

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

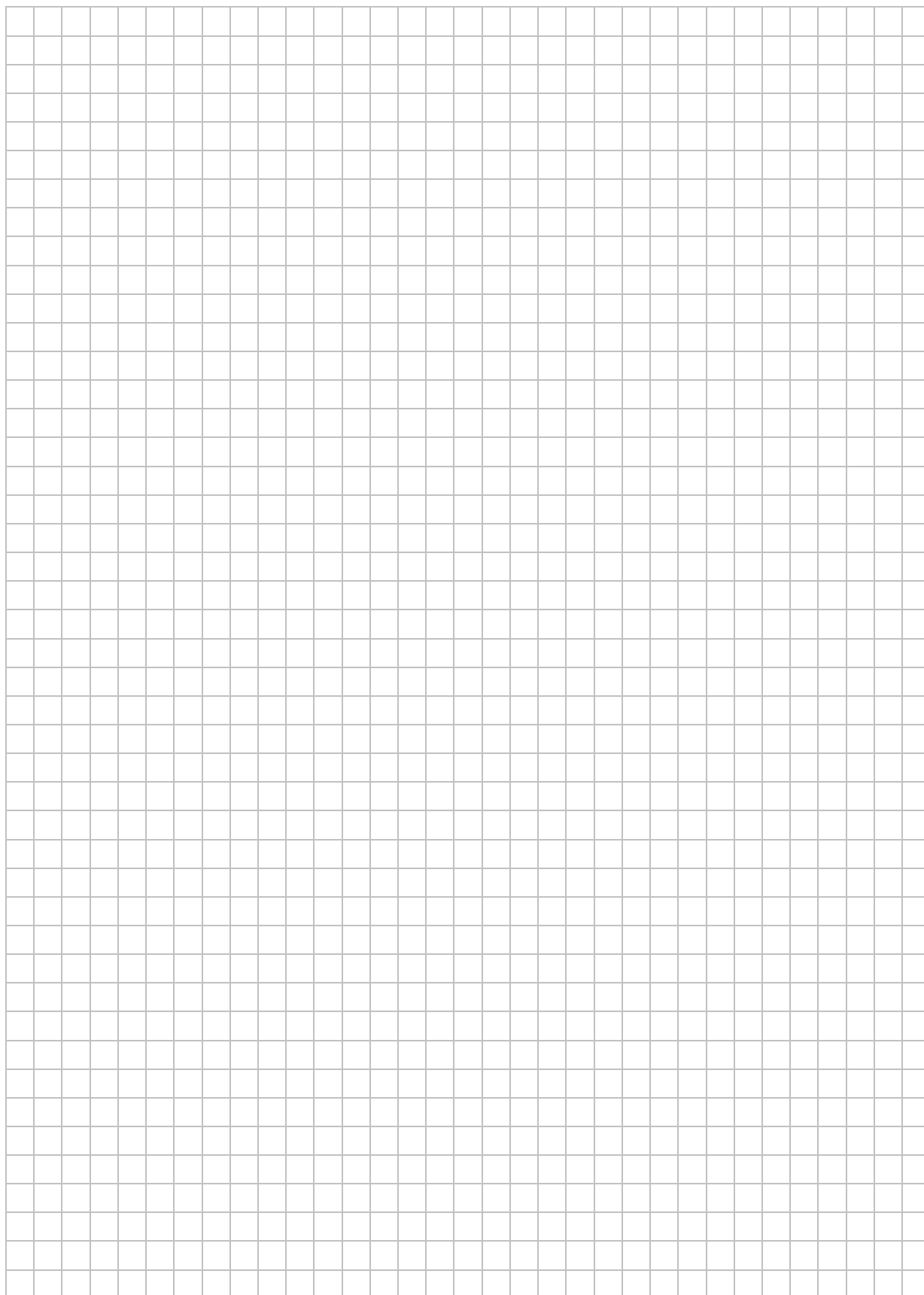
POZIOM ROZSZERZONY

13 MARCA 2010

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

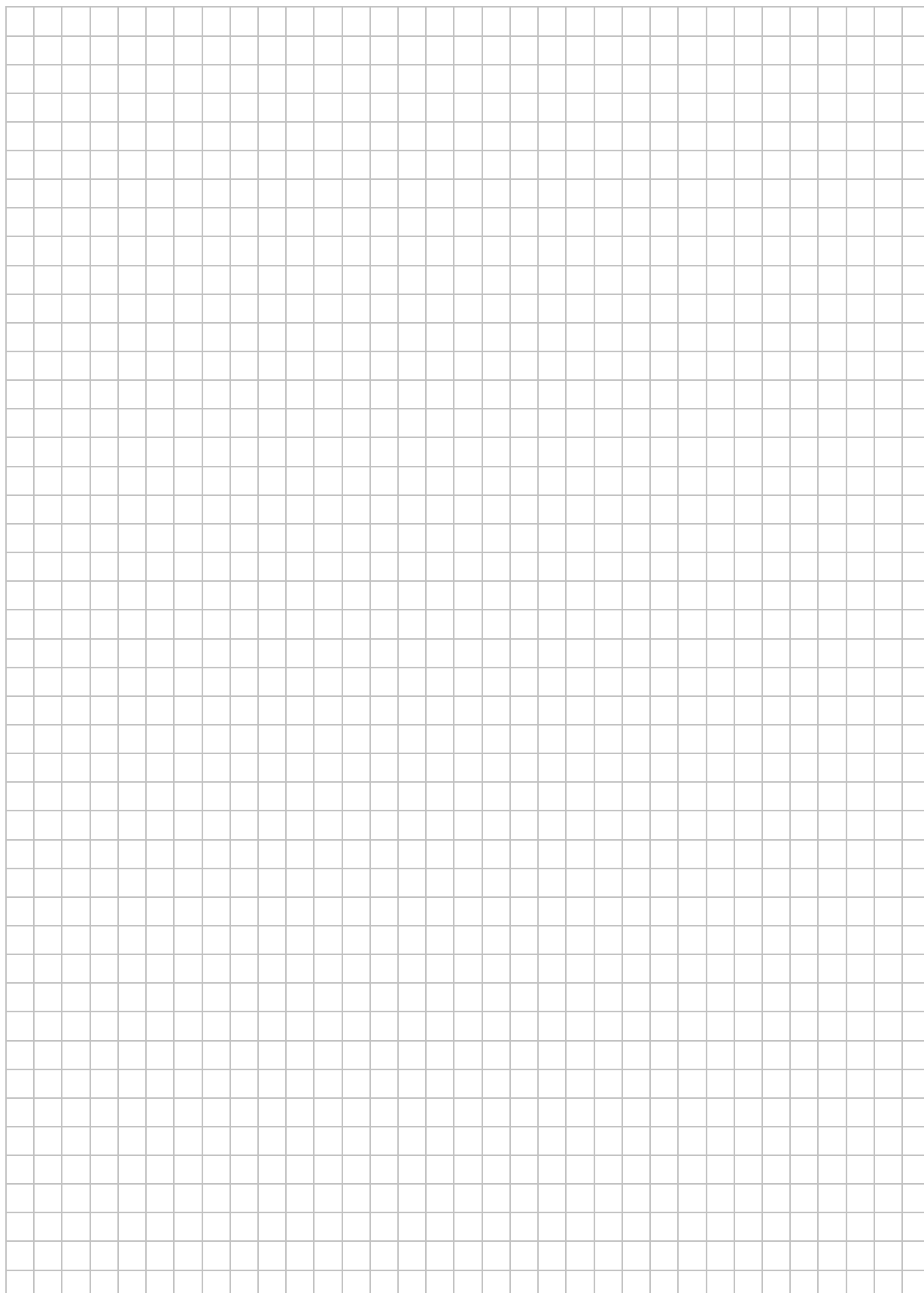
ZADANIE 1 (5 PKT.)

