

LOGARYTMY

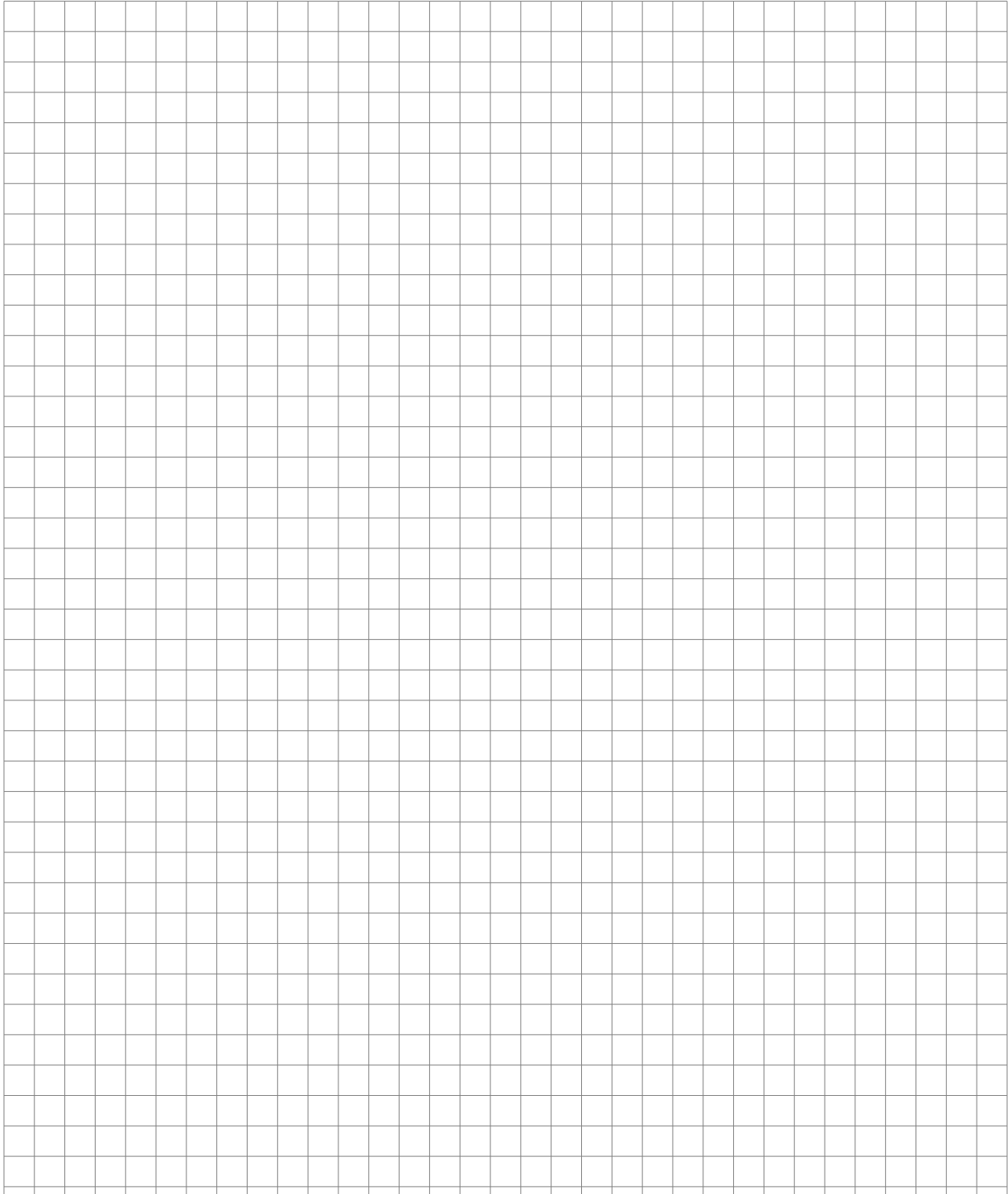
POWTÓRKA PRZED MATURĄ

5 LIPCA 2012

SUMA PUNKTÓW: 105

ZADANIE 1 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{x^4+2x^3+x^2}{x-1+6x^2} < 0$.



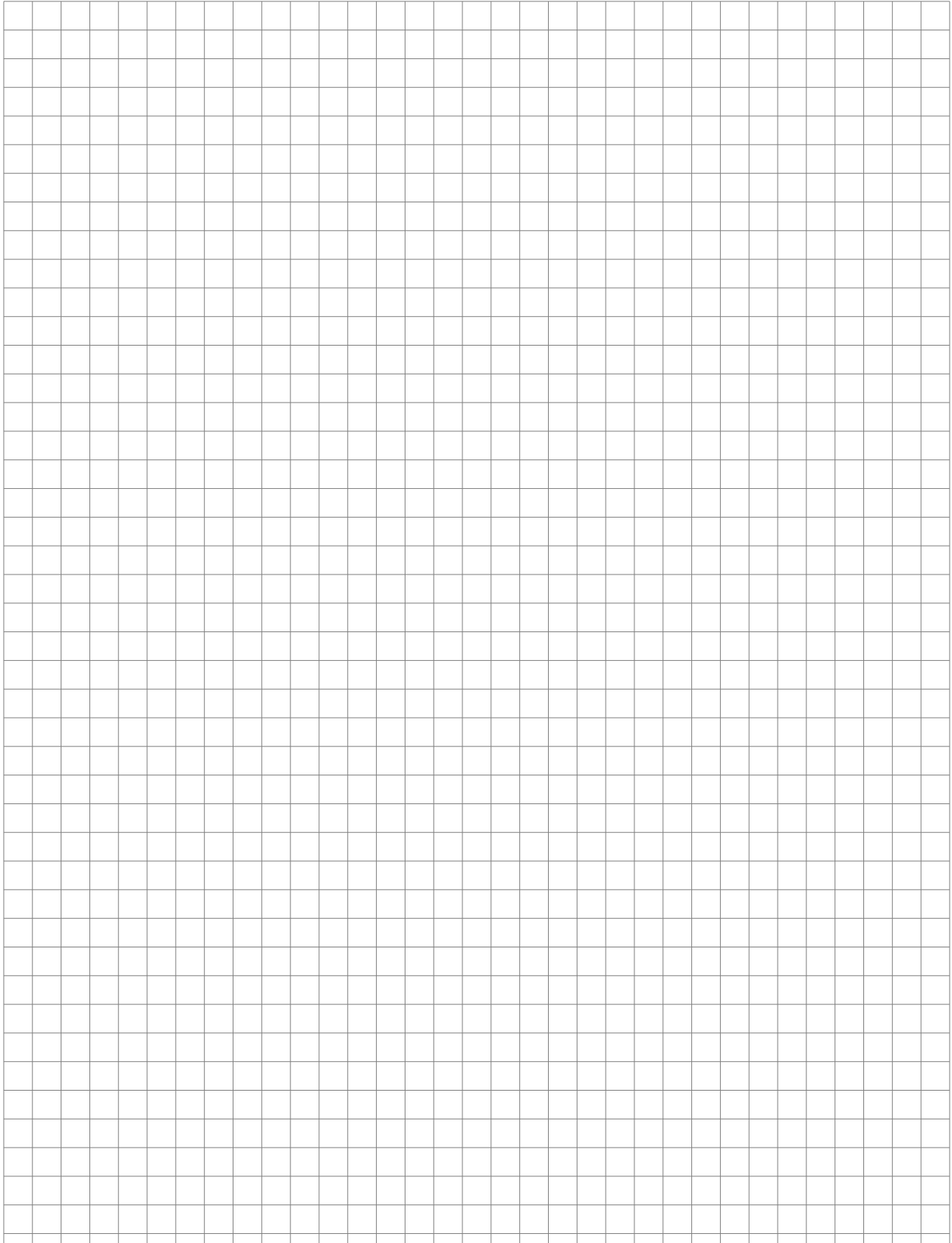
Odp.:

