

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

12 MARCA 2022

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

**Zadania zamknięte**

ZADANIE 1 (1 PKT)

Różnica  $1 - 2 \cos^2 165^\circ$  jest równa

- A)
- $-1$
- B)
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C)
- $-\frac{1}{2}$
- D)
- $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 1$  przez dwumian  $3x + 1$  jest równa

- A)
- $\frac{13}{27}$
- B)
- $\frac{55}{27}$
- C)
- $-\frac{5}{27}$
- D)
- $\frac{17}{27}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wektory  $\vec{a} = [m - 3, m + 3]$  oraz  $\vec{b} = [m^{1,5}, 3]$  mają równe długości wtedy i tylko wtedy, gdy

- A)
- $m = -3$
- lub
- $m = 3$
- B)
- $m = 9$
- lub
- $m = -1$
- C)
- $m = 3$
- D)
- $m = 1$
- lub
- $m = -3$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny, w którym suma wszystkich wyrazów jest 5 razy większa od sumy wszystkich wyrazów o numerach parzystych. Iloraz tego ciągu jest równy

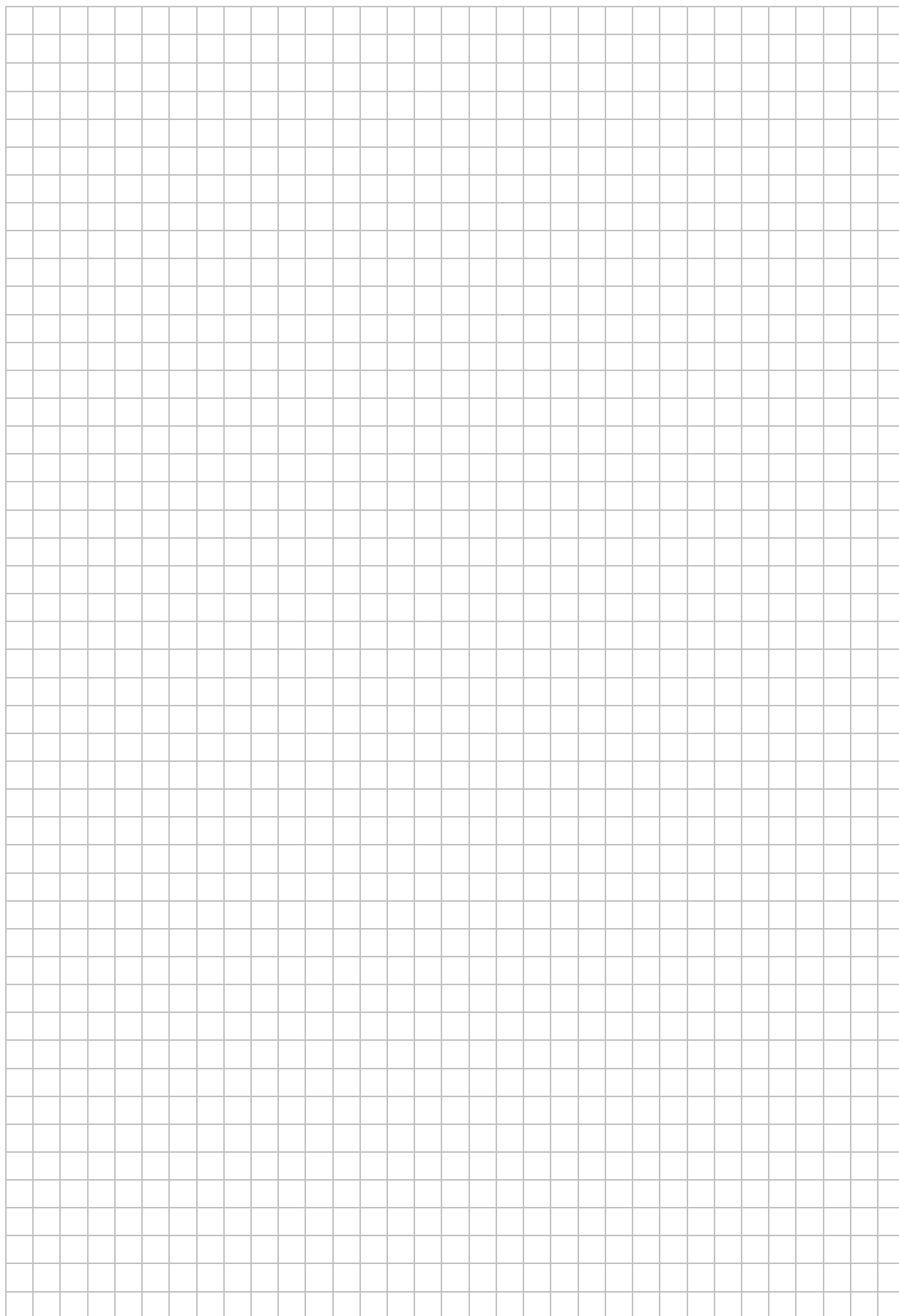
- A)
- $\frac{1}{3}$
- B)
- $\frac{4}{5}$
- C)
- $\frac{1}{5}$
- D)
- $\frac{1}{4}$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^{12}-n^9}-(2-3n)^6}{(3-2n)^6+\sqrt{4n^{12}-n^7}}$ .