Wykres funkcji  $y = \frac{a}{x}$ , gdzie  $a \neq 0$  przesunięto o wektor  $[2, 3]$  i otrzymano wykres funkcji, która ma dokładnie dwa punkty wspólne z okręgiem o równaniu  $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 12 = 0$ . Wyznacz  $a$ .



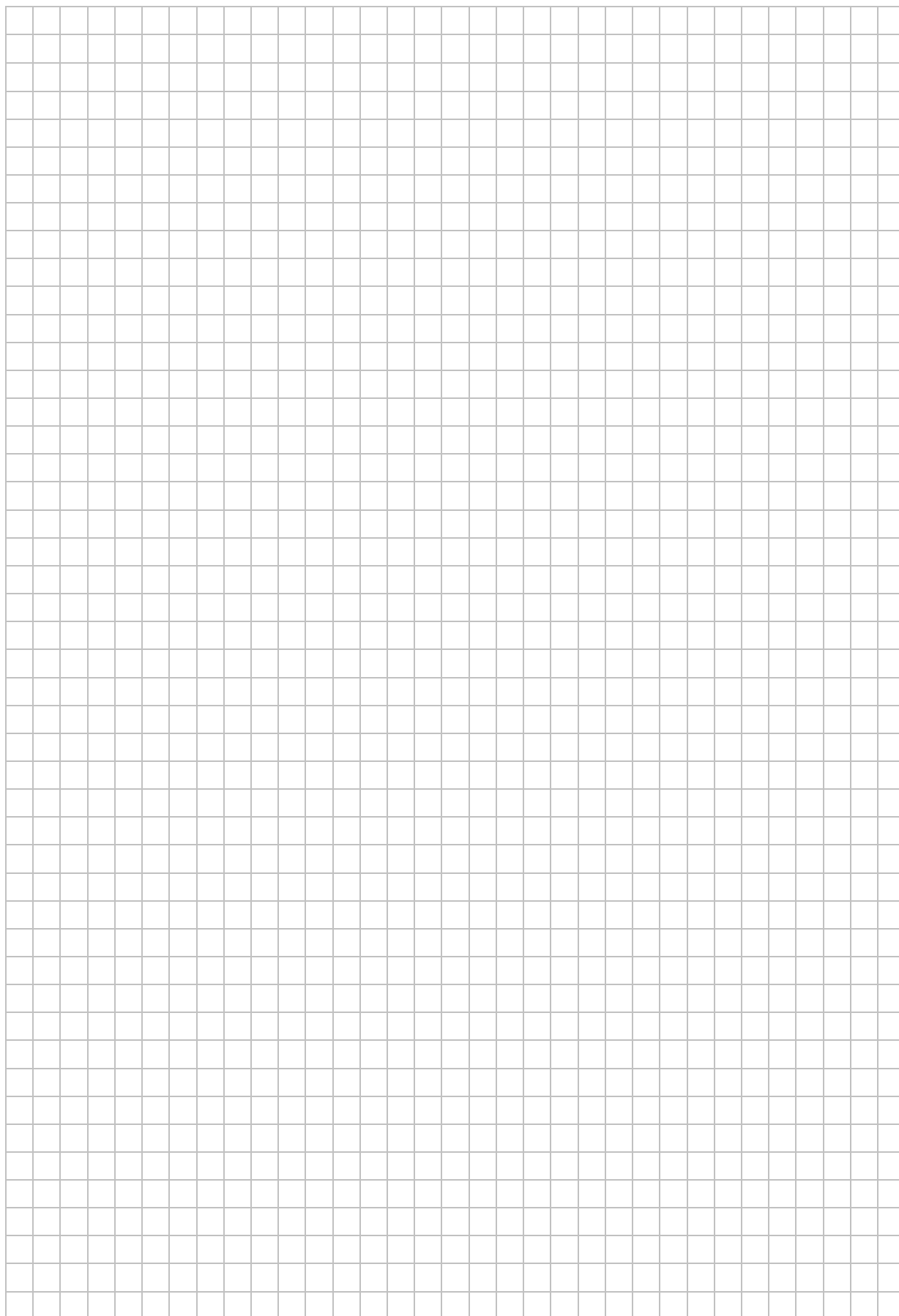
ZADANIE 2 (5 PKT.)

W trójkącie o obwodzie 14 jeden z boków jest dwa razy dłuższy od drugiego boku. Oblicz cosinus najmniejszego kąta, tego spośród trójkątów spełniających podany warunek, w którym suma kwadratów długości boków jest najmniejsza.