ZADANIE 2 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji

$$f(x) = \log(mx^2 + 4mx + m + 3)$$

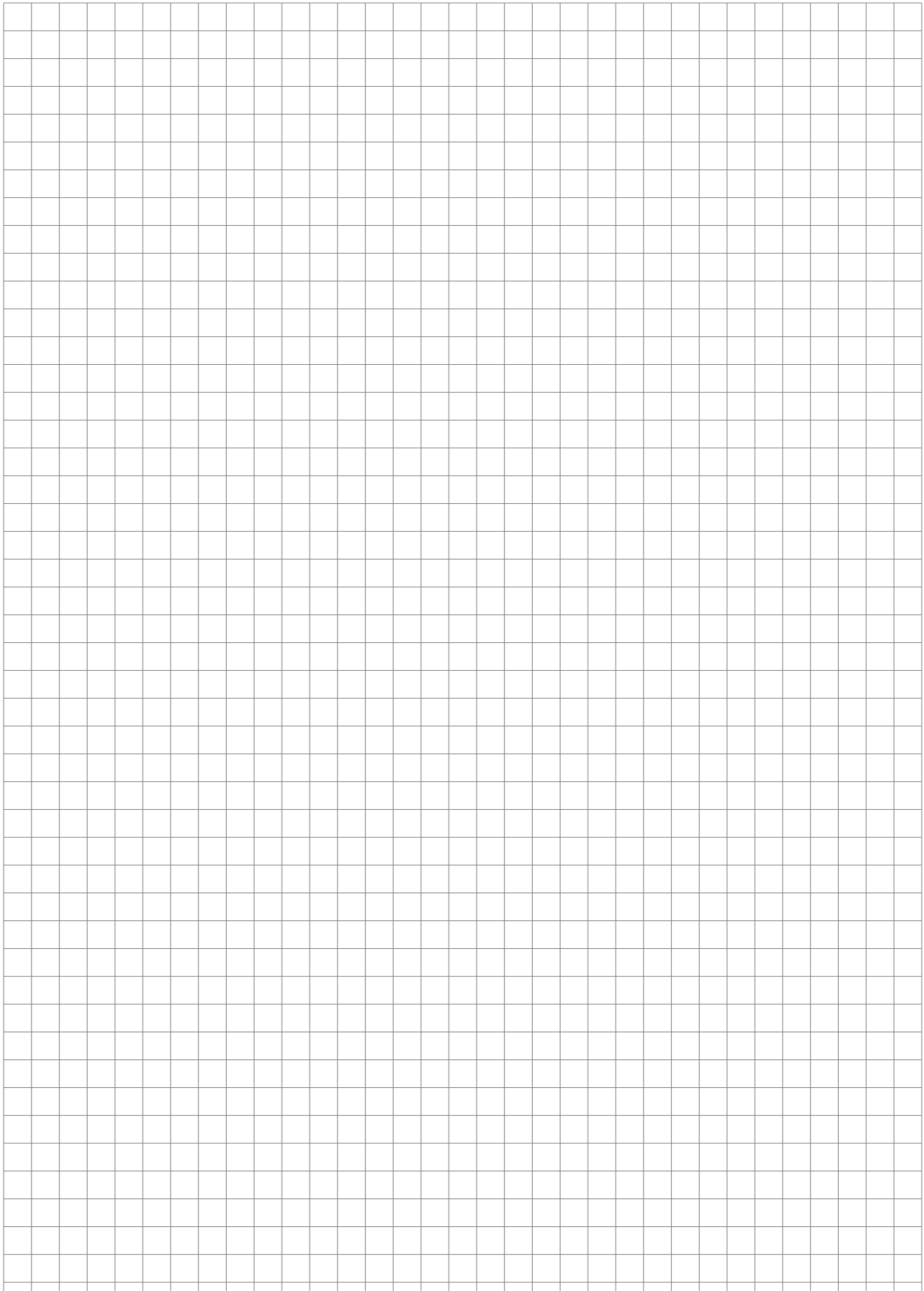
jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.



Odp.:

ZADANIE 3 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = (\log_3 x)^2 + \log_3 \frac{x^3}{3}$ zdefiniowanej na przedziale $(1, +\infty)$.



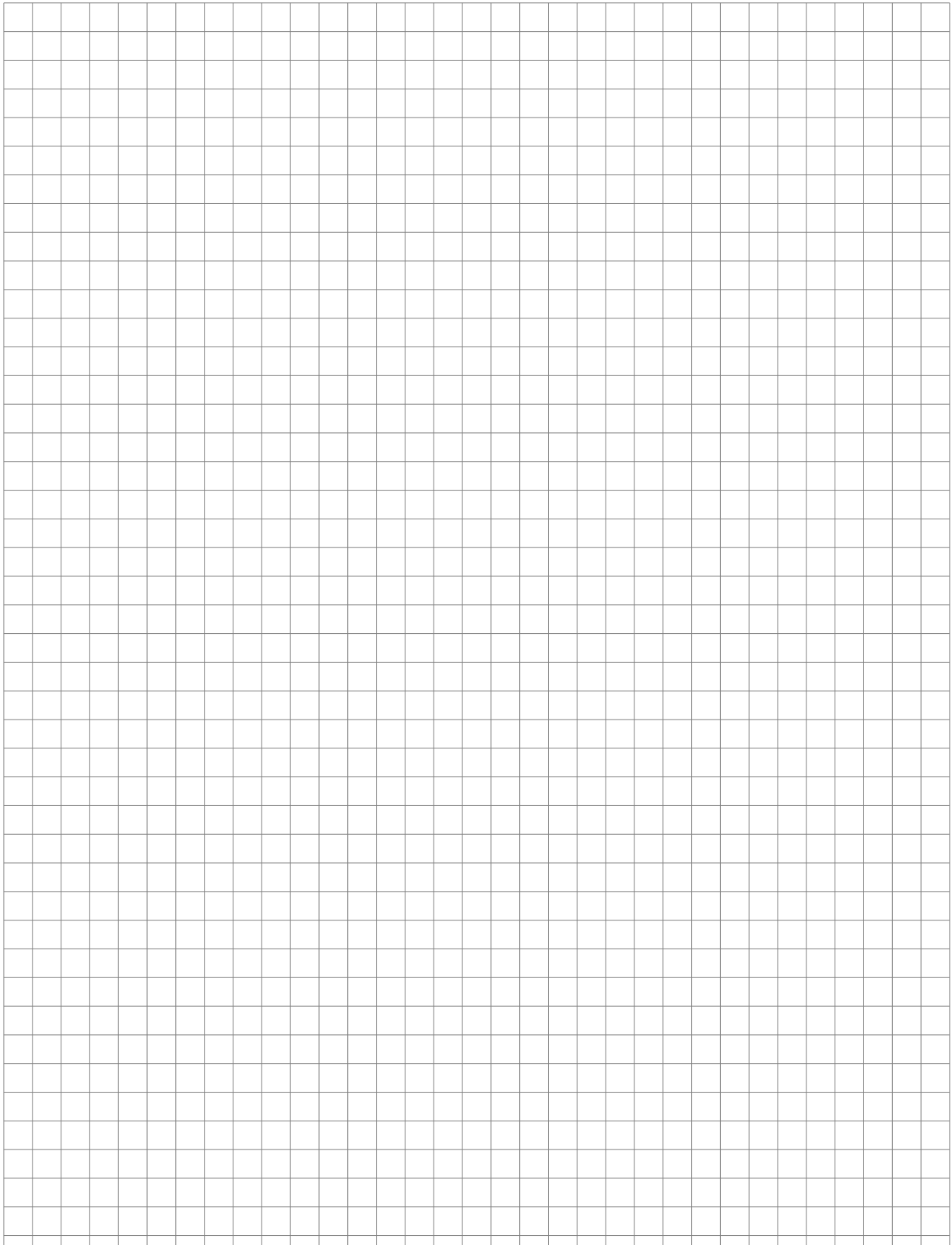
Odp.:

ZADANIE 4 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji

$$f(x) = \log[(m^2 + m - 6)x^2 + (m - 2)x + 1]$$

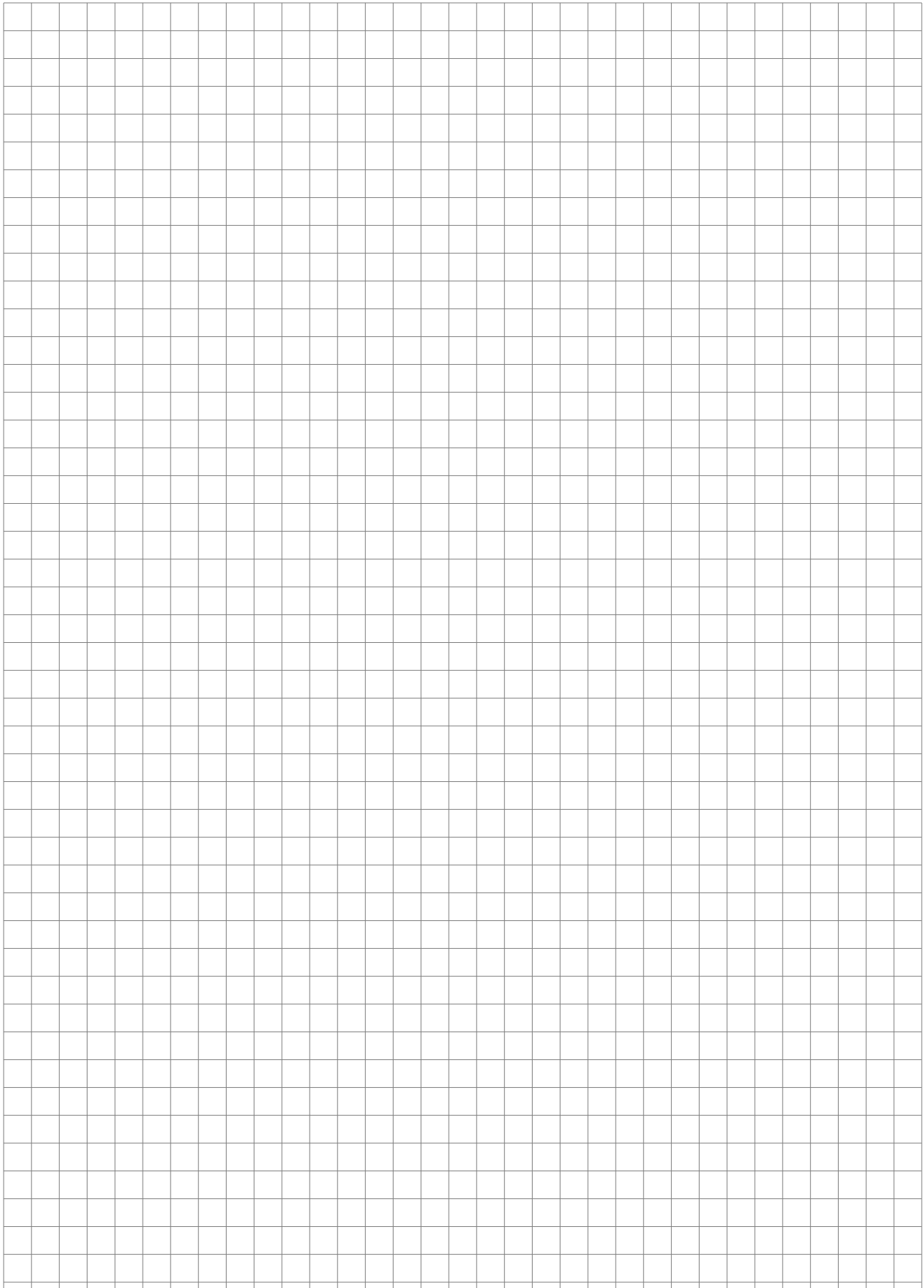
jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.