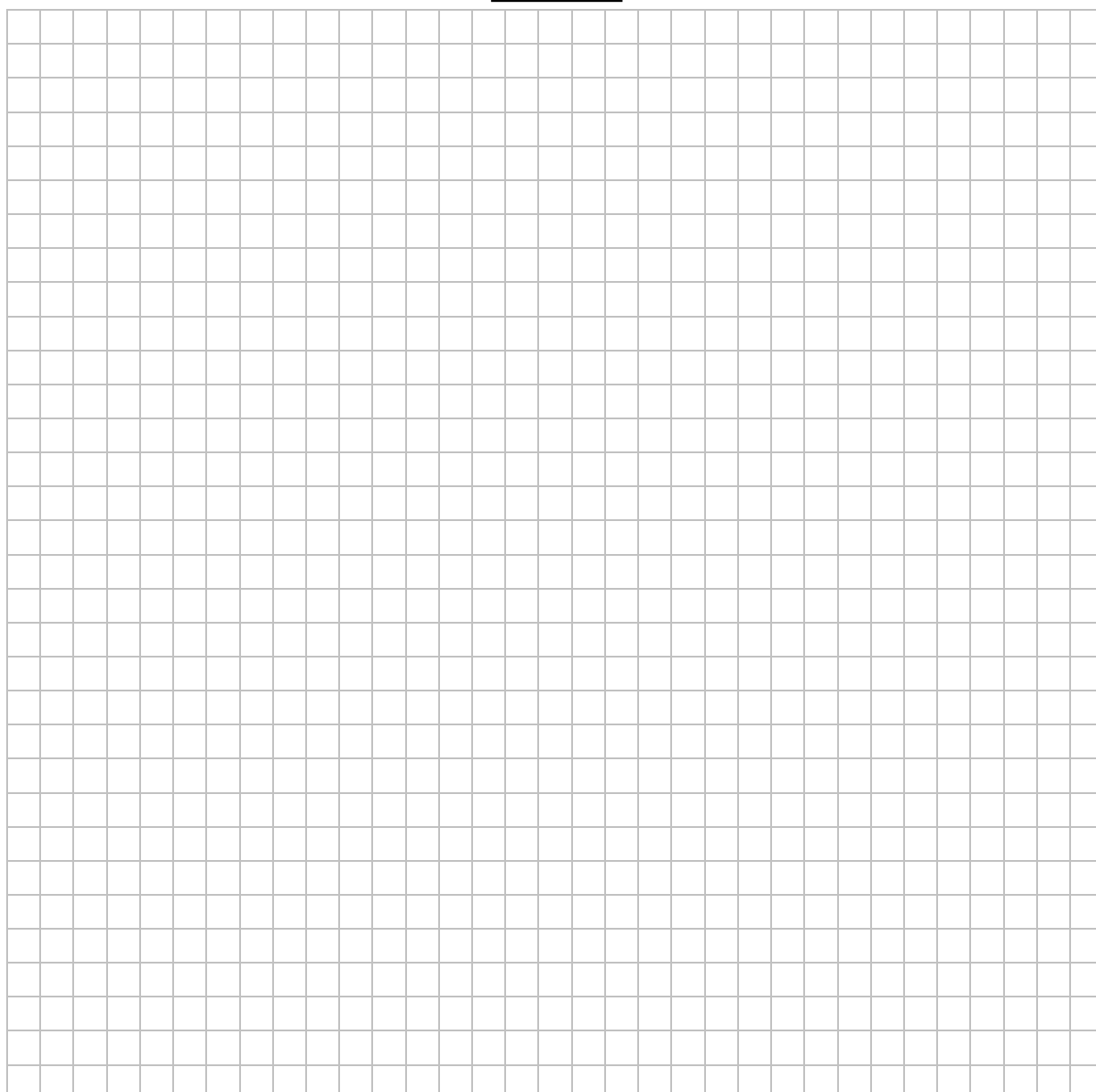
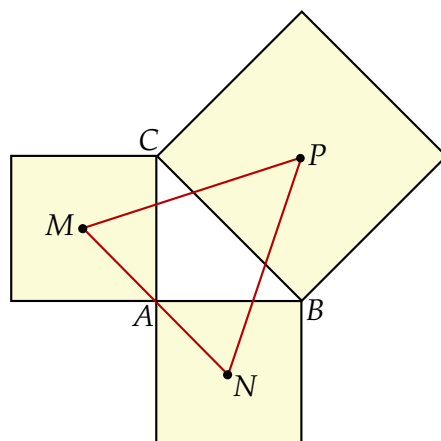
ZADANIE 6 (3 PKT)

Niech  $\log_{18} \sqrt[3]{6} = c$ . Wykaż, że  $\log_{\sqrt{3}} 54 = \frac{6c-4}{3c-1}$ .



