

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

9 MAJA 2020

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = x - 2$ i $y = |\log_2 x| - 1$ jest równa

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

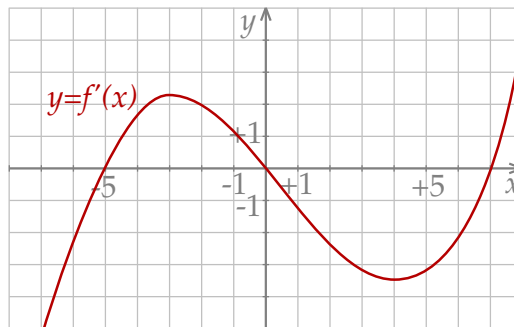
ZADANIE 2 (2 PKT)

Liczba $\cos^4 15^\circ + \sin^4 15^\circ$ jest równa

- A) 1 B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pochodnej $y = f'(x)$ funkcji $y = f(x)$.



Wynika stąd, że

- A) $f(-6) < f(-5)$ B) $f(-5) < f(0)$ C) $f(7) > f(0)$ D) $f(6) > f(5)$

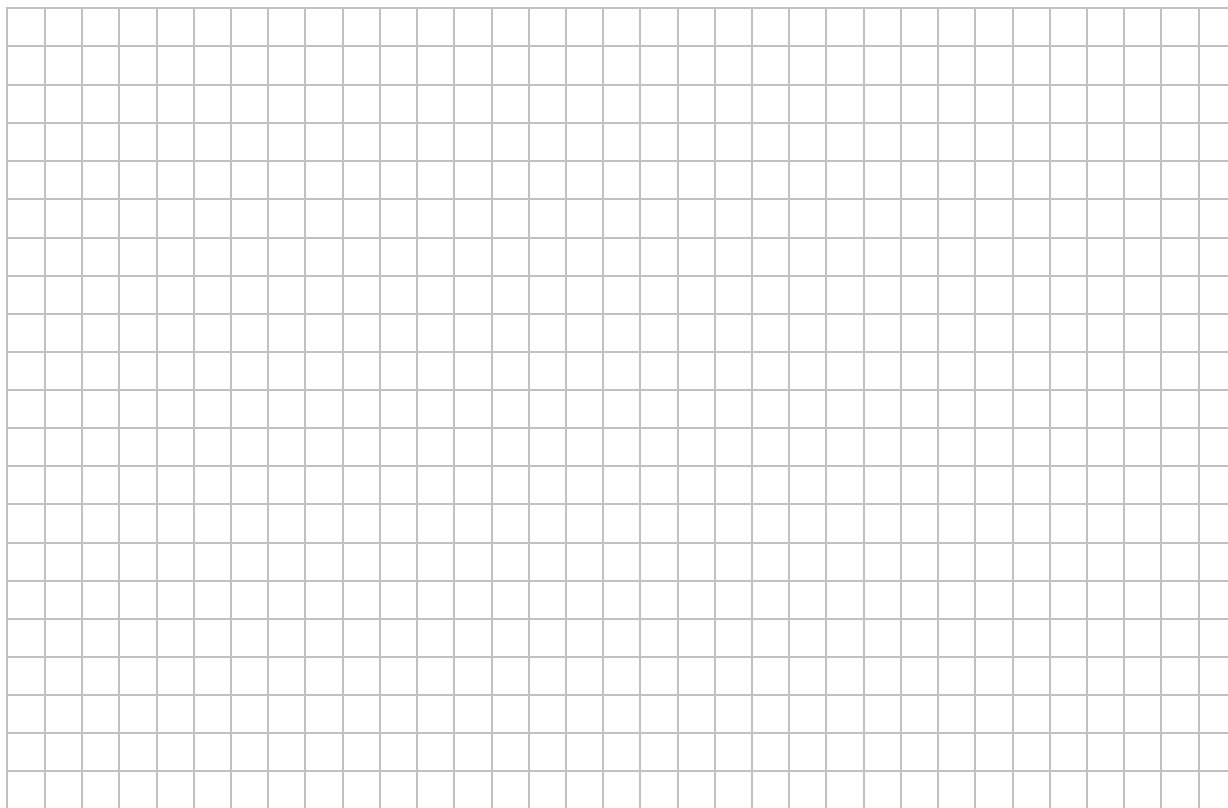
ZADANIE 4 (1 PKT)

Z talii 52 kart wylosowano jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowano damę jeżeli wiadomo, że wylosowana karta nie jest ani kierem ani królem?