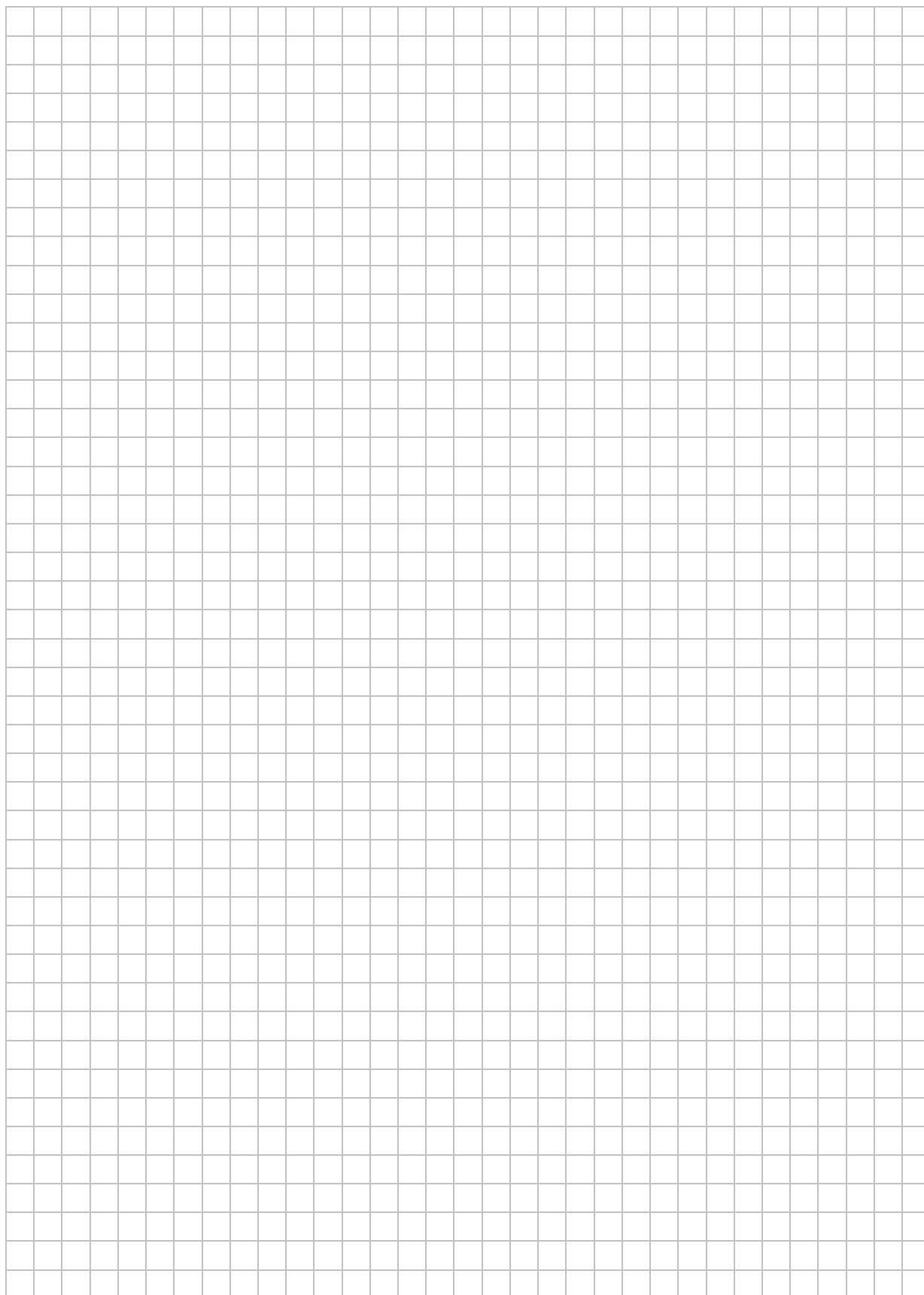
ZADANIE 3 (5 PKT.)

Rozwiąż nierówność  $||x - x^2| - 3x| > x$ .



ZADANIE 4 (5 PKT.)

Oblicz iloczyn pierwszych 99 wyrazów ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = -\frac{1}{(\sqrt{2})^{47}}$  oraz  $q = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$ . Czy iloczyn ten jest liczbą wymierną?