Odp.:

ZADANIE 5 (5 PKT)

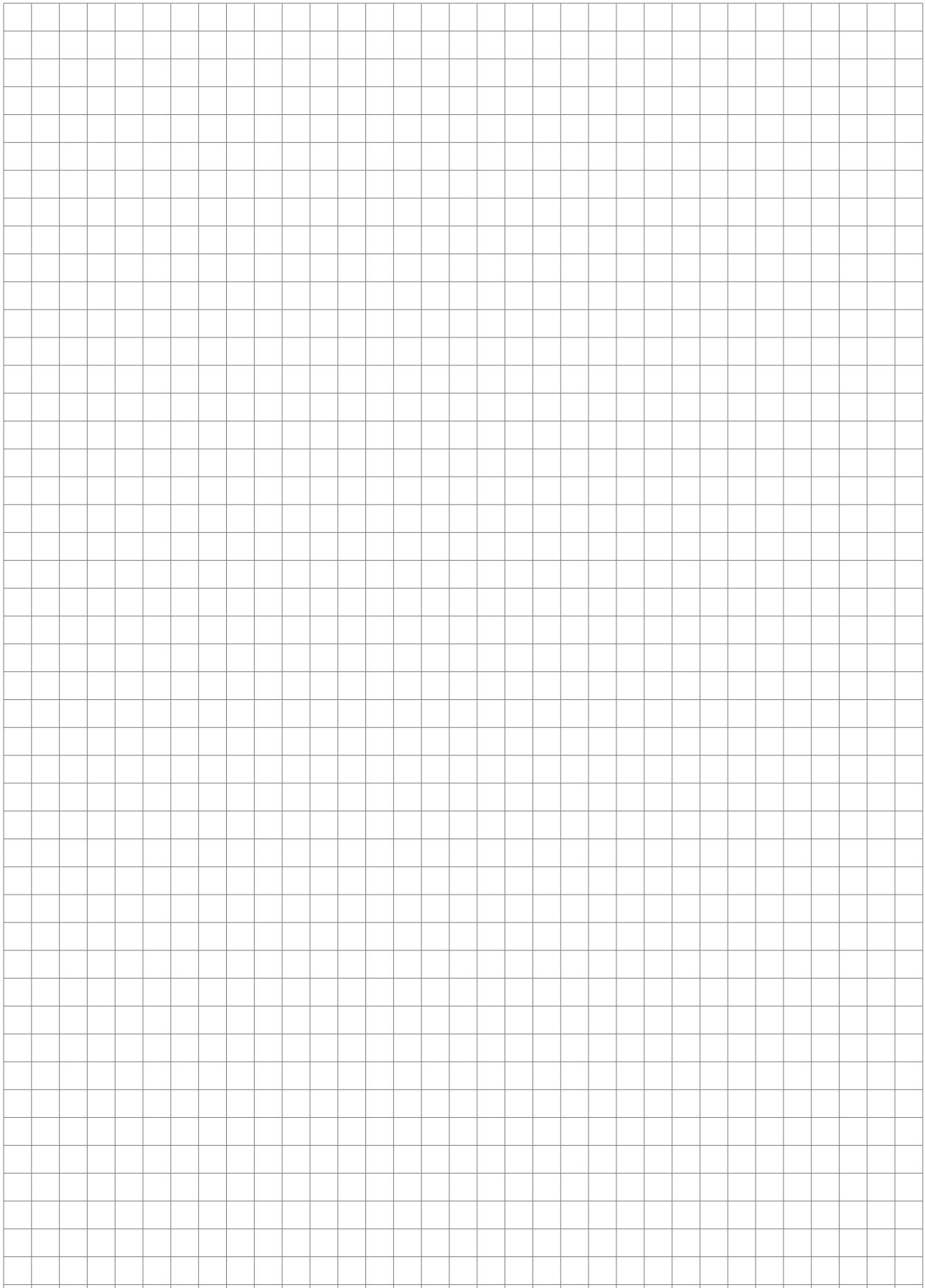
Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_x \frac{x^2-9x+14}{x^2-4}$.



Odp.:

ZADANIE 6 (5 PKT)

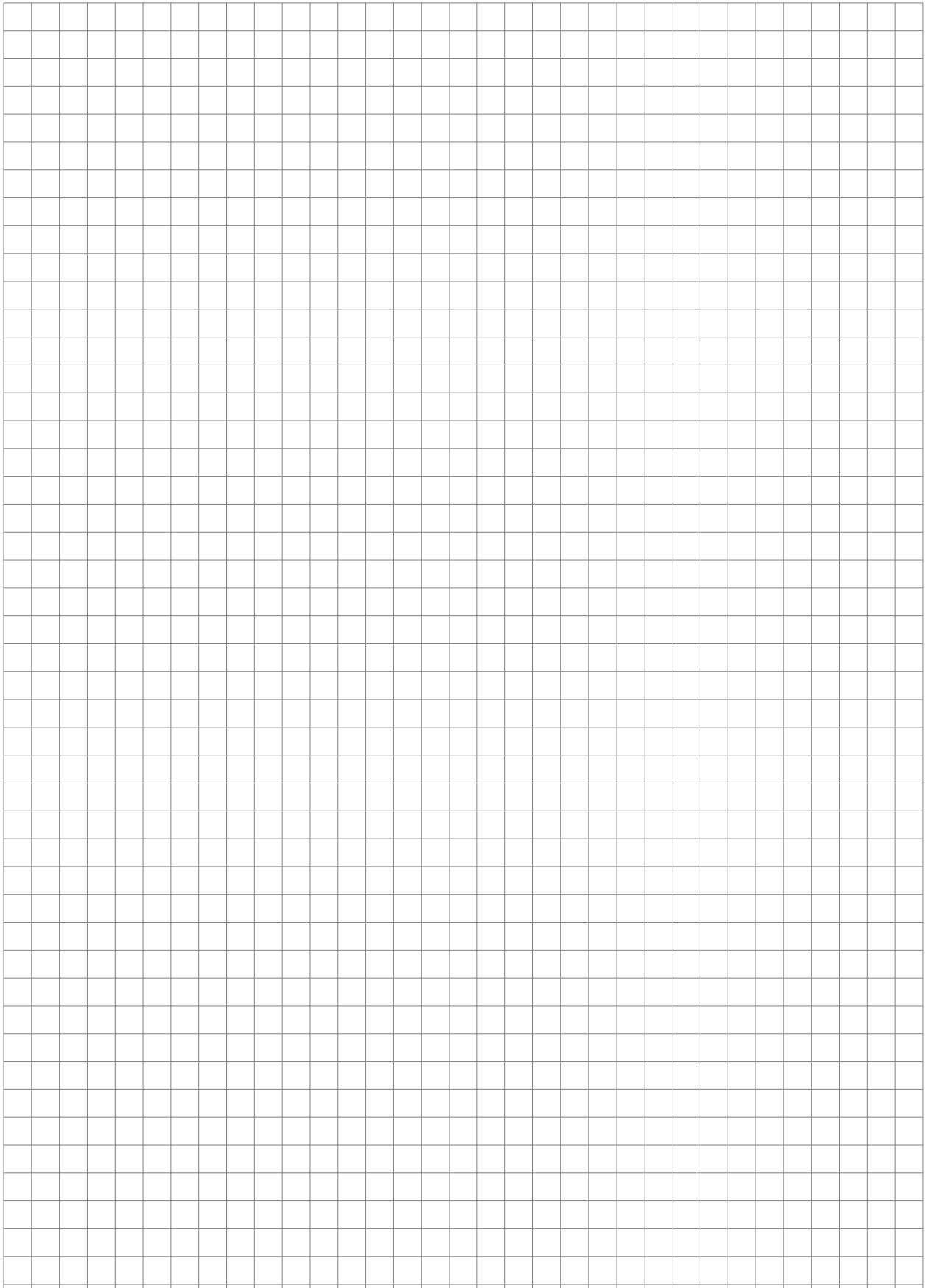
Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{8-2^x}}{\log x}$.



