PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

21 KWIETNIA 2012

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (3 PKT.)

Która liczba jest większa 2^{791}, czy 5^{339}?

ZADANIE 2 (5 PKT.)

Rozwiąż równanie $||x^2-4|-x|=2$.

ZADANIE 3 (3 PKT.)

Przez środek S cięciwy AB okręgu poprowadzono cięciwę CD, przy czym $|CS| = x$ i $|DS| = y$. Oblicz długość cięciwy AB.

ZADANIE 4 (5 PKT.)

Rozwiąż równanie $\sin 4x \cos 2x + 16 \sin x \cos^3 x = 4 \sin 2x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 5 (3 PKT.)

Uzasadnij, że jeżeli a, b, c, d są liczbami dodatnimi to

$$\sqrt{(a+c)(b+d)} \geqslant \sqrt{ab} + \sqrt{cd}.$$

ZADANIE 6 (5 PKT.)

Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), w którym $a_n \neq 0$ dla $n \geqslant 1$ spełniają warunek

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + 4a_n \quad \text{dla } n \geqslant 1.$$

Wykaż, że wyrazy tego ciągu spełniają również warunek

$$a_{n+3} = 4a_{n+2} - 8a_n \quad \text{dla } n \geqslant 1.$$

ZADANIE 7 (6 PKT.)

Dany jest romb $ABCD$ o boku długości 1, w którym kąt BAD jest ostry i $\sin\measuredangle BAD = \frac{1}{7}$. Na bokach AB, AD i BC wybrano odpowiednio punkty K, L i M w ten sposób, że odcinki KL i KM są równoległe do przekątnych rombu.

a) Oblicz pole czworokąta $CDLM$.

b) Oblicz największą możliwą wartość pola trójkąta KLM.

ZADANIE 8 (4 PKT.)

Wykaż, że dla dowolnych punktów płaszczyzny A, B, C, D, E, F spełniona jest równość.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}.$$

ZADANIE 9 (5 PKT.)

Okrąg wpisany w trójkąt ABC ma równanie $x^2 - 8x + y^2 + 2y = 3$. Oblicz $\operatorname{tg} \measuredangle BAC$ jeżeli $A = (-4, -7)$.

ZADANIE 10 (6 PKT.)

Ostrosłup prawidłowy trójkątny przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy długości a i środek wysokości ostrosłupa. Płaszczyzna ta jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

ZADANIE 11 (5 PKT.)

Liczby ze zbioru $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ustawiamy w przypadkowej kolejności (bez powtórzeń) tworząc liczbę ośmiocyfrową. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania liczby, w której jednocześnie:

– cyfra 1 stoi na lewo od cyfry 2,
– cyfra 3 stoi na lewo od cyfry 4,
– cyfra 5 stoi na lewo od cyfry 6,
– cyfra 7 stoi na lewo od cyfry 8?

Uwaga, w powyższych warunkach nie zakładamy, że odpowiednie cyfry stoją obok siebie, np. liczba 13275846 spełnia wszystkie powyższe warunki.