- A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{35}$ D) $\frac{3}{37}$

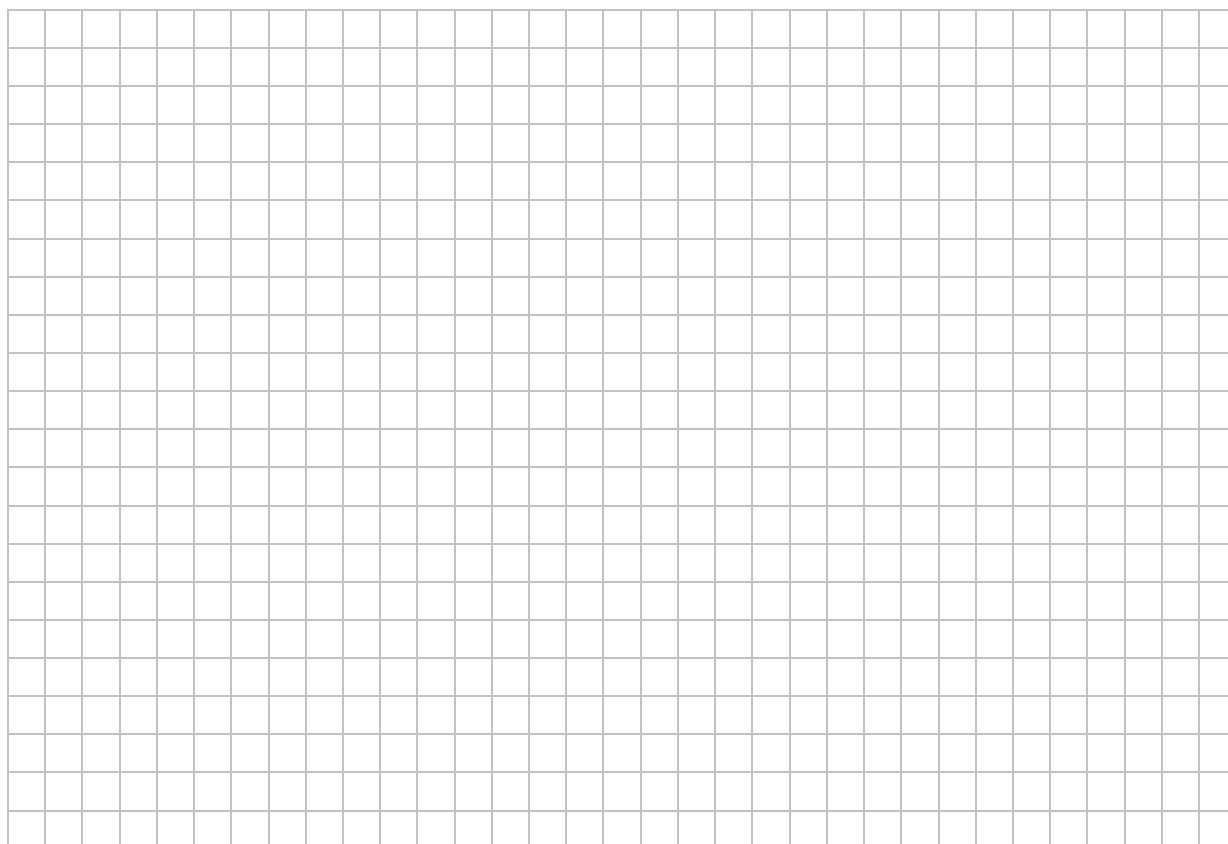
ZADANIE 5 (2 PKT)

Uzasadnij, że $5^{\log_7 11} = 11^{\log_7 5}$.