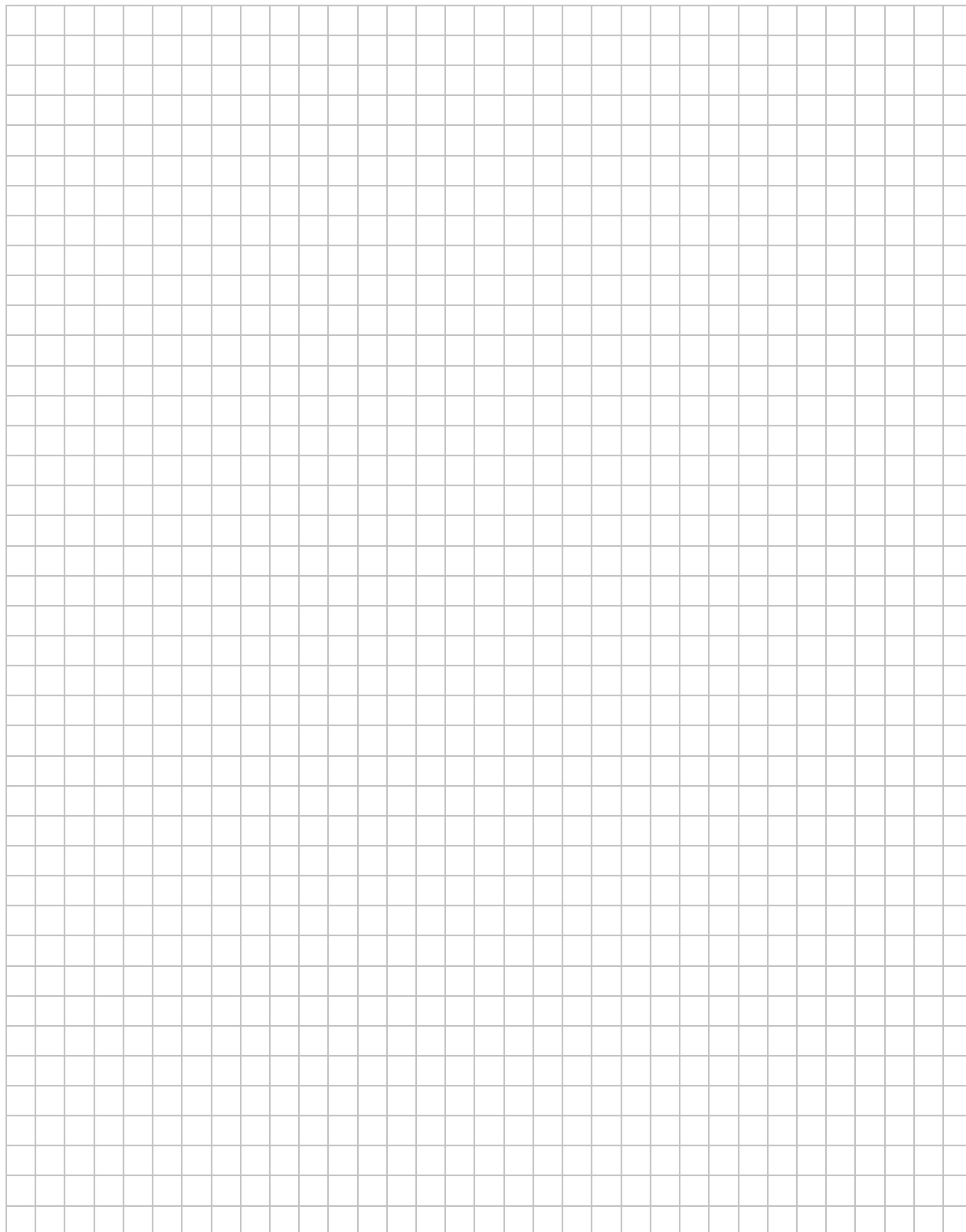


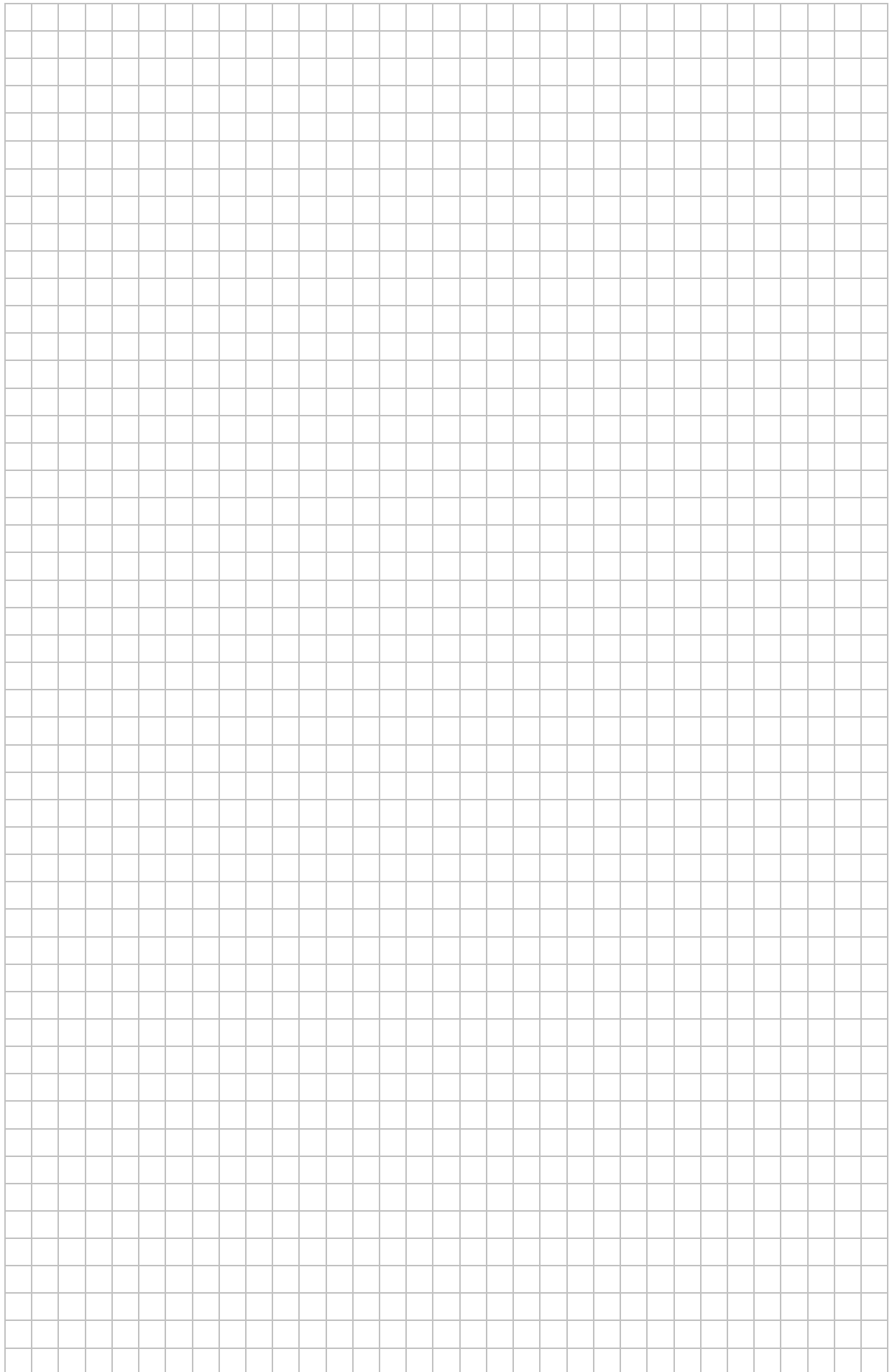
ZADANIE 5 (5 PKT.)

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne  $(x, y)$  są rozwiązaniem układu nierówności

$$\begin{cases} y + 3x \leq 4 \\ 4y - 3x \leq 31 \\ 2y + x \geq 3. \end{cases}$$

Oblicz pole tego obszaru.

