

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

6 MARCA 2021

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte**ZADANIE 1 (1 PKT)**

Nieskończony malejący ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, spełnia warunki:

$$a_1 = \frac{3}{2} \quad \text{i} \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_{n-1} \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A) $\frac{2}{3}$ B) $2 + \sqrt{2}$ C) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $3 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\operatorname{tg} 75^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 75^\circ}$ jest równa

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ C) 4 D) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Mamy dwie urny. W pierwszej jest 5 kul białych i 5 kul czarnych, w drugiej są 3 kule białe i 7 kul czarnych. Rzucamy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek, od jednego oczka do sześciu oczek. Jeśli w wyniku rzutu otrzymamy ściankę z liczbą oczek podzielną przez 3, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – losujemy jedną kulę z drugiej urny. Wtedy prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

- A) $\frac{13}{30}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{11}{30}$ D) $\frac{13}{15}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Granica $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3-2n^4)^3}{(2-3n^3)^4}$ jest równa

- A) $\frac{16}{27}$ B) $-\frac{243}{128}$ C) $\frac{243}{16}$ D) $-\frac{8}{81}$

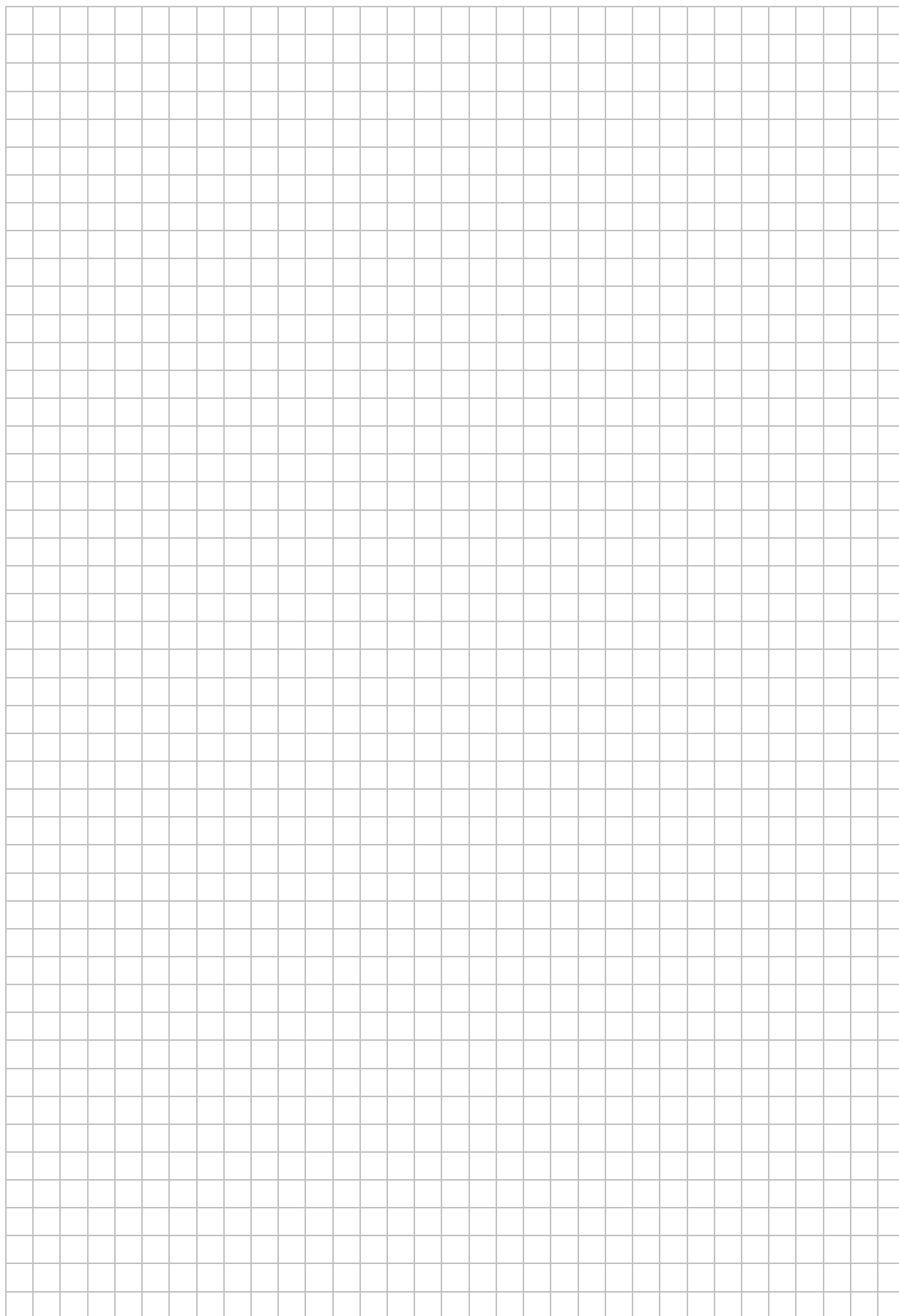
ZADANIE 5 (2 PKT)