Odp.:

ZADANIE 7 (5 PKT)

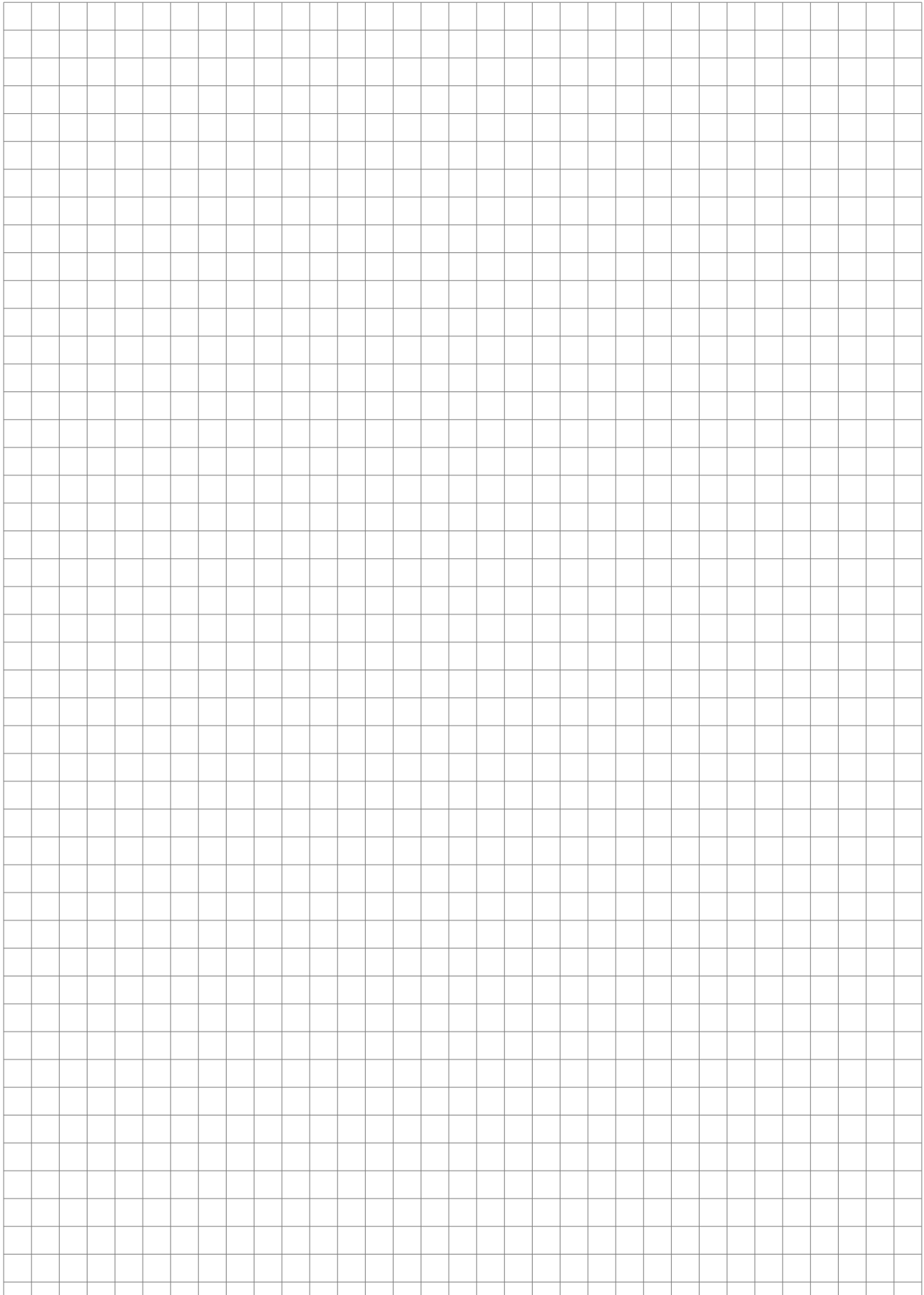
Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$.



Odp.:

ZADANIE 8 (5 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{2\cos x}(9 - x^2)$ i zapisz ją w postaci sumy przedziałów liczbowych.

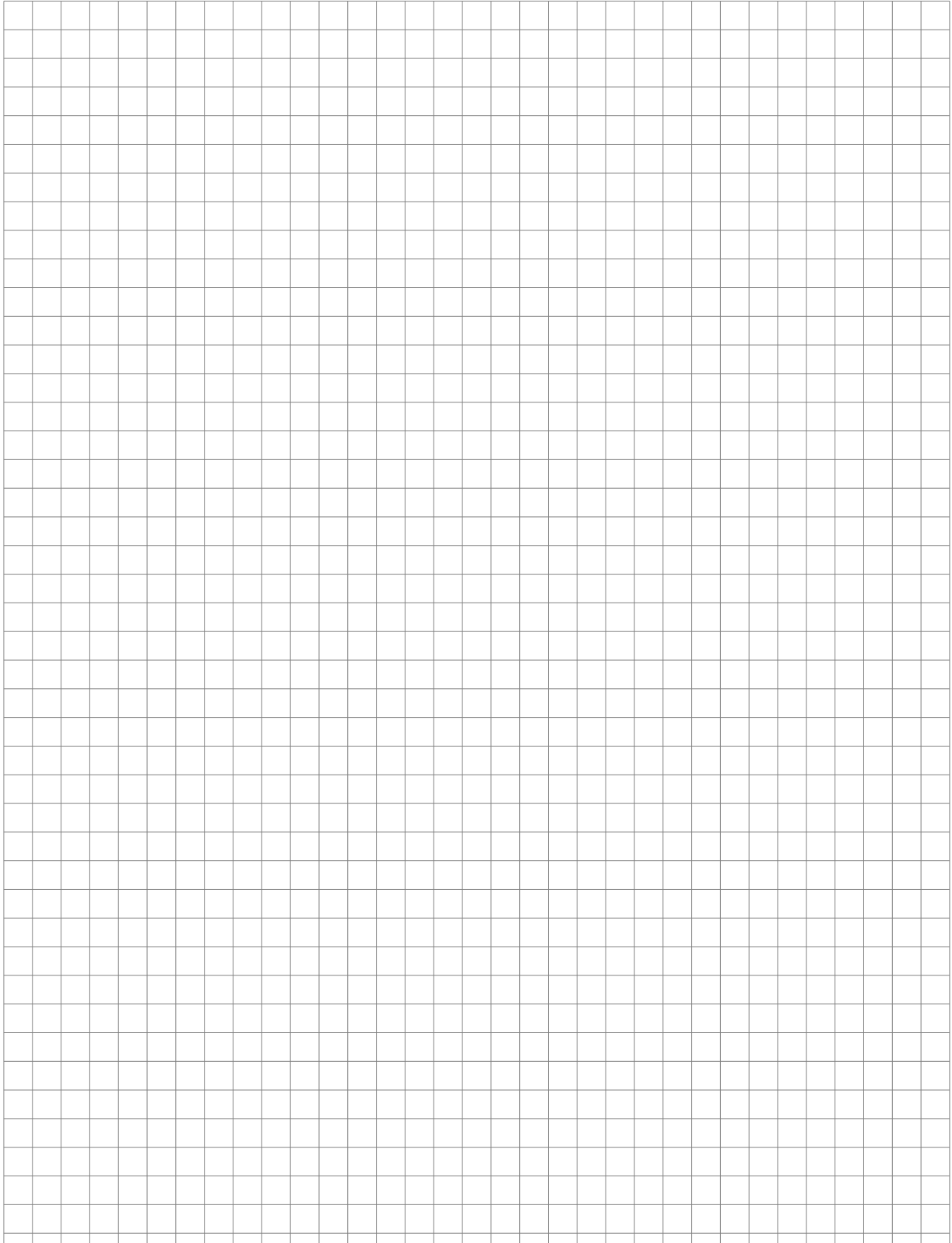


Odp.:

ZADANIE 9 (5 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji

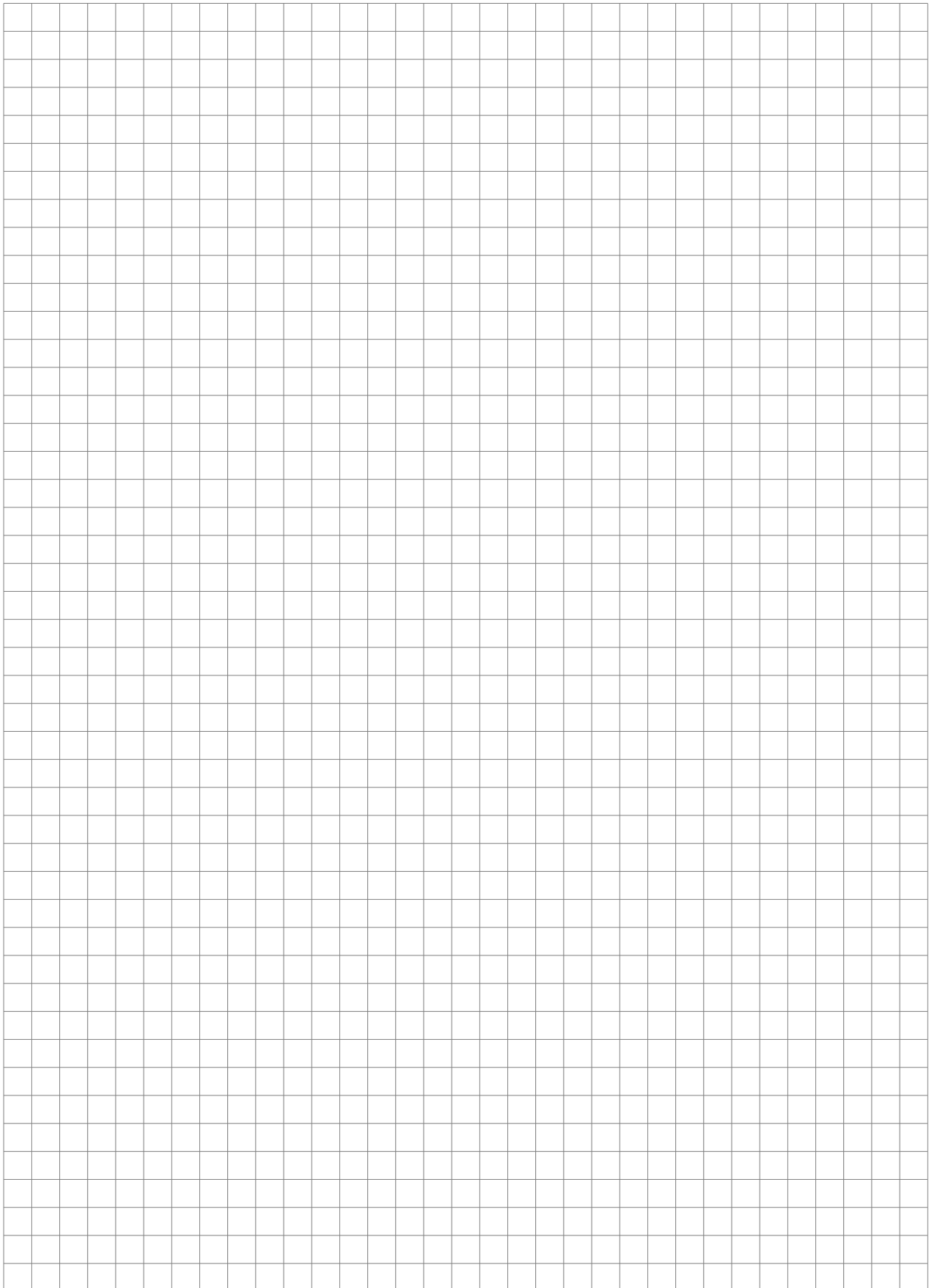
$$y = \sqrt{x^3 - 3x^2 - 4x + 12} + \log_{5-x} \left(\frac{x-2}{5} + \frac{2x-4}{5} + \frac{3x-6}{5} + \dots + \frac{10x-20}{5} \right)$$