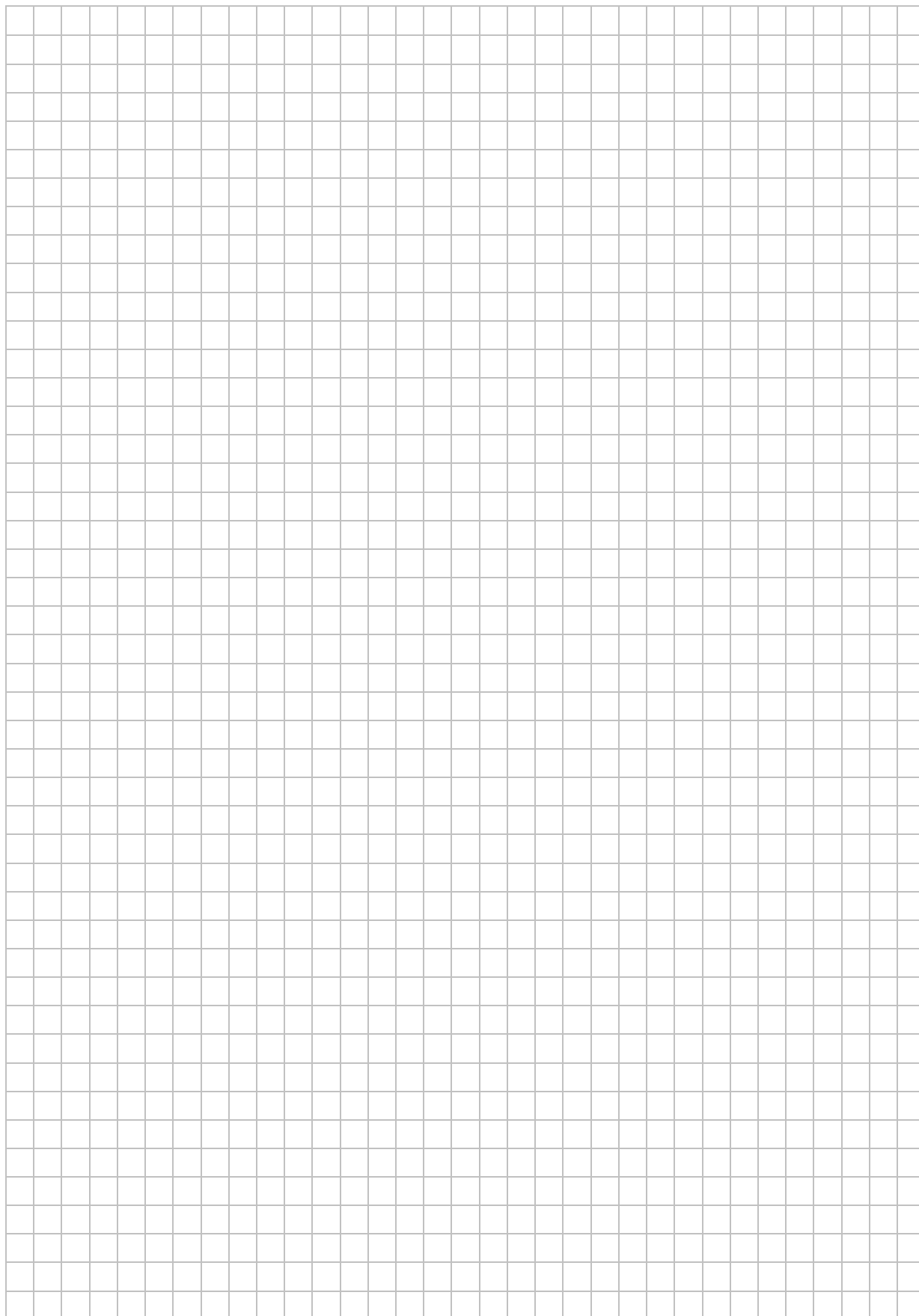
ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(n+3)^2}{n+2} - \frac{n^2+1}{n+3} \right)$.