Suma dwóch liczb jest równa $\sqrt{7}$, a ich różnica jest równa $\sqrt{3}$. Wykaż, że iloczyn tych liczb jest liczbą całkowitą.



ZADANIE 6 (3 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{x}{2}} \frac{15x-2x^2-x^3}{x^3+3}$



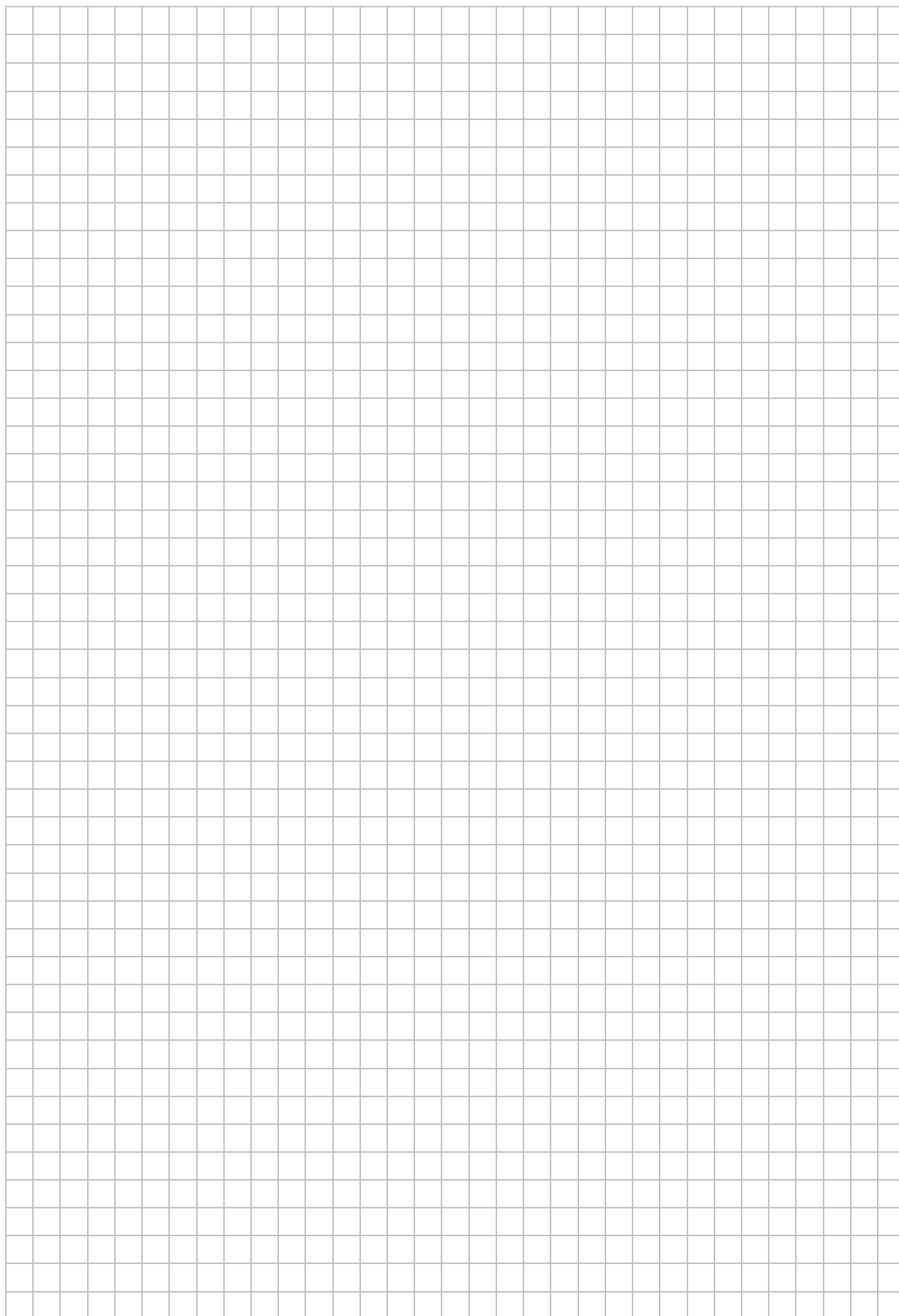
ZADANIE 7 (3 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^9 + 4a^2x^7 + 12ax^2 + 6x$ przez dwumian $(x + 1)$ jest równa 2. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x - 1)$.