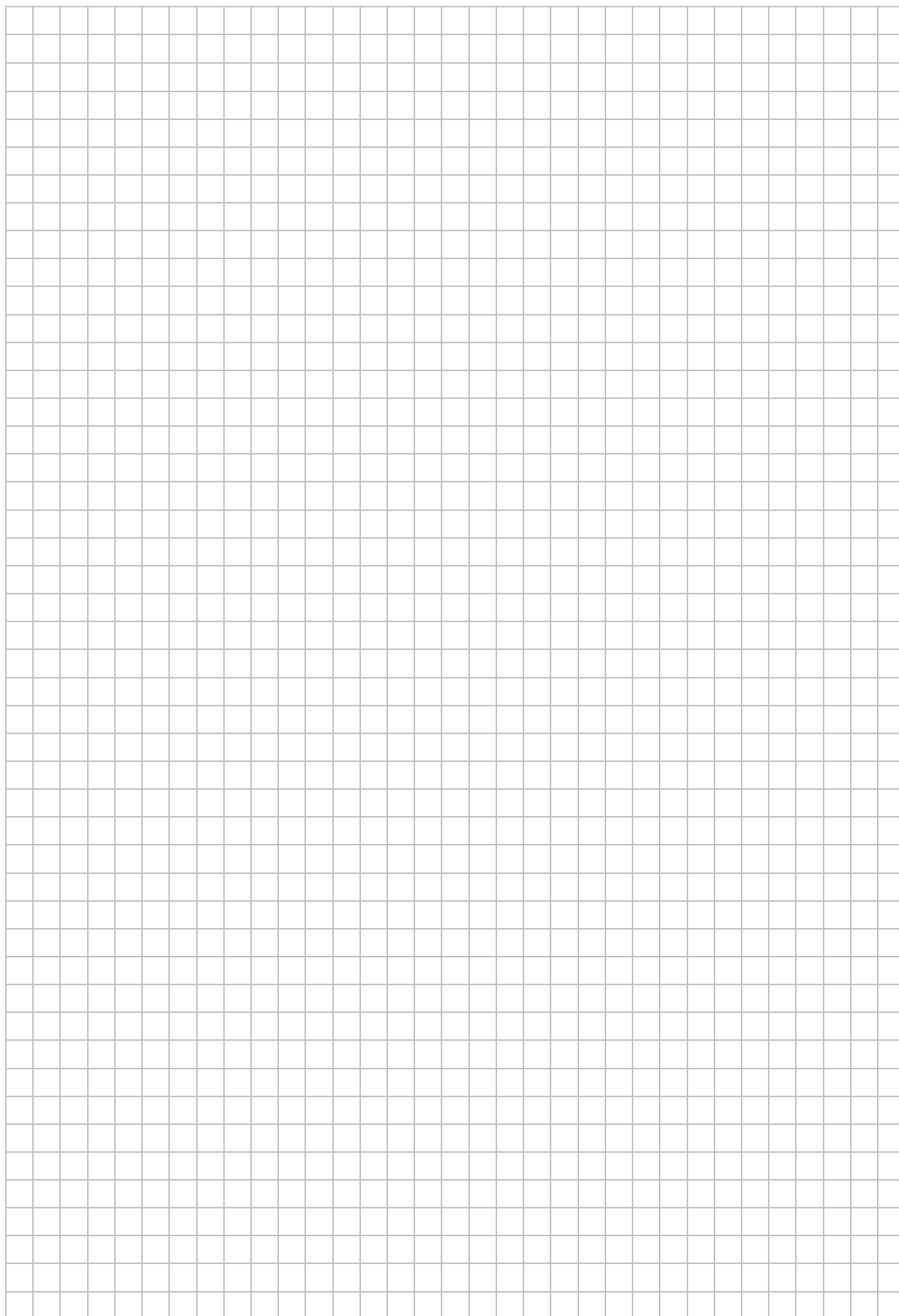
ZADANIE 7 (3 PKT)

Na zewnątrz równoramiennego trójkąta prostokątnego  $ABC$  zbudowano kwadraty tak, że bok każdego kwadratu jest jednocześnie bokiem trójkąta. Środki symetrii tych kwadratów połączono odcinkami i otrzymano trójkąt  $MNP$ . Wykaż, że pole trójkąta  $MNP$  jest dwa razy większe od pola trójkąta  $ABC$ .



