pkt)

Suma rozwiązań równania $|x^2-8|+2x=0$ jest równa

A) 0 B) -6 C) 2 D) -4

Zadanie 4 (1 pkt)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony w następujący sposób: $a_1=\frac{2}{3}$ oraz $a_{n+1}=\frac{3}{5}\cdot a_n$ dla $n\geqslant 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{9}{5}$

Zadanie 5 (1 pkt)

Okrąg $(x-27)^2+(y+70)^2=4$ jest styczny do prostej

A) $y=-x$ B) $y=-\frac{6}{5}x$ C) $4x+3y=0$ D) $12x+5y=0$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Liczby rzeczywiste x, y spełniają warunki: $x > 1$, $y > 1$ oraz $x^3 > y^3 + 1$. Wykaż, że prawdziwa jest równość

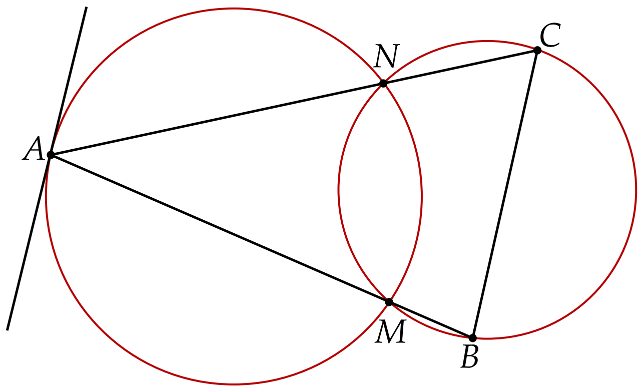
$$\frac{1}{\log_x(x^3+y^3)} \cdot \frac{1}{\log_y(x^3-y^3)} = \frac{1}{\log_y(x^3+y^3)} \cdot \frac{1}{\log_x(x^3-y^3)}.$$

ZADANIE 7 (3 PKT)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne pięciocyfrowe zapisane przy użyciu cyfr 0, 3, 5, 7, 9, bez powtarzania jakiejkolwiek cyfry. Oblicz sumę wszystkich takich liczb.

Zadanie 8 (3 pkt)

Dwa okręgi przecinają się w punktach M i N. Przez punkt A pierwszego okręgu prowadzimy proste AM i AN, przecinające drugi okrąg w punktach B i C. Udowodnij, że styczna w punkcie A do pierwszego okręgu jest równoległa do prostej BC.



ZADANIE 9 (3 PKT)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i dla każdej liczby całkowitej m liczba $k^8m^2 - k^2m^8$ jest podzielna przez 36.

ZADANIE 10 (3 PKT)

W pudełku znajdują się 4 kule czarne i 6 kul białych. Rzucamy dwa razy monetą. Jeśli otrzymamy 2 reszki, losujemy z pudełka kolejno bez zwracania 2 kule. W pozostałych przypadkach losujemy trzy kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul jest dokładnie jedna kula czarna.

ZADANIE 11 (4 PKT)

W równoległoboku boki mają długości 3 i 7, a jedna z przekątnych ma długość 6. Oblicz cosinus kąta ostrego pod jakim przecinają się przekątne tego równoległoboku.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż równanie

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x.$$

ZADANIE 13 (4 PKT)

Przedłużenia ramion AD i BC trapezu równoramiennego $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = (-14, 15)$. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i D tego trapezu, jeżeli $A = (-8, -15)$ i $C = (-9, 14)$.

Zadanie 14 (6 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa h, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę α. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 15 (6 PKT)

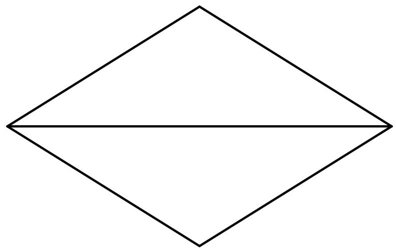
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$9x^2 + (6m+9)x + m^2 + 3m - 10 = 0$$

ma dwa różne ujemne rozwiązania x_1, x_2 spełniające nierówność $x_1^2 + x_2^2 \leqslant \frac{65}{9}$.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Z odcinka drutu o długości 4 m wykonano ramkę w kształcie rombu z jedną przekątną (zobacz rysunek).



Jaka powinna być długość tej przekątnej, aby pole powierzchni tego rombu było największe możliwe?