Odp.:

ZADANIE 10 (5 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{3-x}{2+x}} \left(\frac{x^2-x-2}{x-2} \right)^3$

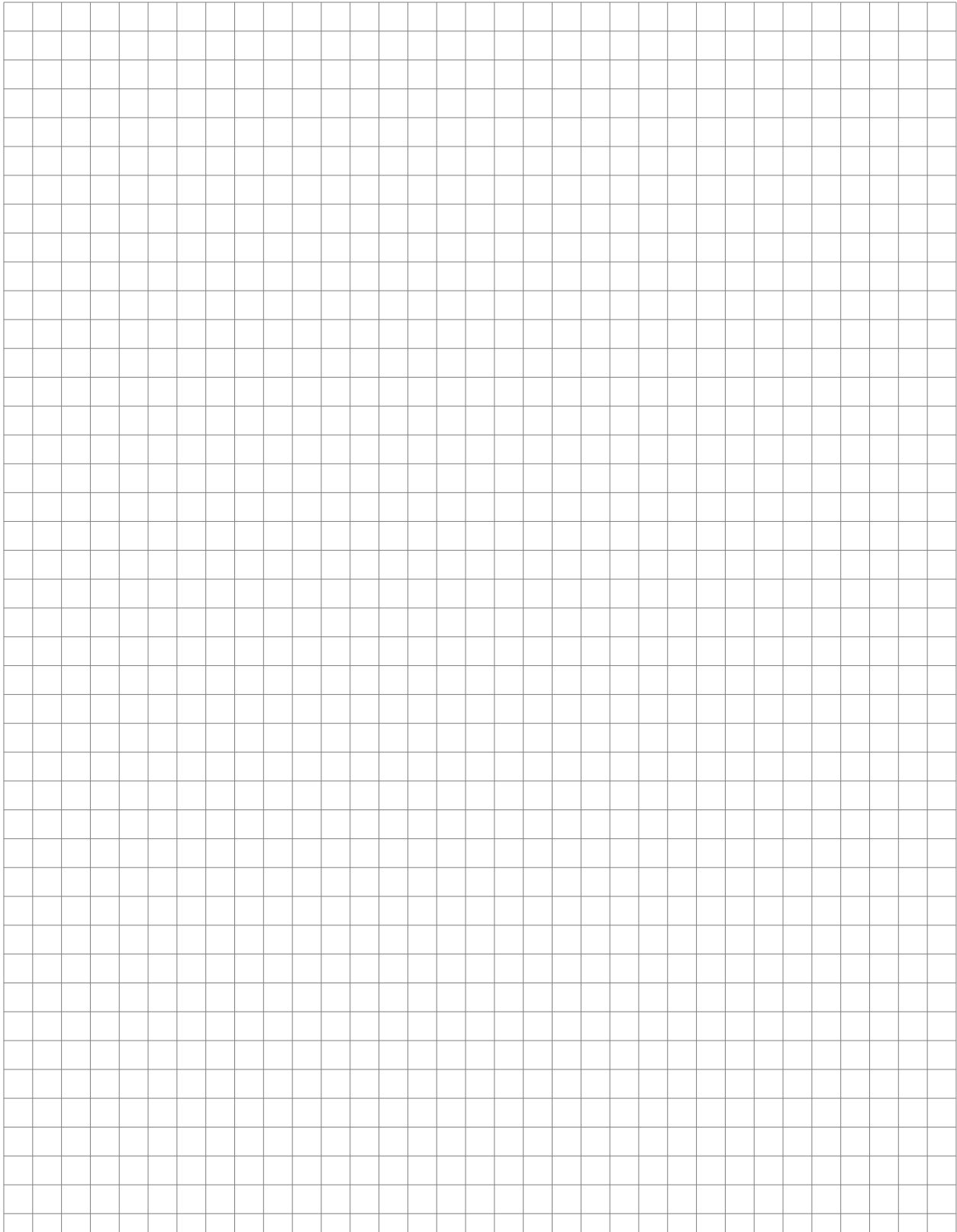


Odp.:

ZADANIE 11 (5 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = 10x^3 + 15x^2 + 7x + 1$.

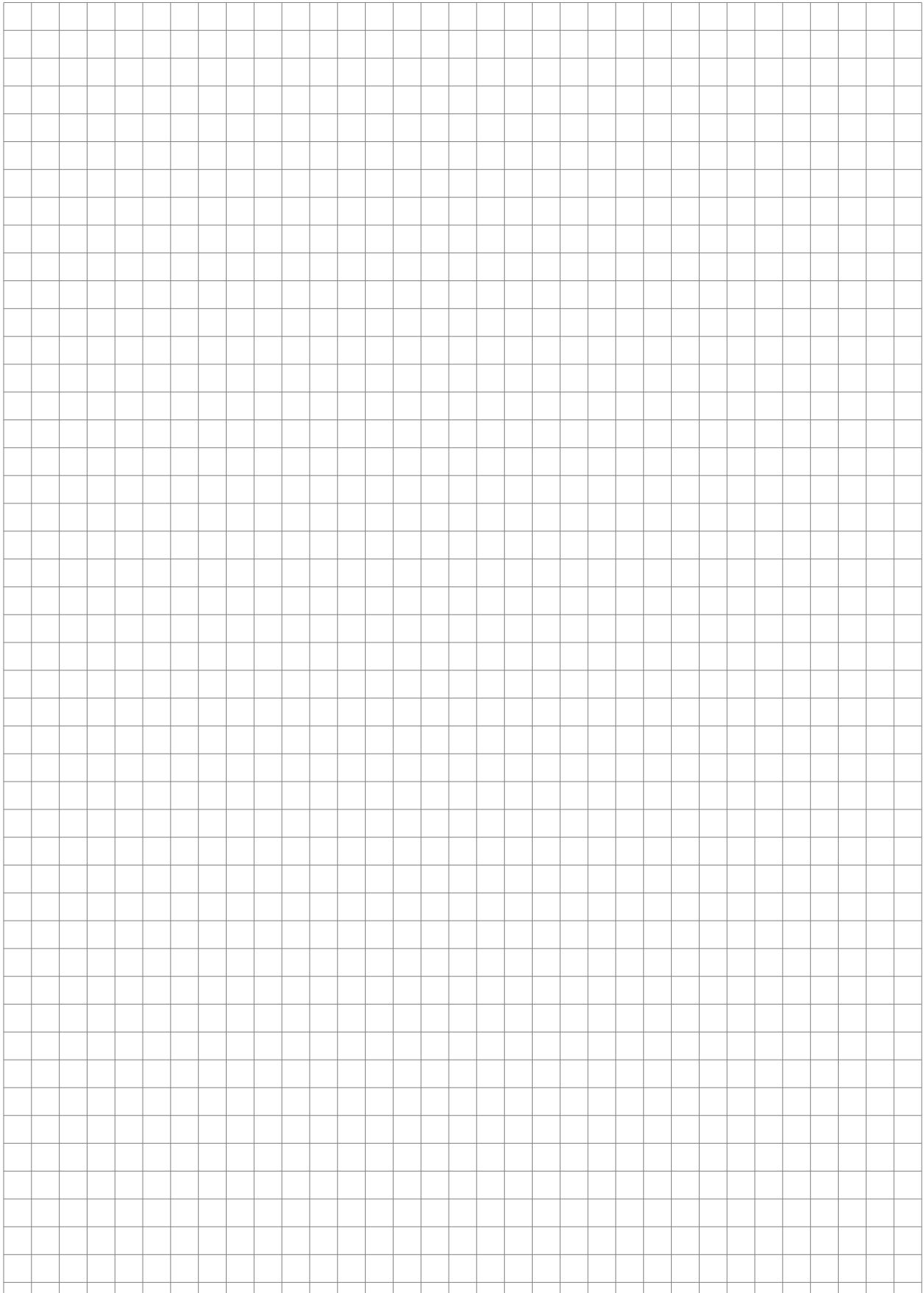
- a) Zapisz wielomian $W(x)$ jako iloczyn wielomianów liniowych.
- b) Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \log_3(-x) + \log_3\left(-\frac{W(x)}{x}\right)$.



Odp.:

ZADANIE 12 (5 PKT)


Wykaż, że liczba $a = \sqrt{4^{\log_2 5}}$ jest liczbą całkowitą.