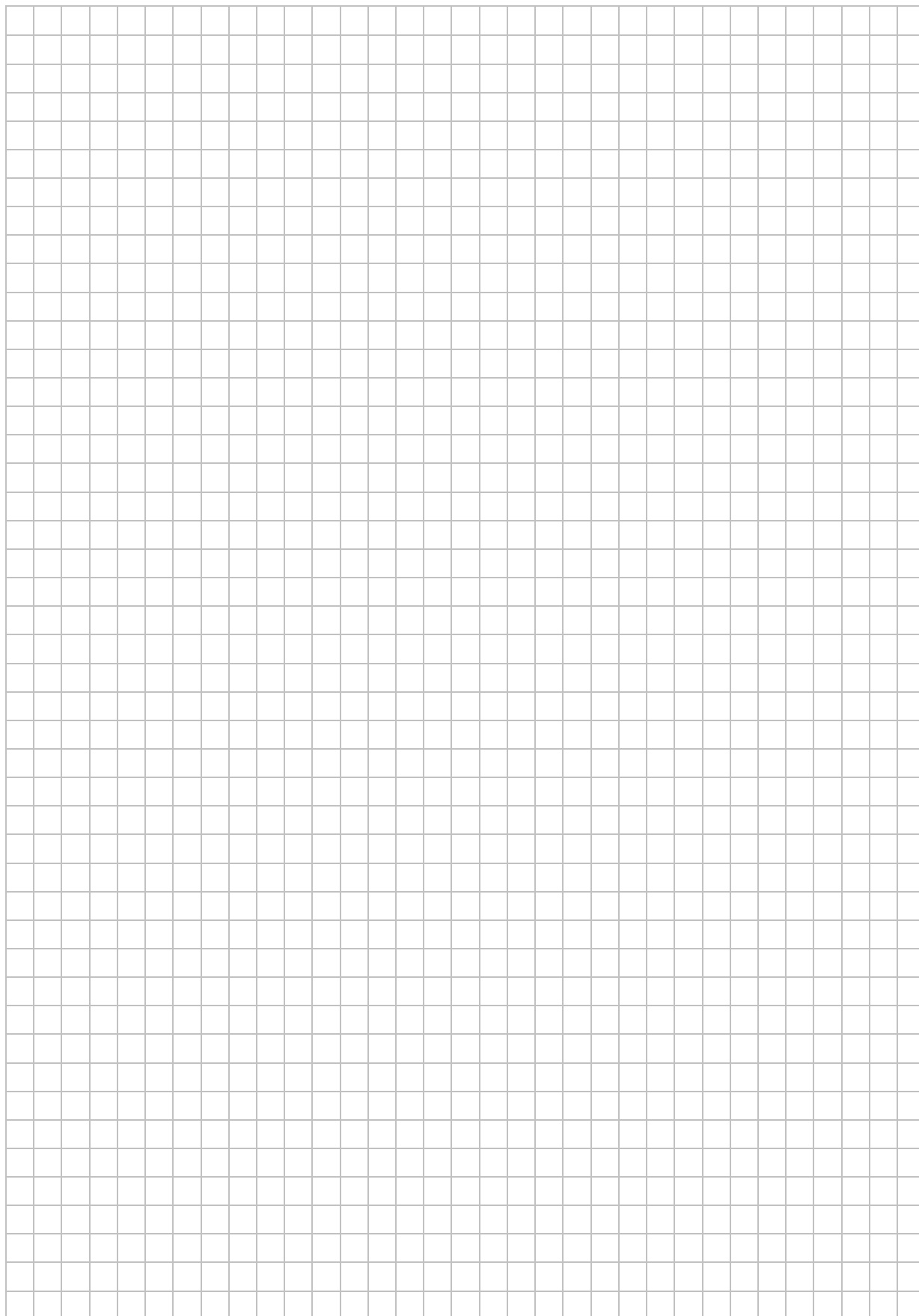
ZADANIE 8 (4 PKT)