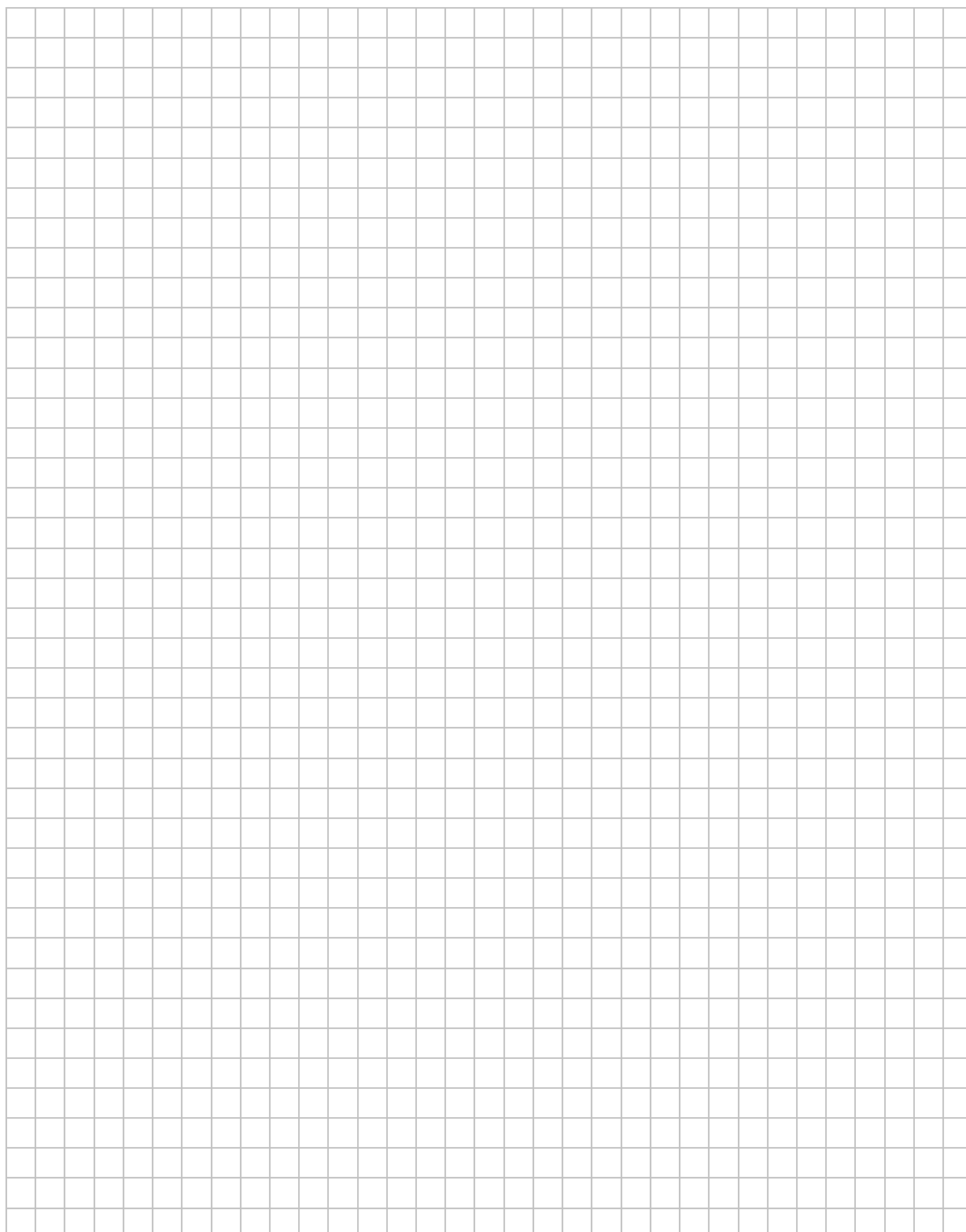




ZADANIE 6 (5 PKT.)

Dane jest równanie  $8x^2 - 4nx - 4x - 5n^2 - 3 = 0$  z niewiadomą  $x$  i parametrem  $n$ .

- a) Wyznacz wszystkie wartości  $n$ , dla których suma odwrotności pierwiastków tego równania jest równa  $-\frac{12}{23}$ .
- b) Wykaż, że jeżeli  $n$  jest liczbą całkowitą, to suma kwadratów pierwiastków tego równania też jest liczbą całkowitą.