Odp.:

ZADANIE 13 (5 PKT)

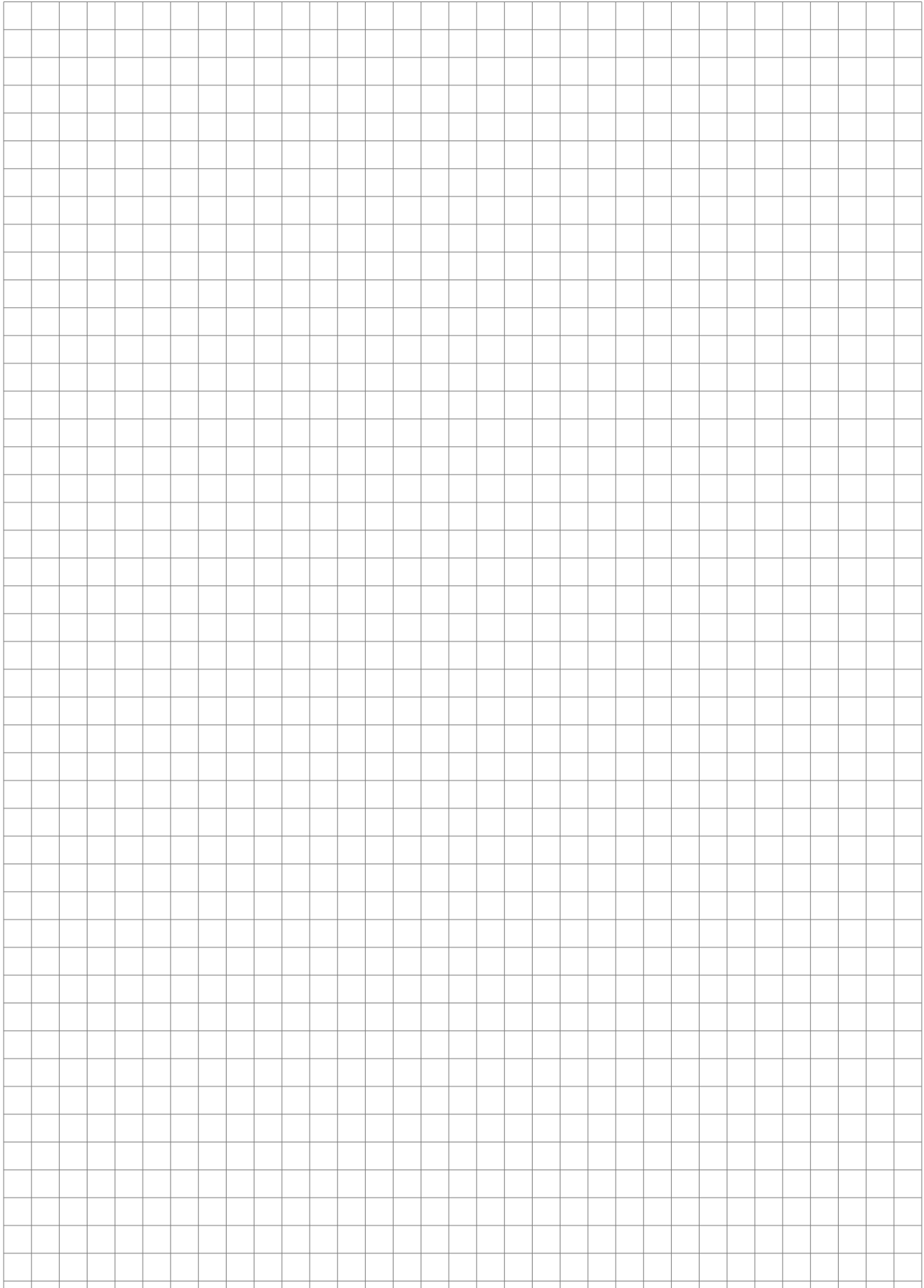
Uzasadnij, że liczba $\log_2 3$ jest niewymierna.



Odp.:

ZADANIE 14 (5 PKT)

Wykaż, że liczba $a = \log_{2\sqrt{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 0,25$ jest liczbą wymierną.



Odp.:

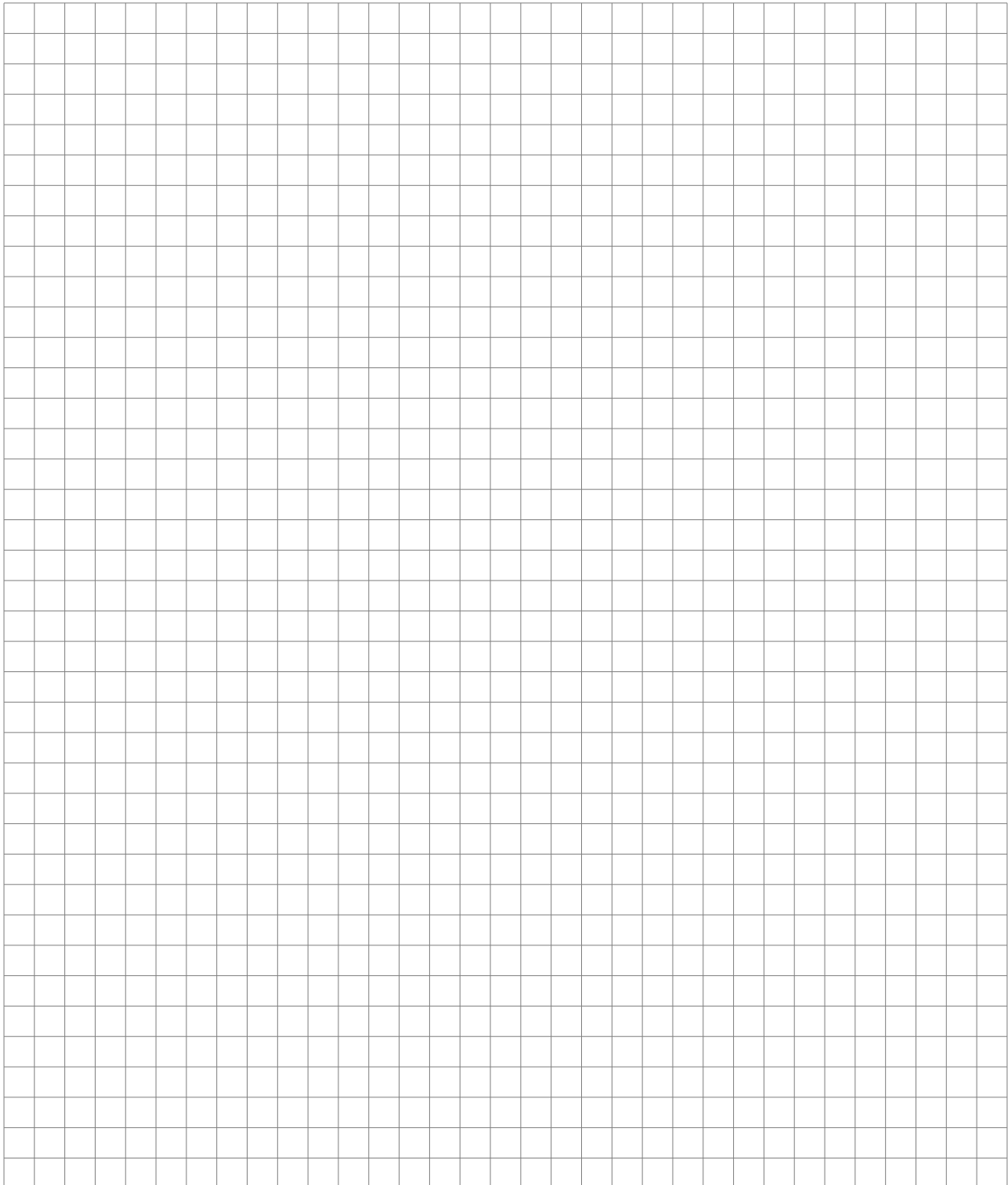
ZADANIE 15 (5 PKT)

Korzystając ze wzoru

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2},$$

który jest prawdziwy dla dowolnej liczby naturalnej n i dowolnej liczby $x \neq 1$, wykaż, że

$$\log_5 \left(\frac{5^{2 \cdot 7} \cdot 5^{4 \cdot 7^3} \cdot 5^{6 \cdot 7^5} \cdot 5^{8 \cdot 7^7}}{5 \cdot 5^{3 \cdot 7^2} \cdot 5^{5 \cdot 7^4} \cdot 5^{7 \cdot 7^6}} \right) = \frac{8 \cdot 7^9 + 9 \cdot 7^8 - 1}{64}.$$