Wyznacz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{x^2+1}{x-3}$ określonej dla $x \neq 3$.



ZADANIE 9 (3 PKT)

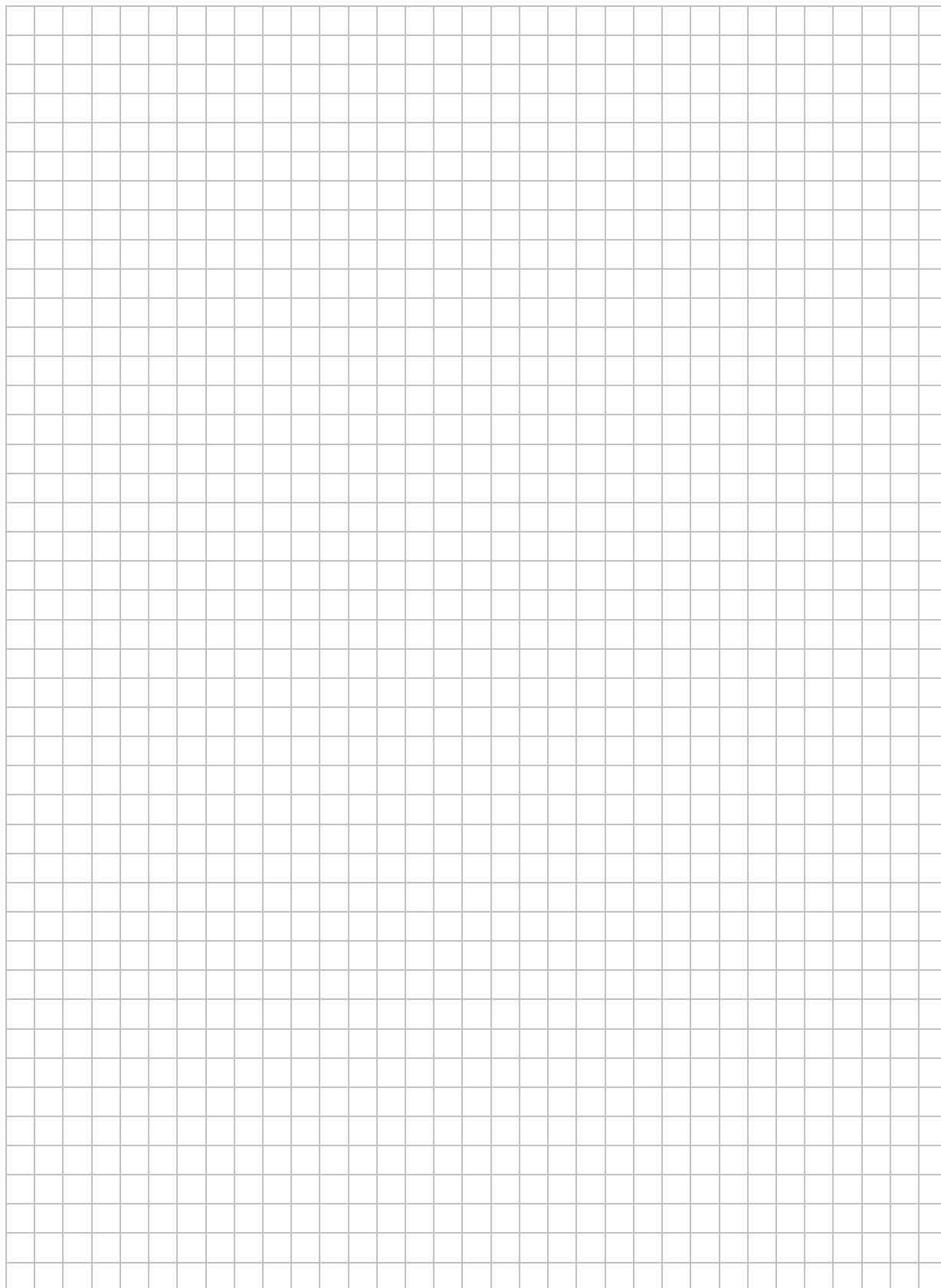
Miara kąta wewnętrznego n -kąta foremnego jest o 3° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n + 6)$ -kąta foremnego. Oblicz n .



ZADANIE 10 (4 PKT)