ZADANIE 7 (3 PKT)

Zbiór A ma tę własność, że poprzez usuwanie z niego jednego lub dwóch elementów można utworzyć 190 różnych zbiorów. Ile elementów ma zbiór A ?



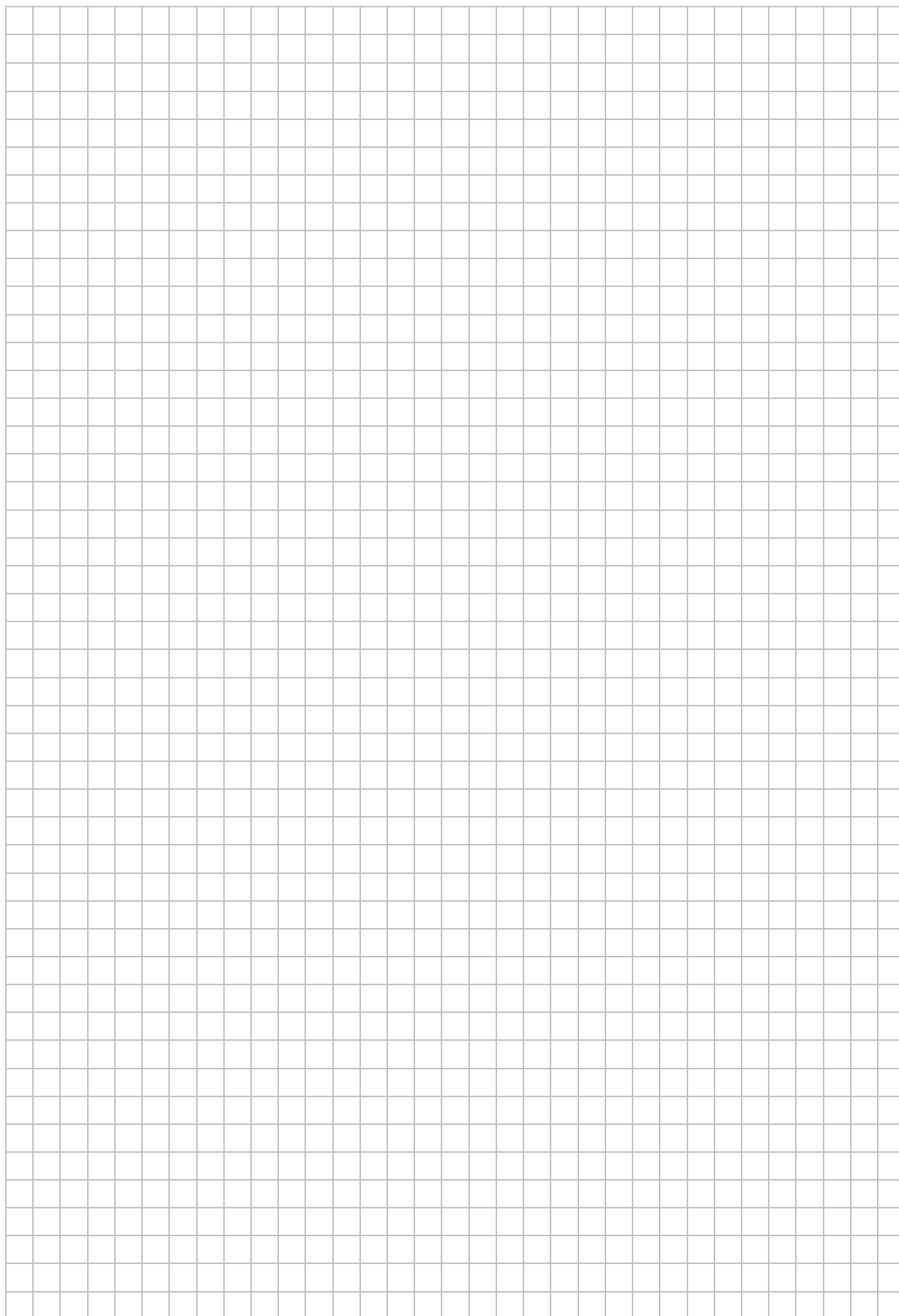
ZADANIE 8 (2 PKT)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^3$, która przecina oś Ox w jednym punkcie: $(-4, 0)$.



