

ZADANIE 1

Wiedząc, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 2

Wyznacz $\sin 2x$ i $\cos 2x$ jeśli wiadomo że $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ i $\operatorname{tg} x = -5$.

ZADANIE 3

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha + 5 \sin \alpha}$.

ZADANIE 4

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 5

Uzasadnij, że jeżeli $\cos \alpha \neq 0$ to prawdą jest, że $(1 + \sin \alpha) \cdot \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha\right) = \cos \alpha$.

ZADANIE 6

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$ dla $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$.

- a) Rozwiąż równanie $f(x) = 2$.
- b) Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x)$.

ZADANIE 7

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$ oblicz $\sin \alpha \cos \alpha$.

ZADANIE 8

Wyznacz zbiór wartości funkcji: $f(x) = \cos 2x - 2 \sin x$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 9

Kąt α jest kątem ostrym. Wiedząc, że $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

ZADANIE 10

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$, oblicz $\operatorname{tg}^2 \alpha + \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2$.

ZADANIE 11

Wiedząc, że $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$, oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 12

Dana jest funkcja $f(x) = \sin^2 x + \cos x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- Rozwiąż równanie $f(x) = 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.
- Wyznacz największą wartość funkcji f .

ZADANIE 13

Kąt α jest ostry oraz $12 \sin \alpha - 5 \cos \alpha = 0$. Oblicz $\frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 14

Uzasadnij, że jeżeli α jest kątem ostrym, to $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

ZADANIE 15

Kąt α jest taki, że $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia $|\cos \alpha - \sin \alpha|$.

ZADANIE 16

Rozwiąż równanie $4 \cos^2 x = 4 \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 17

Rozwiąż równanie $2 \cos^3 x - 3 \sin^2 x = 2 \cos x - 3$.

ZADANIE 18

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 2 = 2\sqrt{2} \cos x$.

ZADANIE 19

Dla jakich wartości parametru k równanie $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{2k+1}{k-1}$ ma rozwiązanie?

ZADANIE 20

Rozwiąż równanie $4 \cos^4 x - 7 \cos^2 x + 3 = 0$.

ZADANIE 21

Rozwiąż równanie $3 + \sin x \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg}^2 x + 3 \sin x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 22

Rozwiąż równanie $3 \operatorname{tg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 3 = 0$.

ZADANIE 23

Wyznacz zbiór wartości parametru m , dla których równanie: $\cos 2x - \cos x = m$ ma rozwiązania.

ZADANIE 24

Rozwiąż równanie $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{2}$.

ZADANIE 25

Rozwiąż nierówność $2 \cos^2 x + \sin x > 1$, gdzie $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.