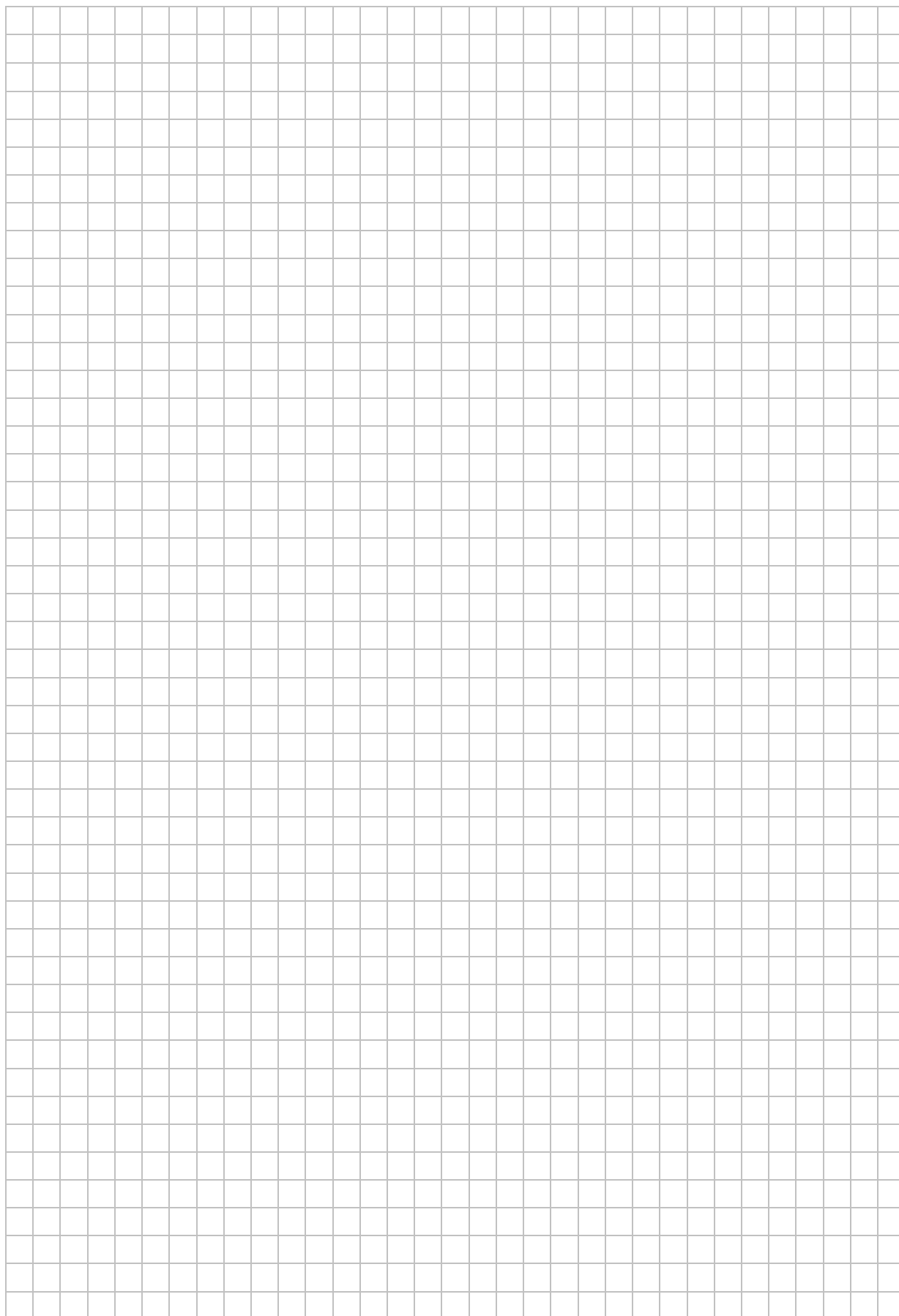
Dane jest równanie kwadratowe $x^2 - (3m - 1)x + 2m^2 + 3m - 20 = 0$ z niewiadomą x . Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których różne rozwiązania x_1 i x_2 tego równania istnieją i spełniają warunek

$$3x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 = 338.$$



ZADANIE 11 (4 PKT)