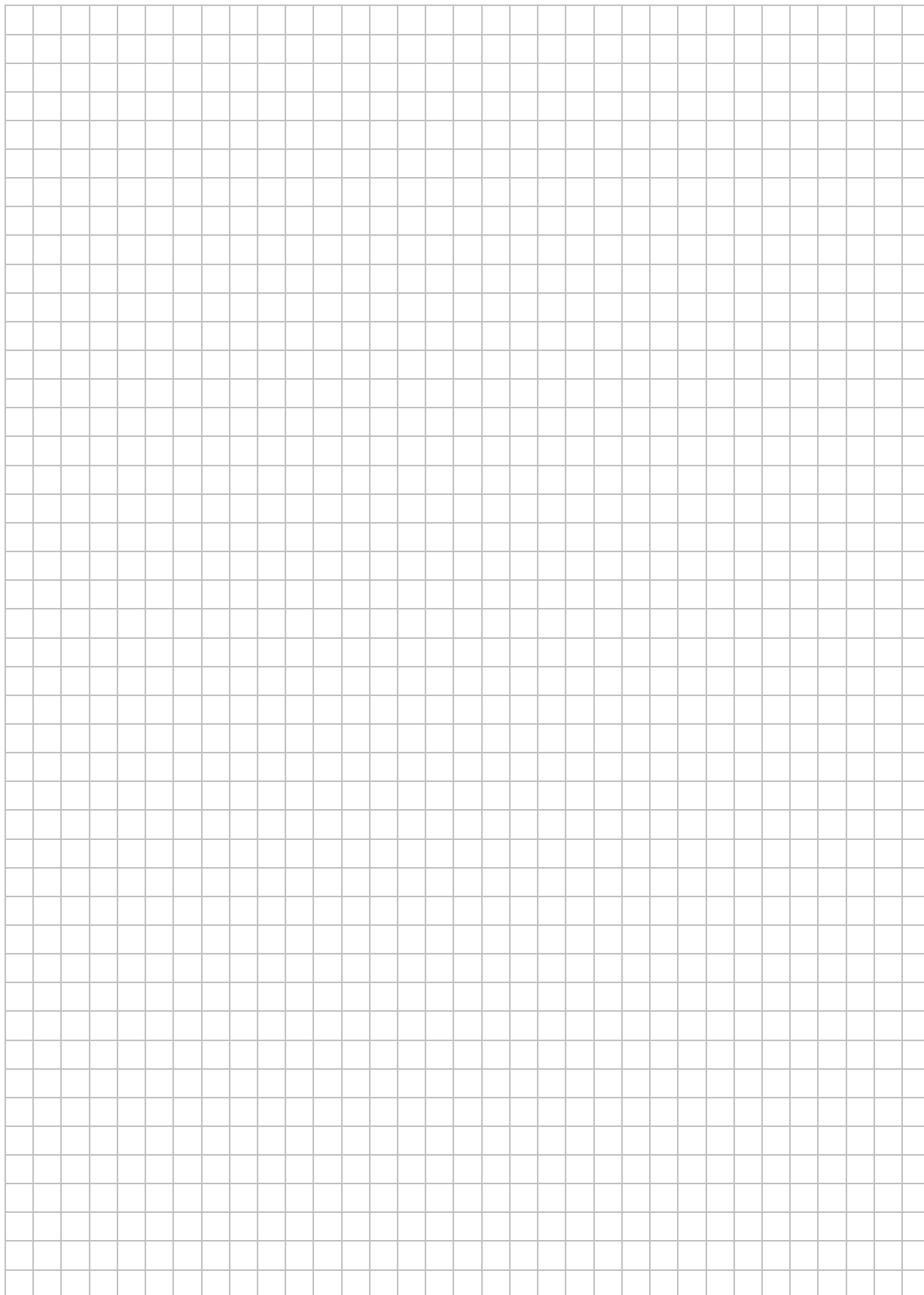
ZADANIE 9 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a < b \leq -2$, to $\frac{a^3}{2+a^4} > \frac{b^3}{2+b^4}$.