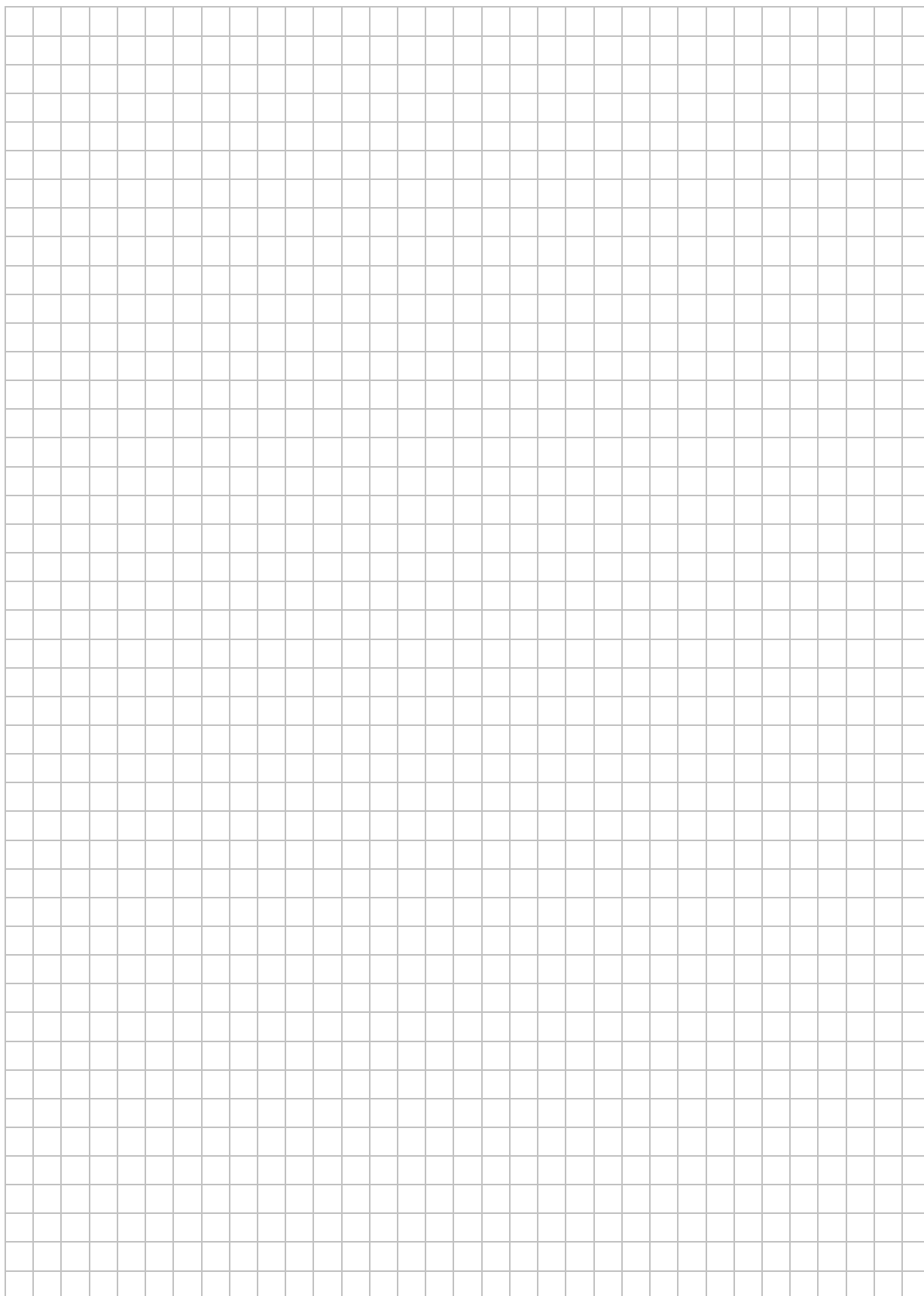
ZADANIE 8 (3 PKT)

Wyznacz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = (x - 2)^3 - 3x$ .