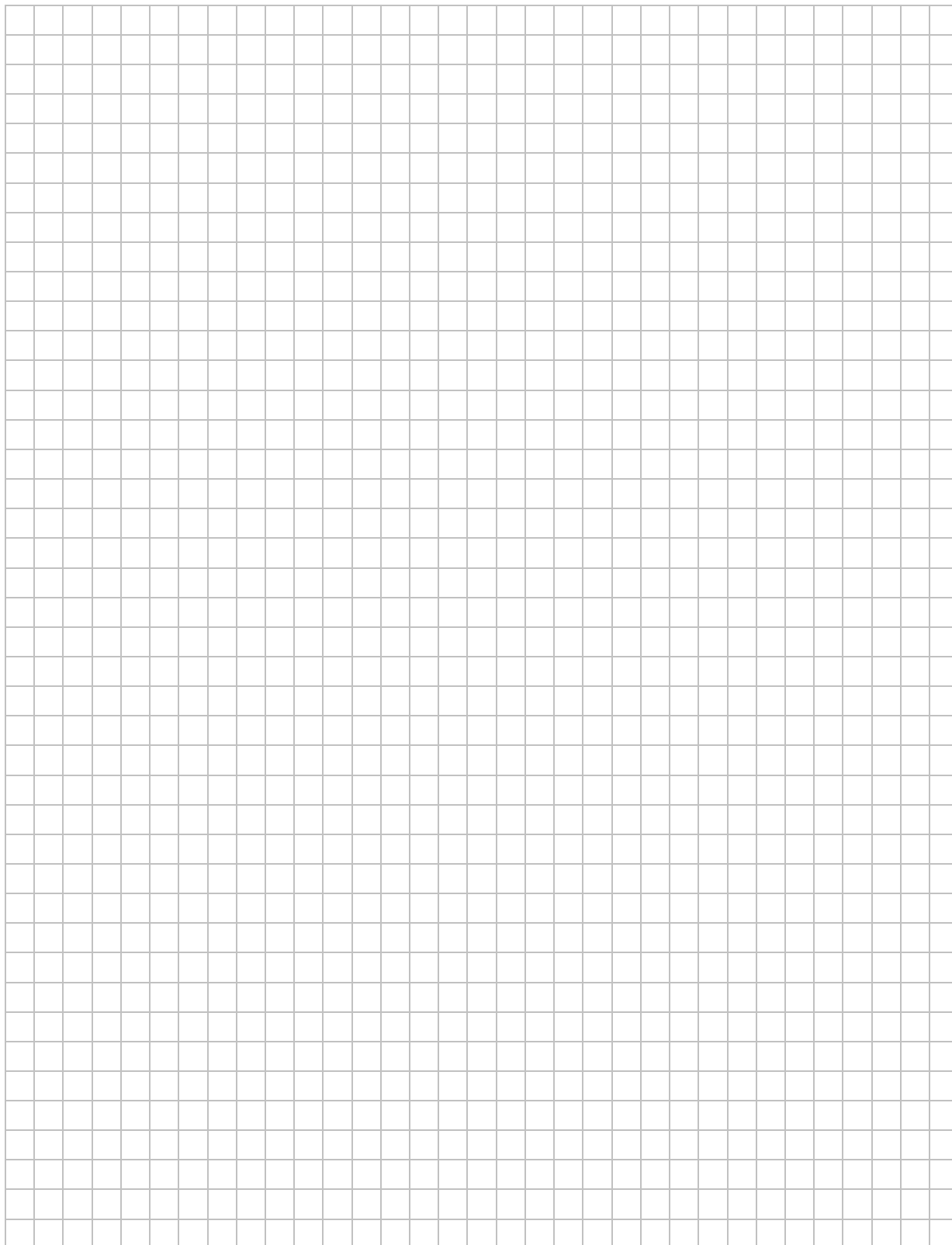


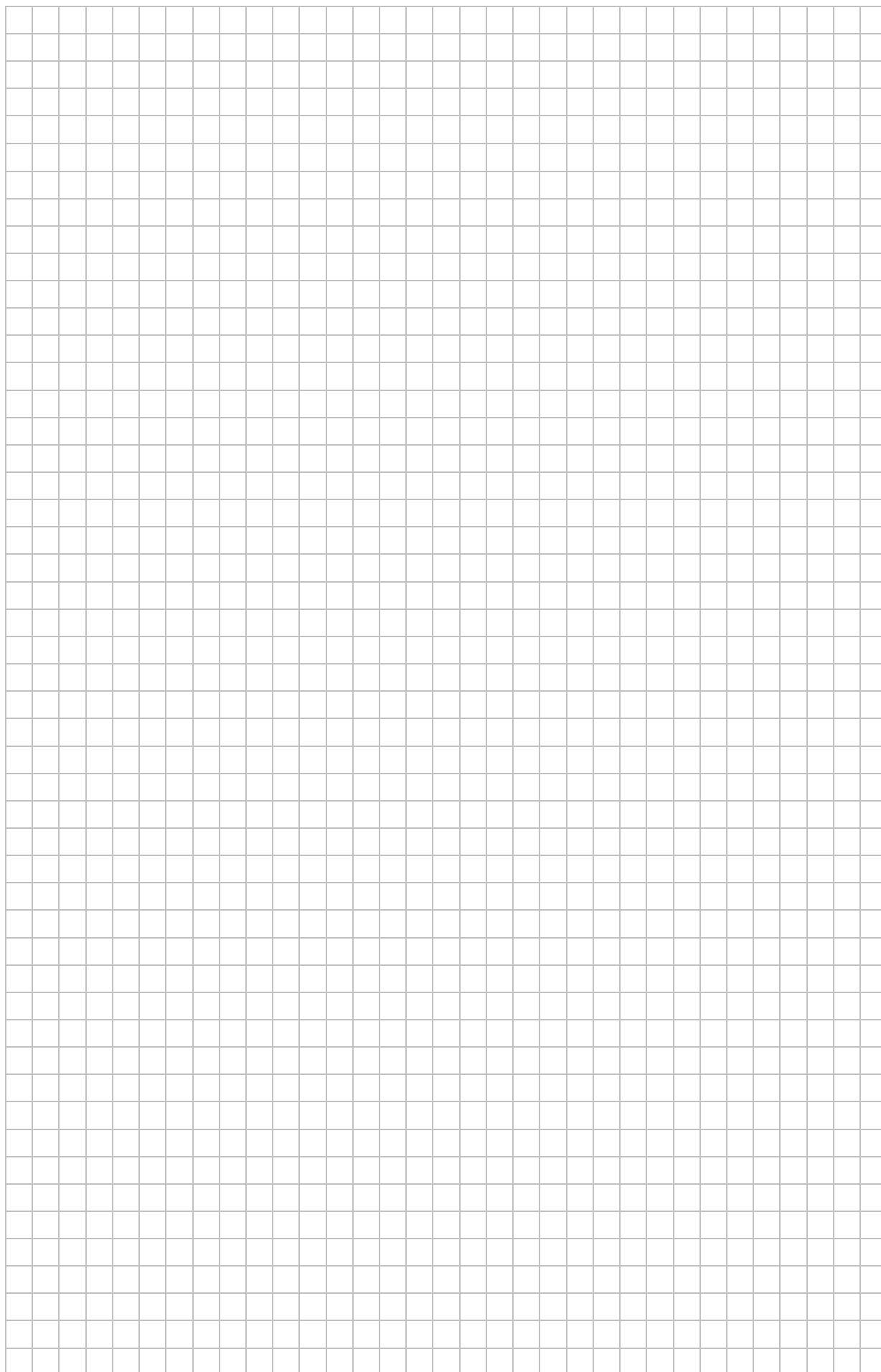


ZADANIE 7 (5 PKT.)

W trójkącie  $ABC$  punkt  $S$  jest środkiem okręgu wpisanego, a punkty  $KLM$  są punktami styczności okręgu wpisanego w trójkąt z bokami  $BC, CA$  i  $AB$  odpowiednio.