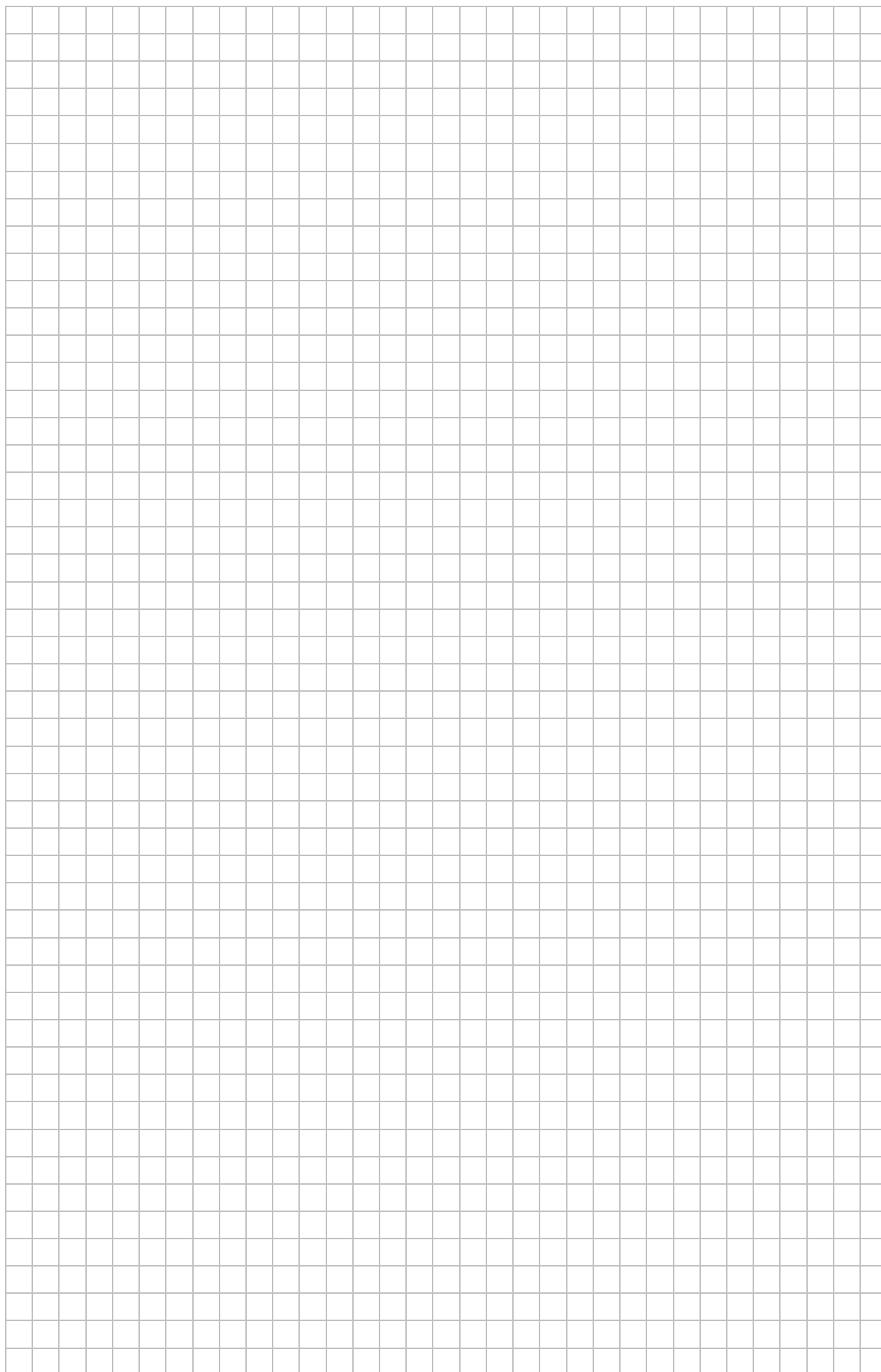
Rozwiąż równanie $3 \operatorname{tg} x \sin x = 3 \cos x - 2\sqrt{3} \sin x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



ZADANIE 12 (5 PKT)

Punkt styczności okręgu o promieniu r wpisanego w trapez równoramienny dzieli ramię trapezu w stosunku 2:5. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.





ZADANIE 13 (5 PKT)