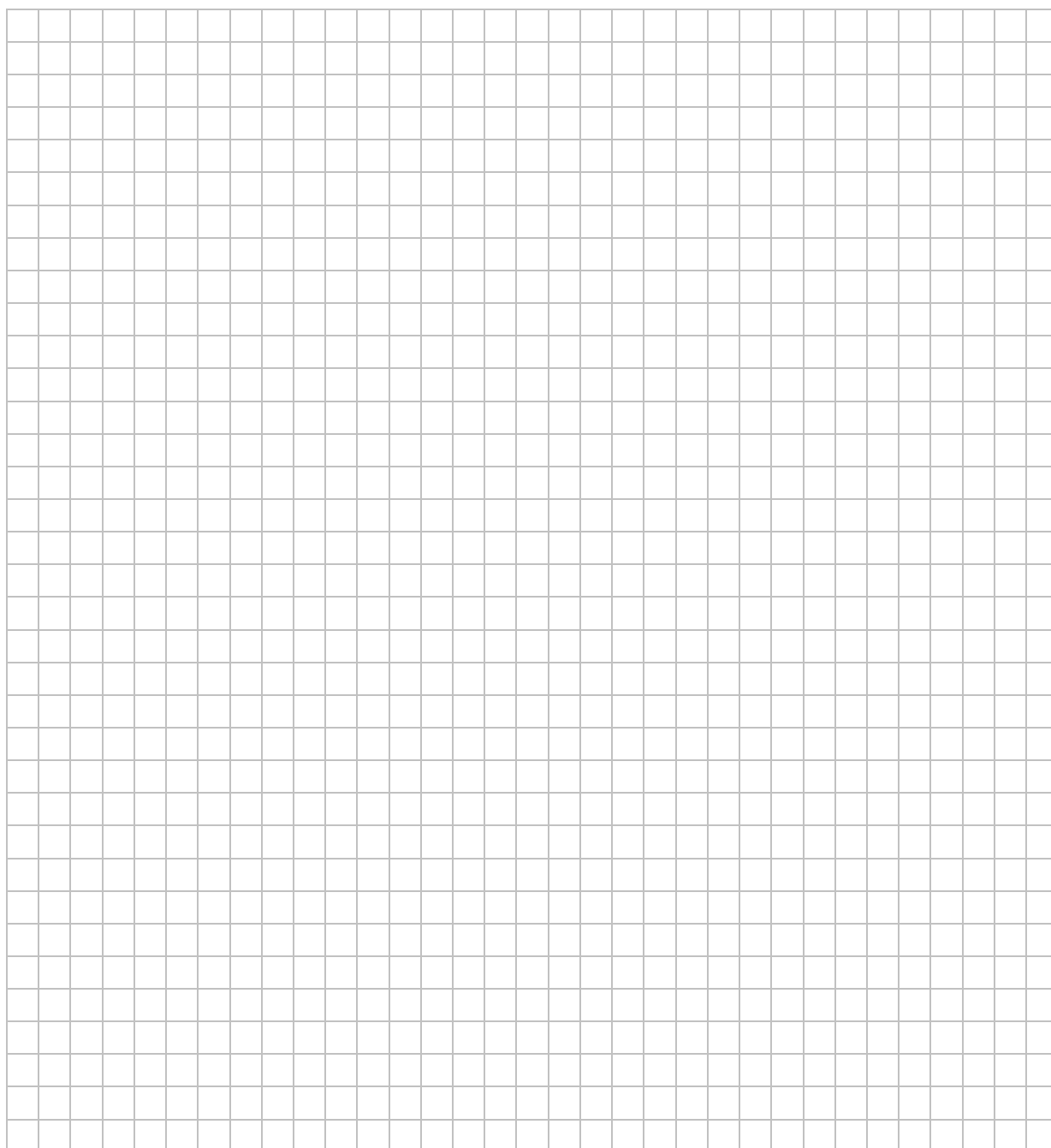
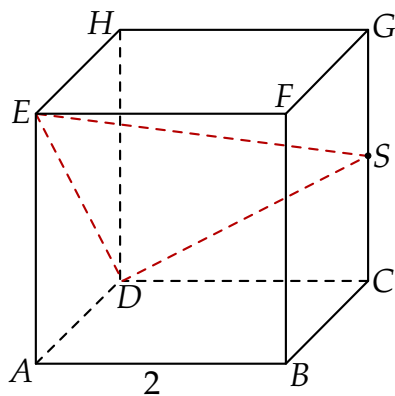
ZADANIE 9 (4 PKT)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 18, jeśli wiadomo, że jest ona podzielna przez 24.



ZADANIE 10 (4 PKT)

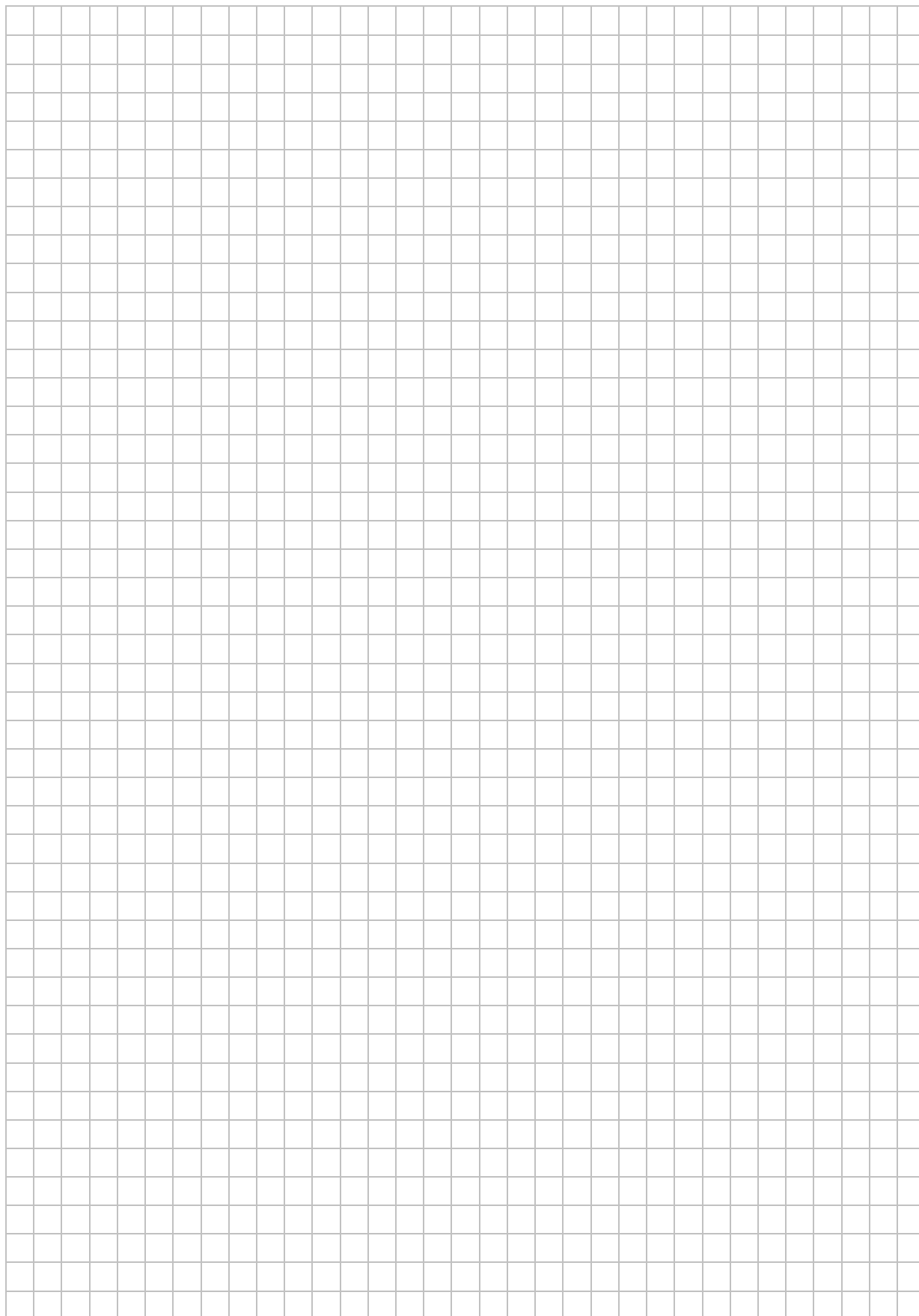
Dany jest sześcian  $ABCDEFGH$  o krawędzi długości 2. Punkt  $S$  jest środkiem krawędzi  $GC$  (zobacz rysunek). Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie  $EDS$ .