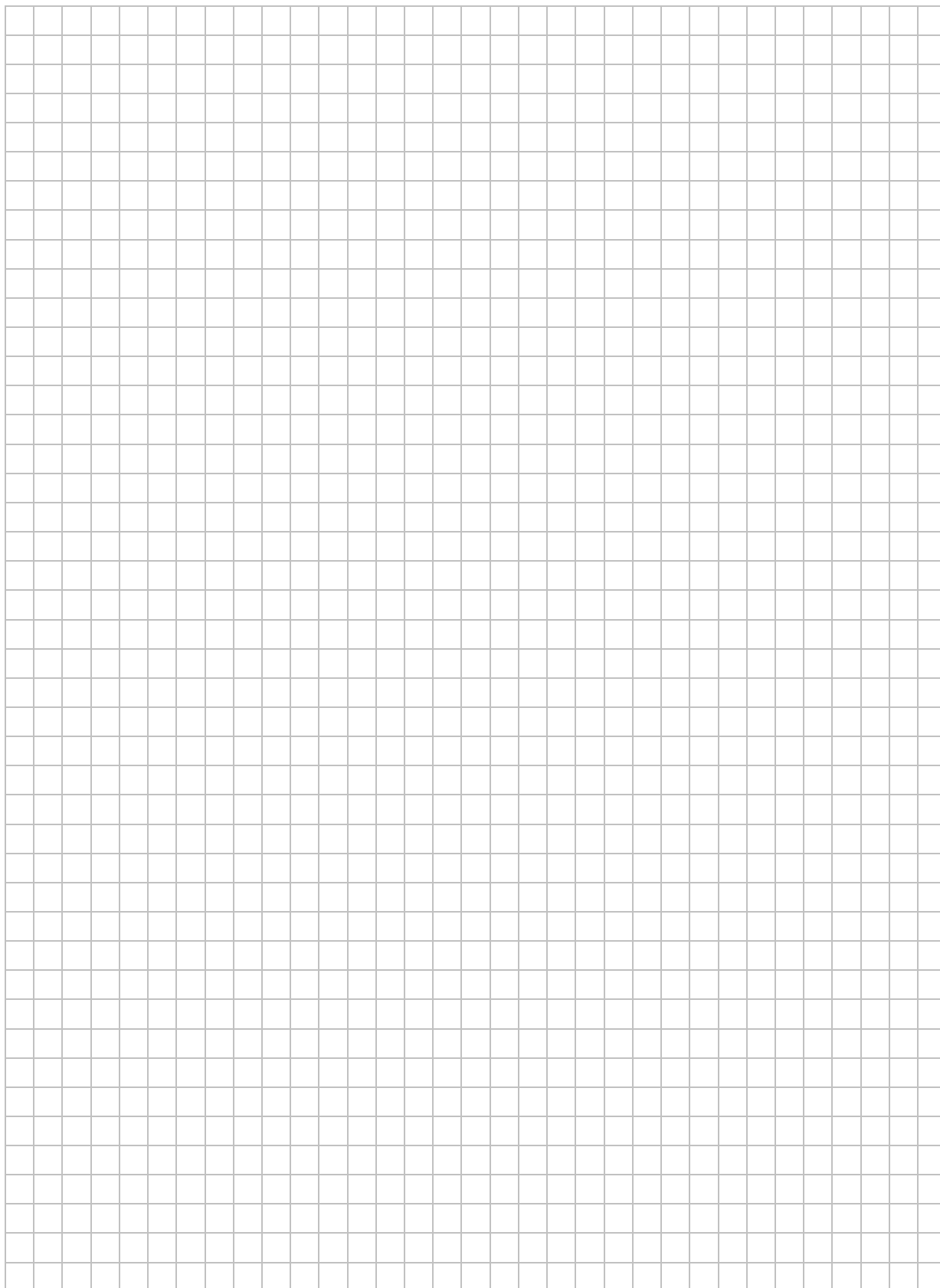
- Uzasadnij, że na czworokącie  $AMSL$  można opisać okrąg.
- Wiedząc, że  $|\angle CAB| = 38^\circ$  oraz  $|\angle ABC| = 58^\circ$  oblicz miary kątów trójkąta  $KLM$ .