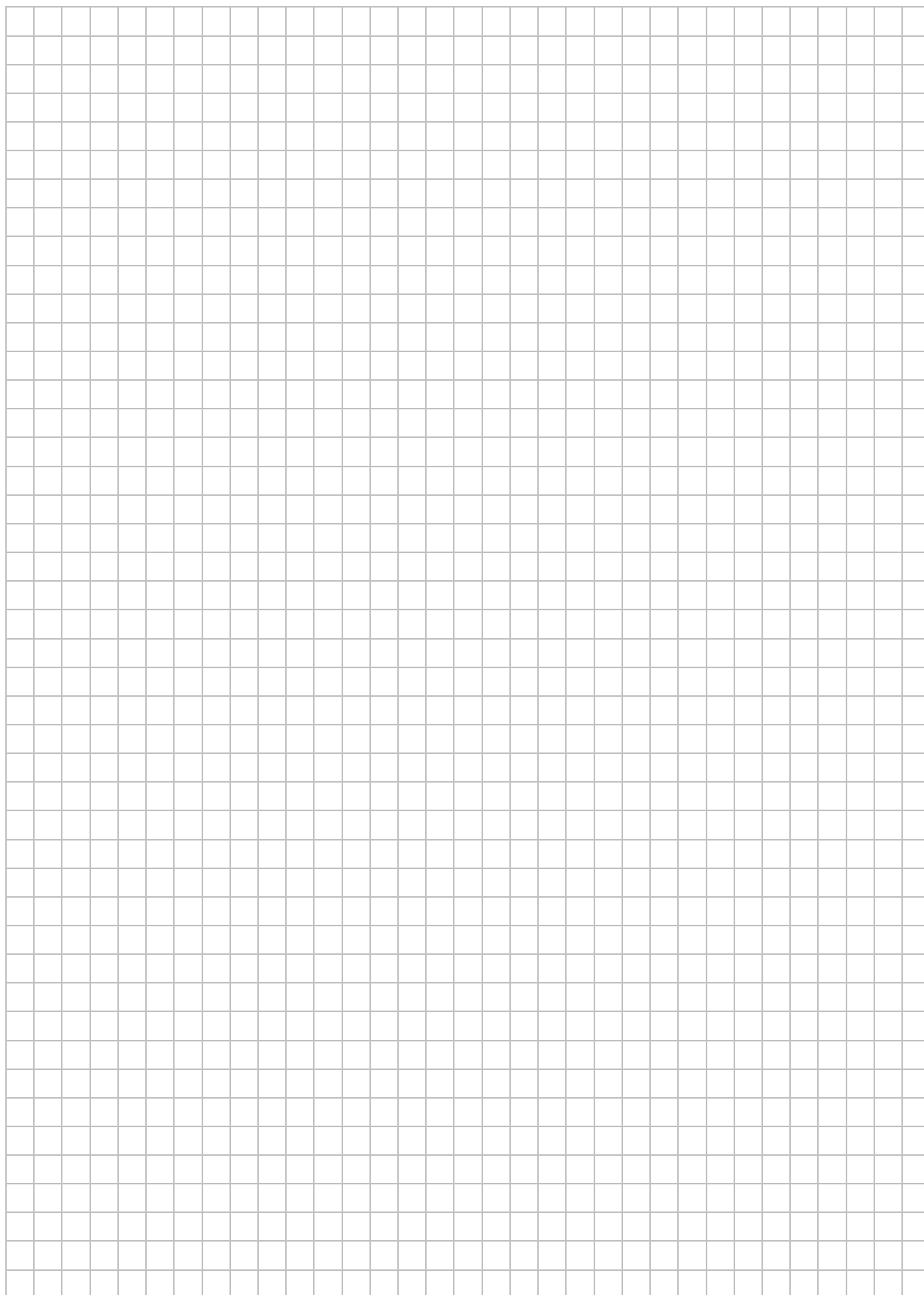
W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy. Oblicz cosinus kąta utworzonego przez dwie sąsiednie ściany boczne.





ZADANIE 14 (6 PKT)

Wierzchołki trójkąta ABC mają współrzędne: $A = (-6, 3)$, $B = (-2, -5)$, $C = (3, 0)$. Okrąg o jest styczny do prostej AC , a jego środek jest punktem przecięcia się wysokości trójkąta ABC . Okrąg o przecina prostą BC w punkcie $D \neq B$. Oblicz iloraz $|BD| : |DC|$.





ZADANIE 15 (7 PKT)

Dany jest okrąg o środku S i promieniu 12. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku S_1 i promieniu x oraz drugi o środku S_2 i promieniu $3x$, o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku S i promieniu 12;
- punkty: S, S_1, S_2 nie leżą na jednej prostej.

Zapisz pole trójkąta SS_1S_2 jako funkcję zmiennej x . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.