ZADANIE 11 (4 PKT)

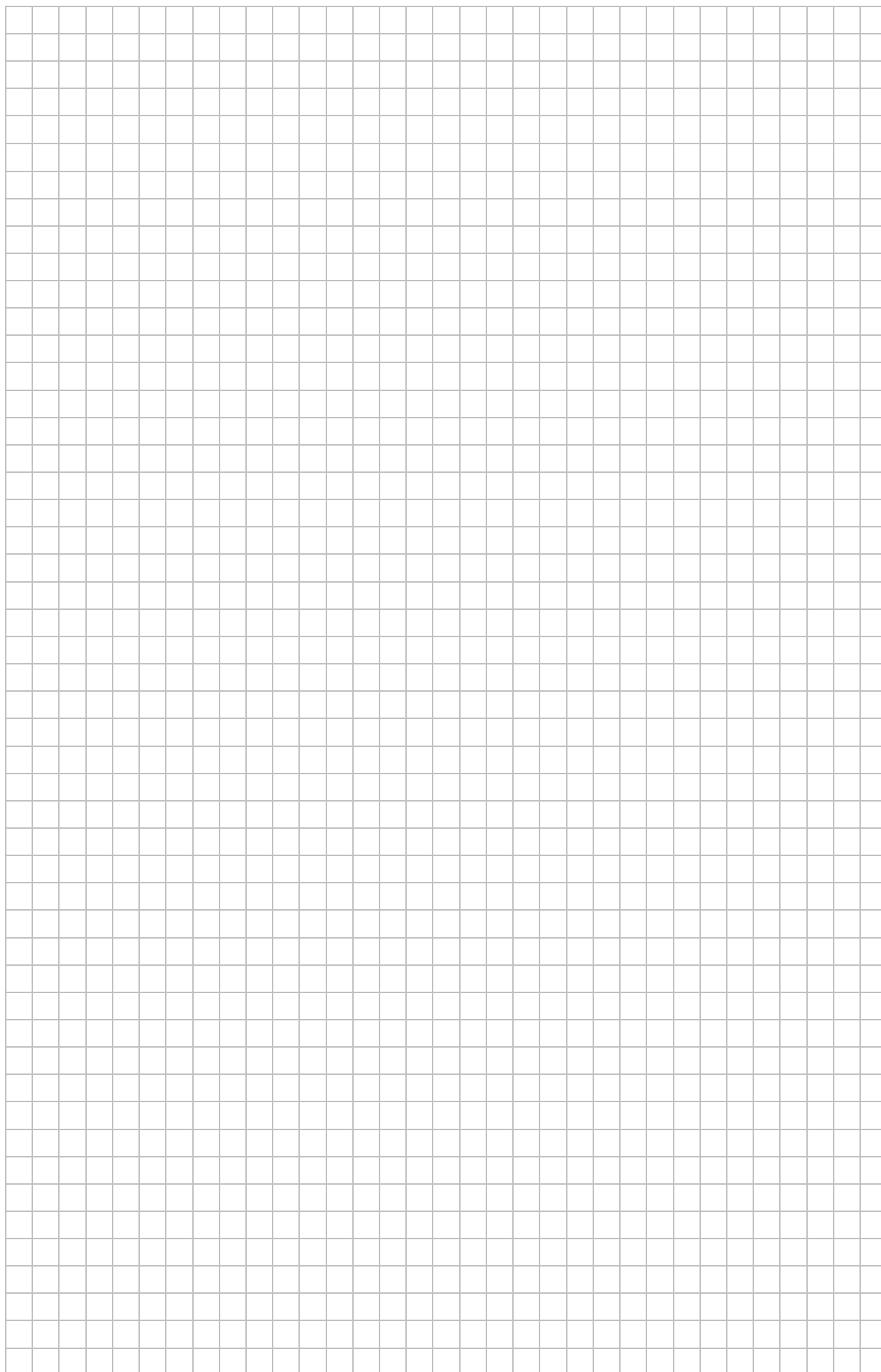
Wyznacz wszystkie rozwiązania równania  $2 \cos^2 2x - 5 \sin 2x - 4 = 0$  należące do przedziału  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .