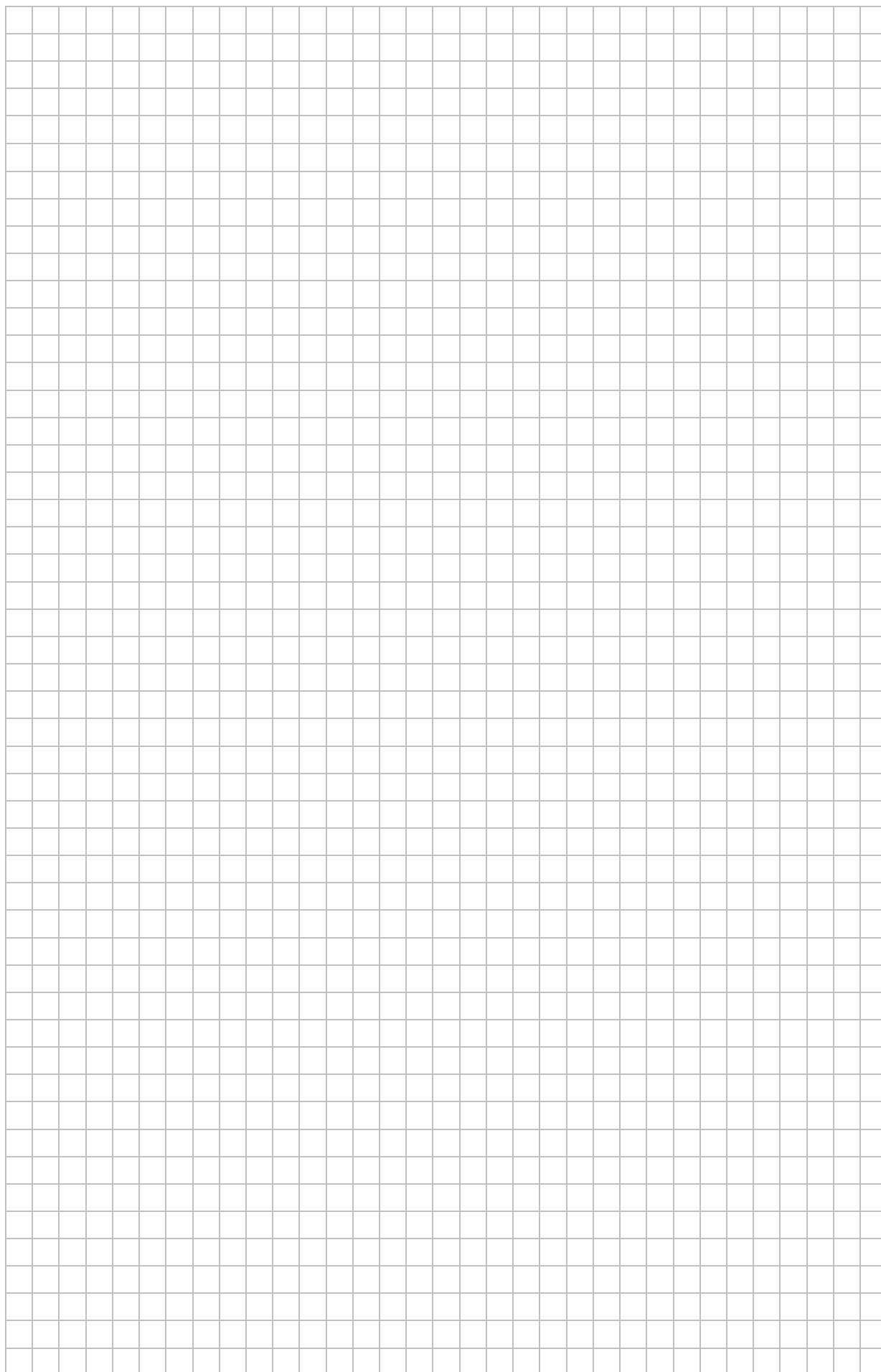




ZADANIE 8 (6 PKT.)

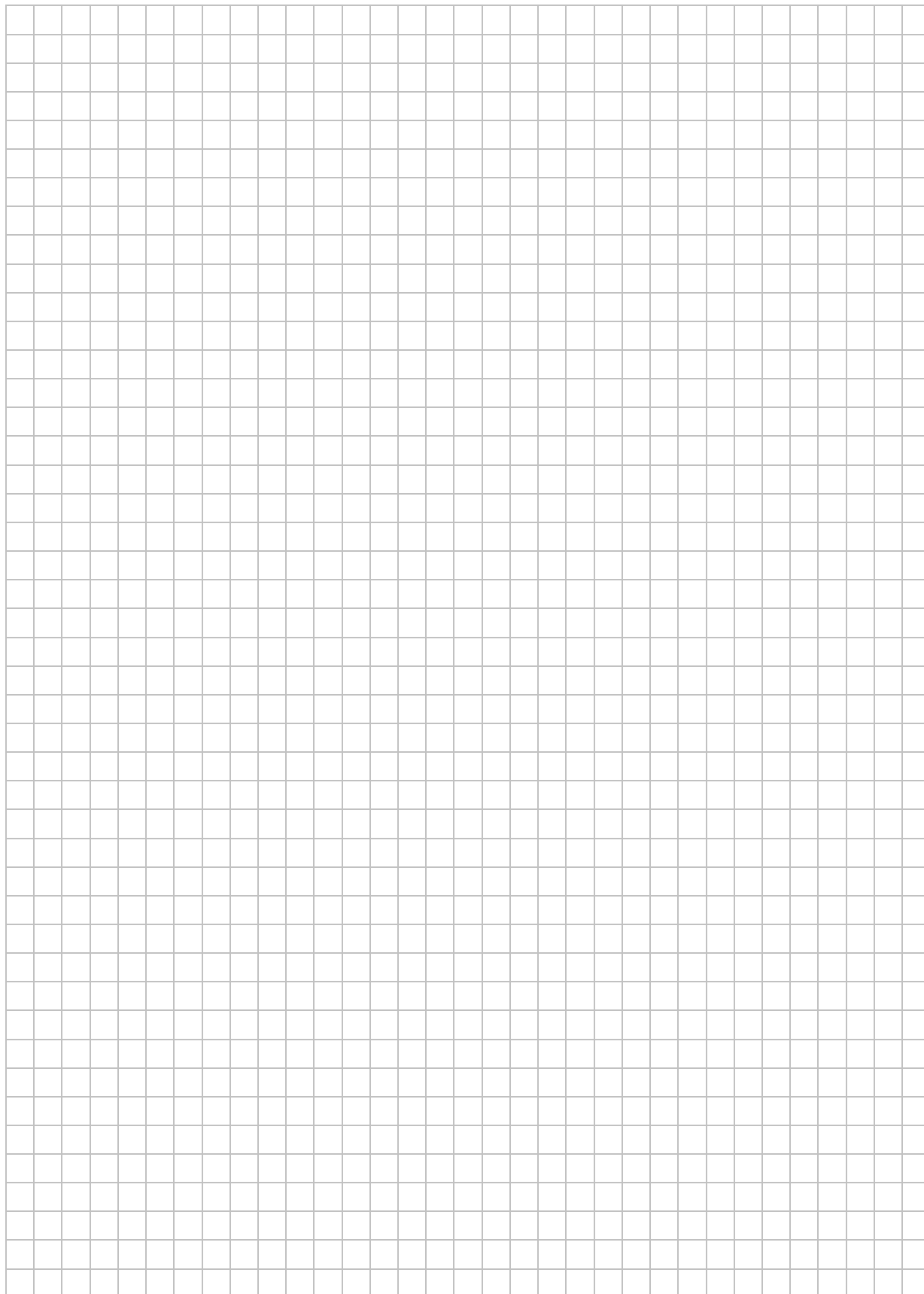
Do woreczka wrzucono 3 monety 5 złotych, 4 monety 2 złotych, 2 monety 1 złotowe oraz 8 monet 50 groszowych. Karol losowo wyjmuję z woreczka 10 monet. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosuje w ten sposób co najmniej 10 zł? Wynik podaj z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.





## ZADANIE 9 (4 PKT.)

Podstawą graniastopu prostego  $ABCDA'B'C'D'$  jest równoległobok  $ABCD$  o bokach długości  $|AB| = 5$  i  $|BC| = 4$ . Oblicz długość wysokości  $A'A$  graniastopu jeżeli  $|\angle A'BC| = 105^\circ$  oraz  $|\angle A'CB| = 45^\circ$ .



ZADANIE 10 (5 PKT.)

Rozwiąż równanie  $\frac{2\sin^2 x + (\sqrt{3}-1)\sin 2x}{1+\cos 2x} = \sqrt{3}$ .