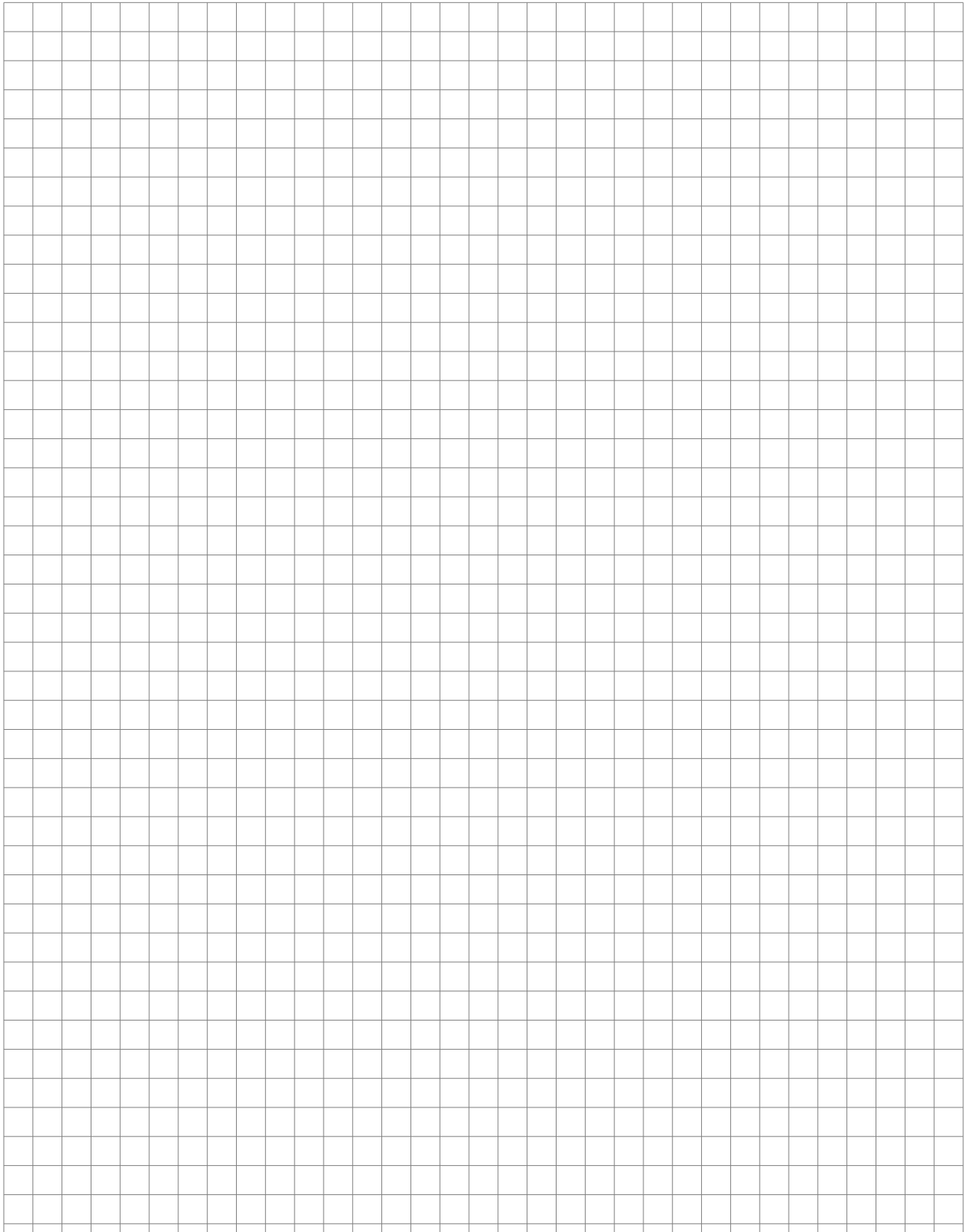


Odp.:

ZADANIE 16 (5 PKT)

Ciag geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3^{1-n}$ dla $n \geq 1$.

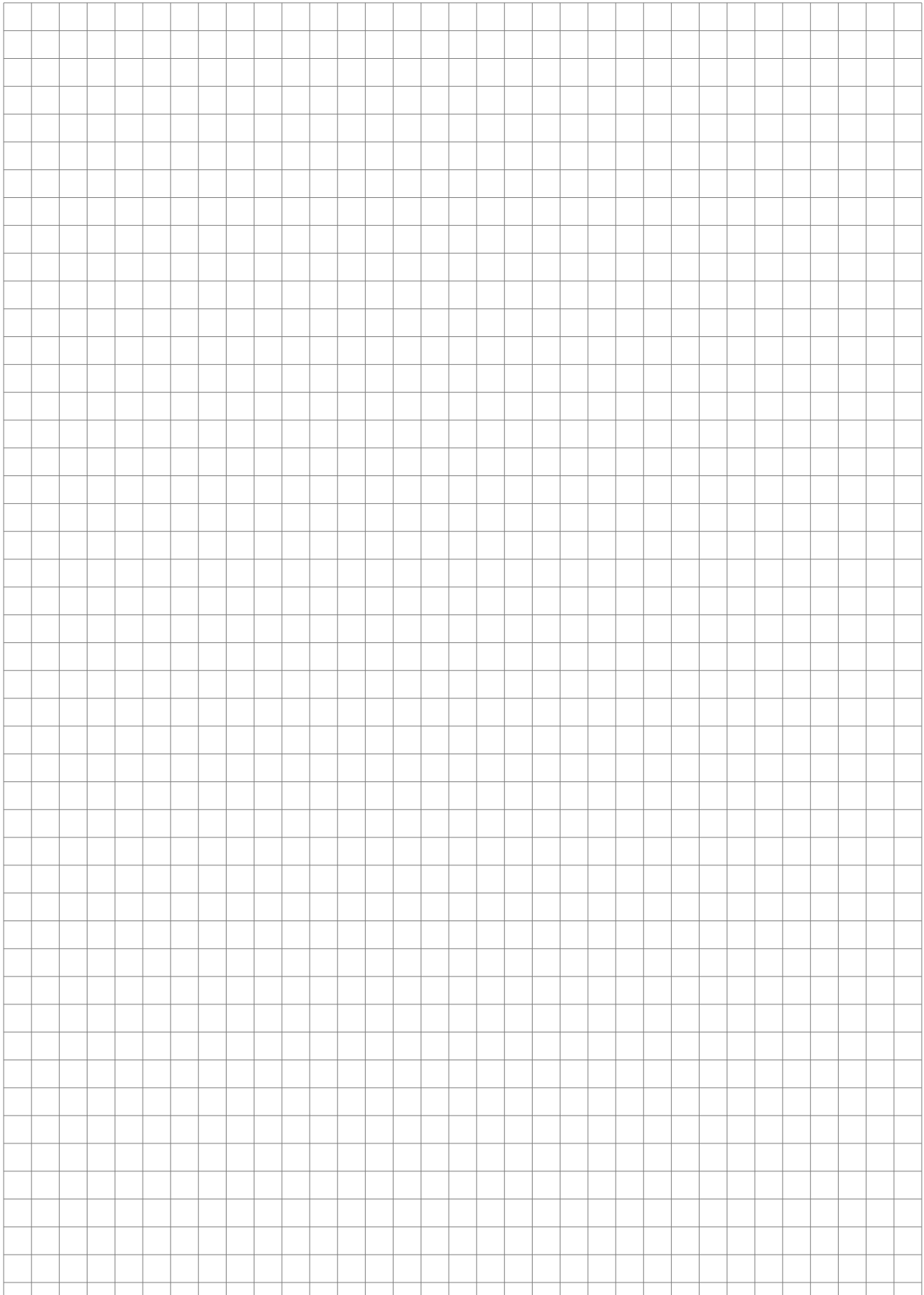
- a) Oblicz iloraz tego ciagu.
- b) Oblicz $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$ czyli sumę logarytmów, o podstawie 3, stu początkowych, kolejnych wyrazów tego ciagu.



Odp.:

ZADANIE 17 (5 PKT)

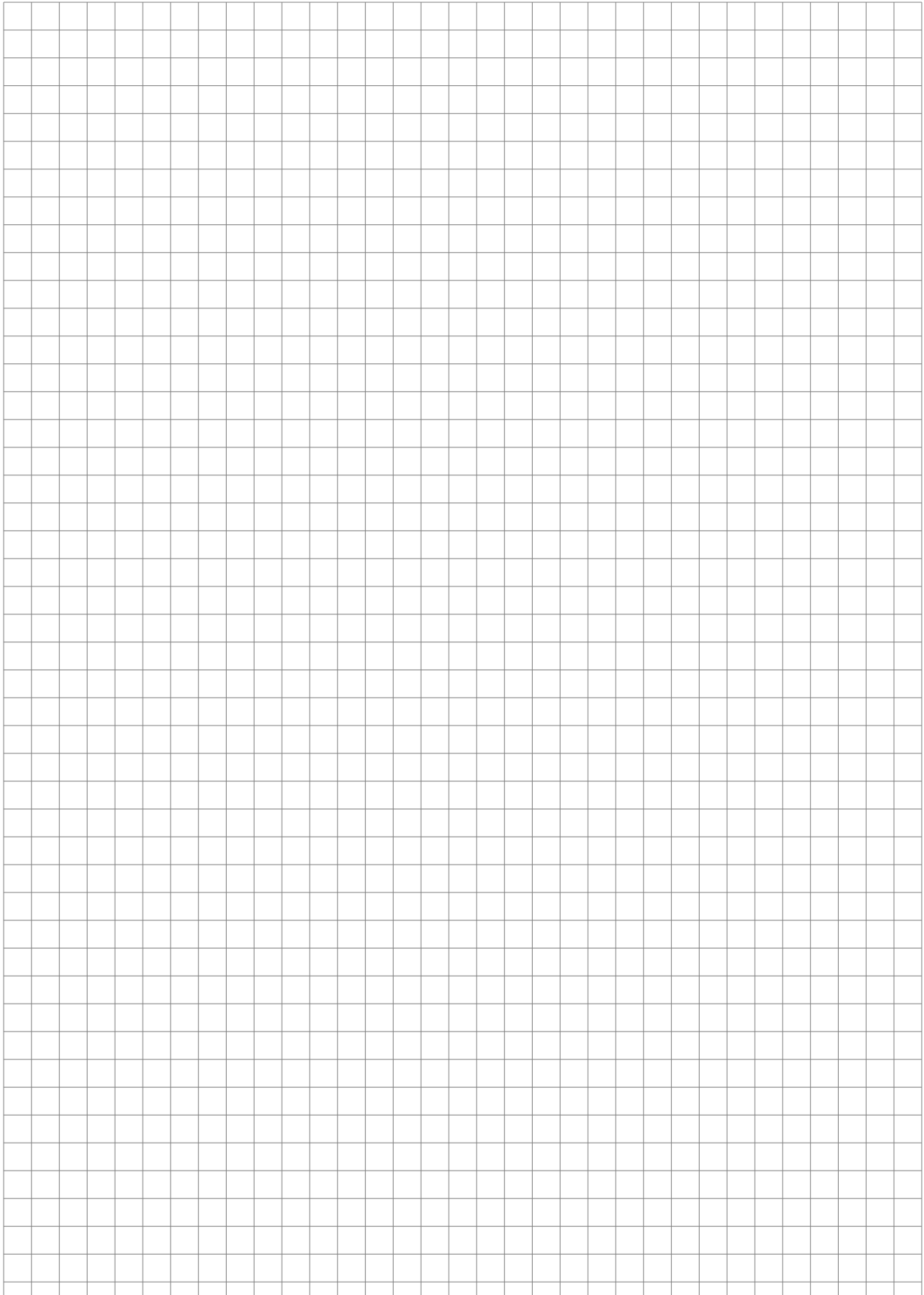
O liczbach a i b wiadomo, że $9^a = 64$ oraz $b = \log_{27} \frac{1}{8}$. Oblicz 3^{a+b} .