ZADANIE 12 (5 PKT)

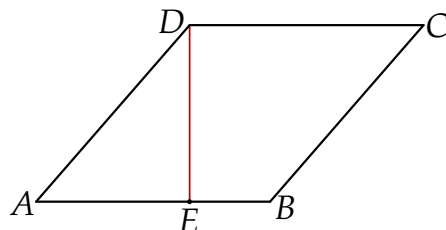
Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$  równoległych do prostej o równaniu  $3x + 4y - 7 = 0$ .





ZADANIE 13 (5 PKT)

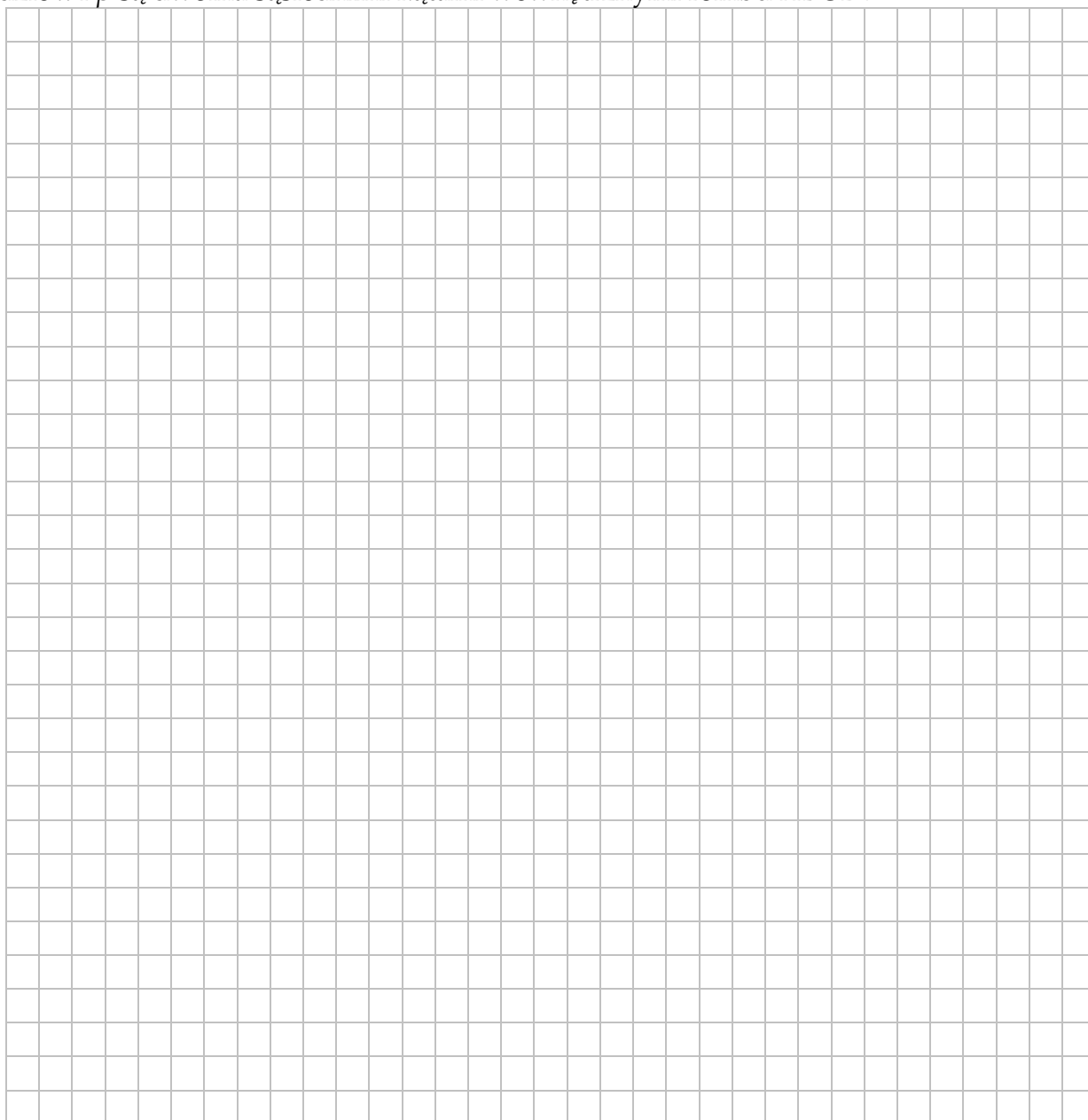
Wysokość  $DE$  rombu  $ABCD$  dzieli bok  $AB$  tego rombu tak, że  $|AE| : |EB| = \frac{3}{2}$  (zobacz rysunek).



Oblicz wartość wyrażenia

$$\sin^4\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{4}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\beta}{4}\right),$$

gdzie  $\alpha$  i  $\beta$  są dwoma sąsiednimi kątami wewnętrznymi rombu  $ABCD$ .



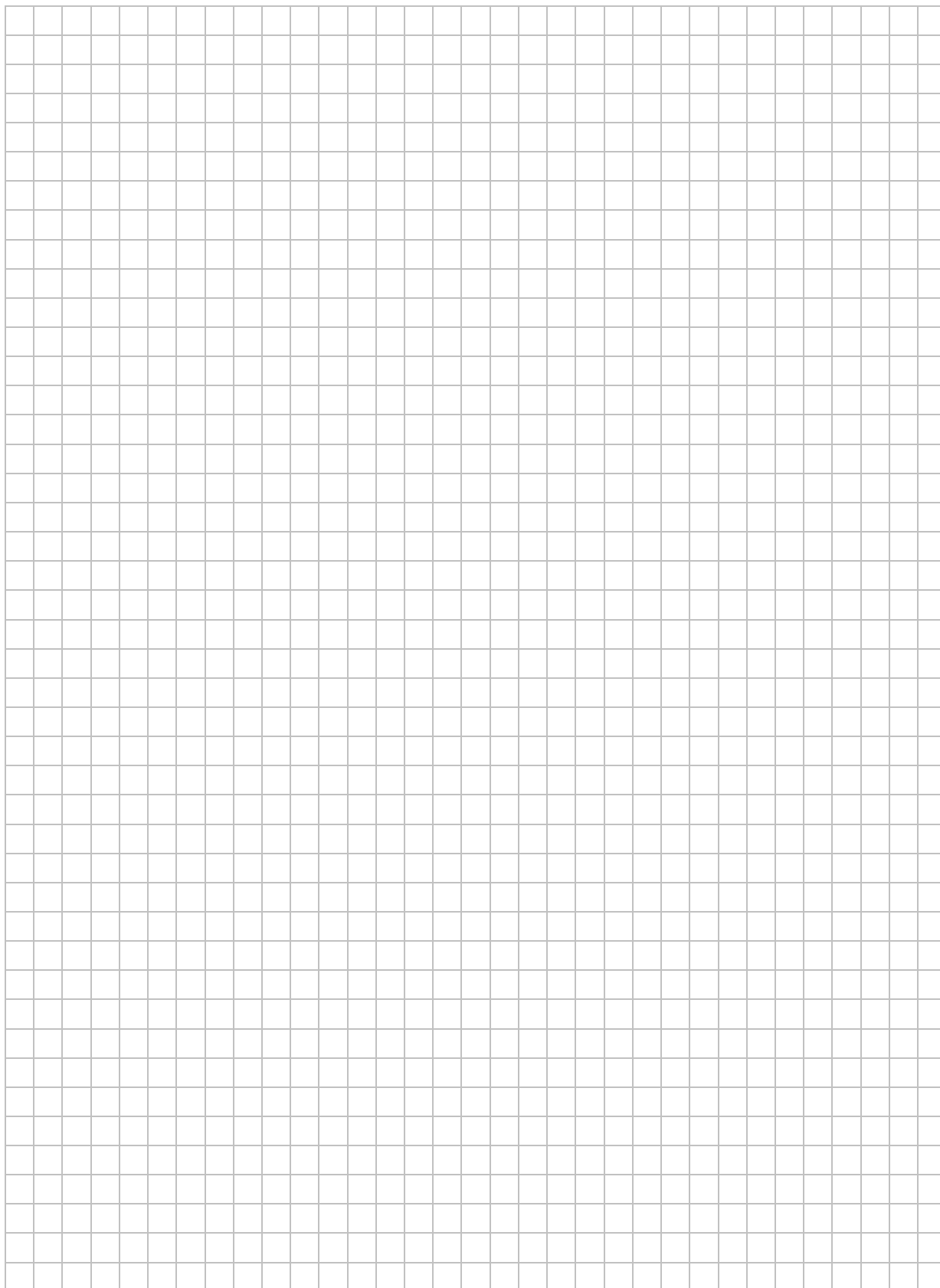


## ZADANIE 14 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem

$$f(x) = (2m + 3)x^2 - (m + 3)x + m - 2$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$  spełniające warunek  $(x_1 - x_2)^2 + 5x_1x_2 \geq 1$ .





## ZADANIE 15 (7 PKT)

Dana jest funkcja  $f(x) = x^2 - 1$  określona dla  $x \in (-\infty, 0)$ . W jakim punkcie wykresu tej funkcji należy poprowadzić styczną tak, aby trójkąt ograniczony tą styczną i osiami układu współrzędnych miał najmniejsze pole? Oblicz to pole.