Odp.:

ZADANIE 18 (5 PKT)


Wiedząc, że $\log_c m = 2$, $\log_b m = 5$, $\log_a m = 10$ oblicz $\log_{abc} m$.



Odp.:

ZADANIE 19 (5 PKT)

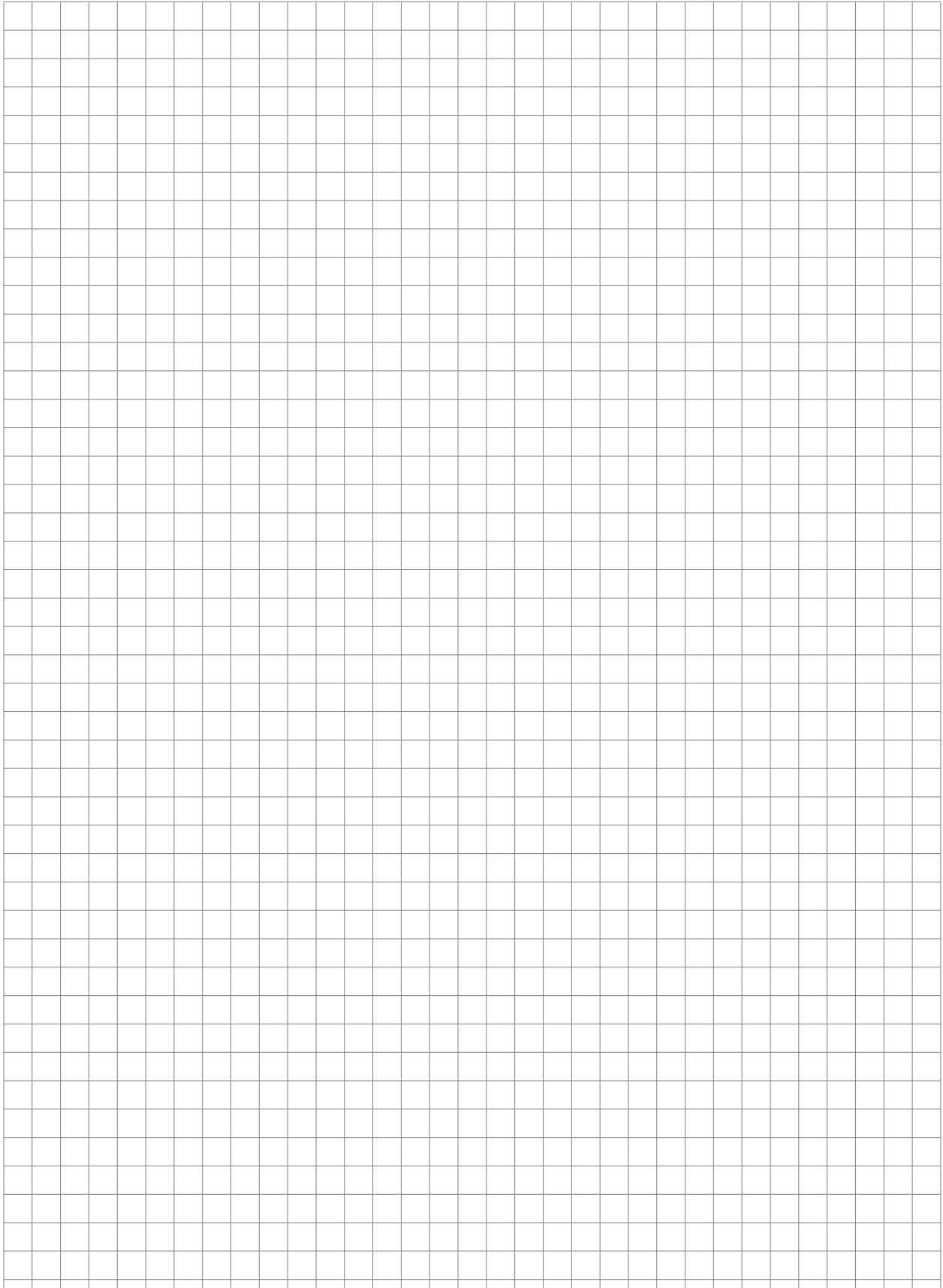
Wiadomo, że $\log_6 2 = a$. Wyznacz $\log_{24} 36$ w zależności od a .



Odp.:

ZADANIE 20 (5 PKT)

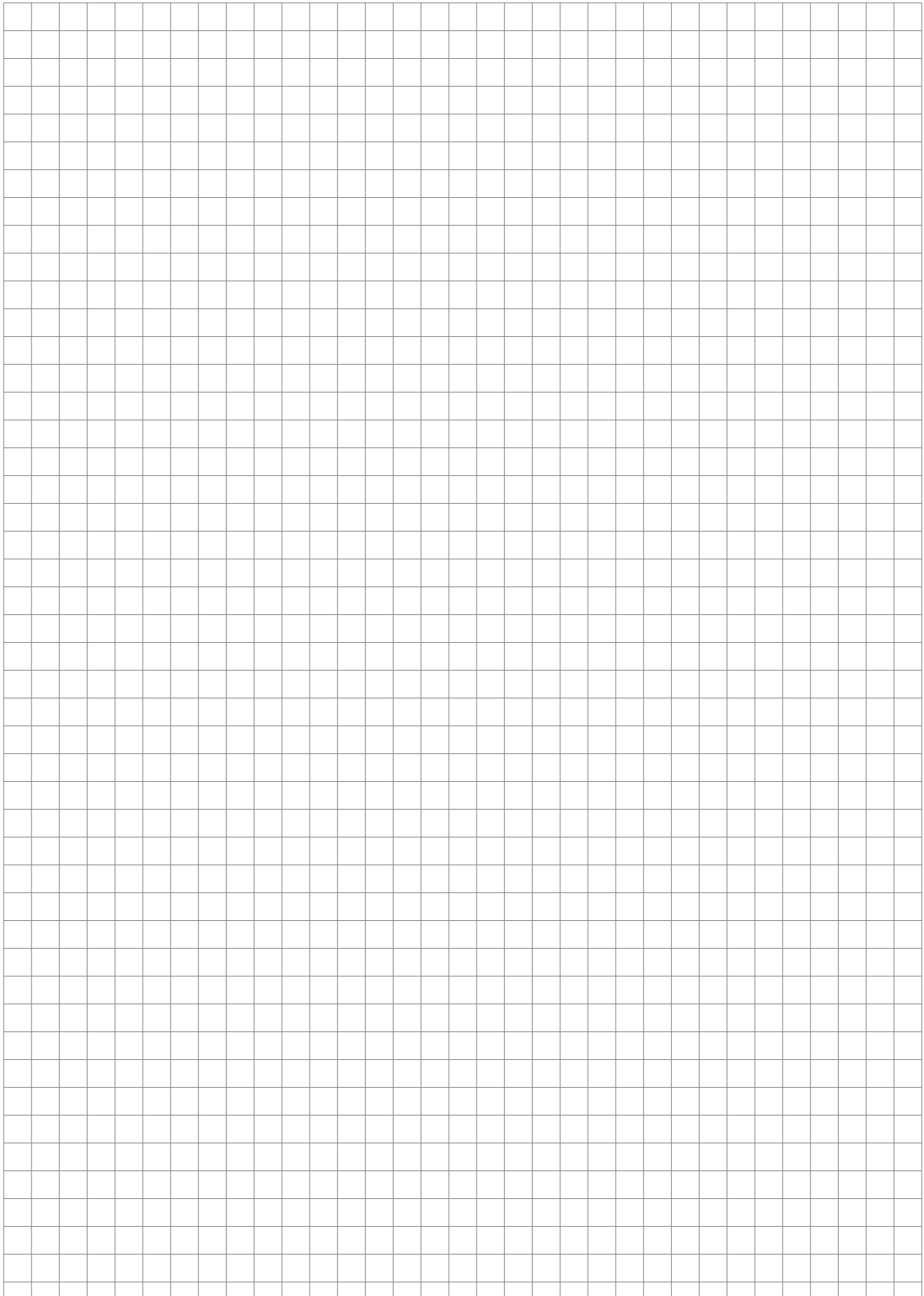
Wykaż, że dla liczb spełniających odpowiednie założenia (podaj te założenia) prawdziwy jest wzór: $\log_a b = \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b}$.



Odp.:

ZADANIE 21 (5 PKT)

Wiedząc, że $\log a = -3$, a $\log b = 2$ oblicz wartość wyrażenia a^3b^4 .



Odp.:

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/8126_8026R](http://www.zadania.info/8126_8026R)