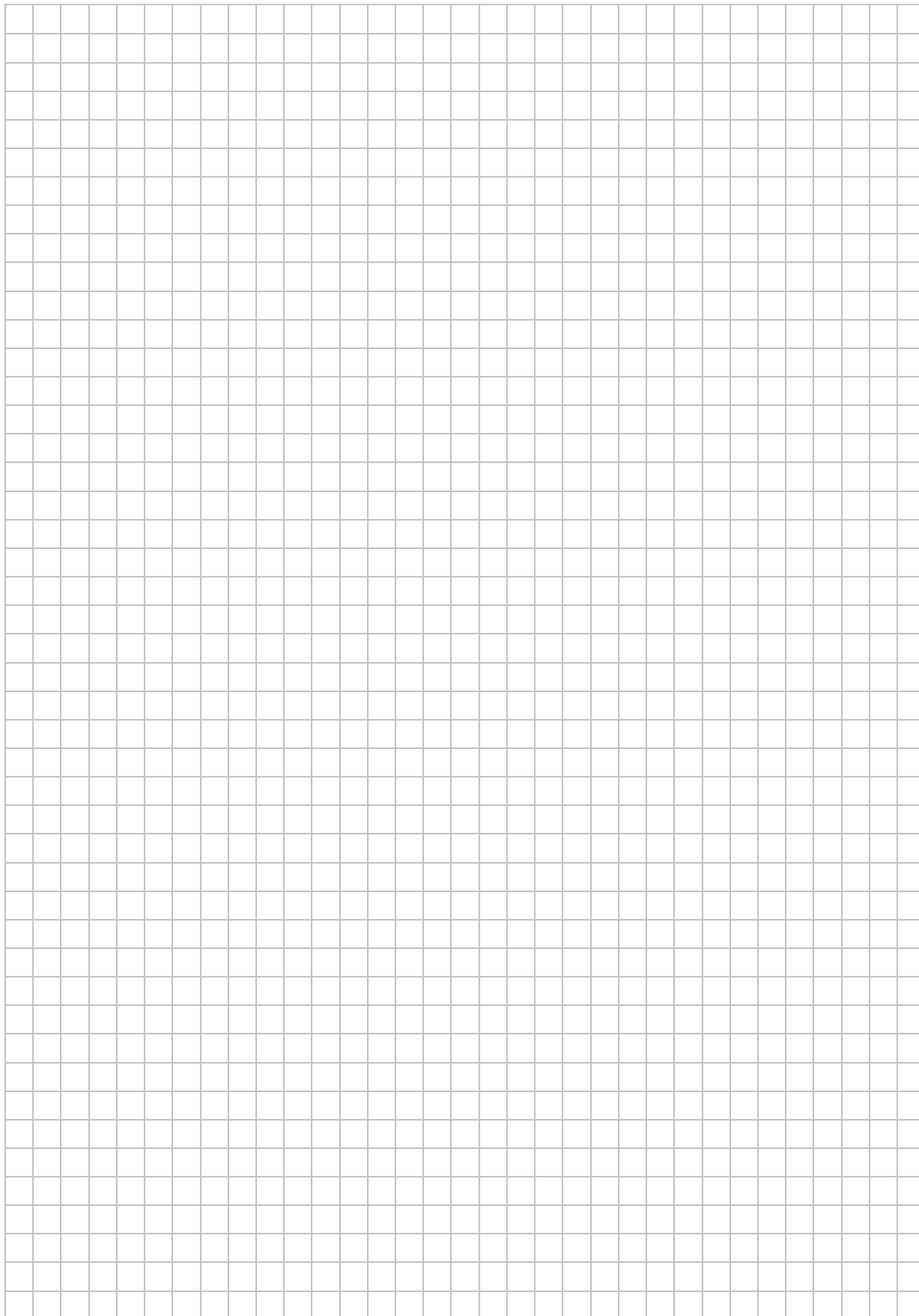
ZADANIE 10 (3 PKT)

Na bokach BC , AC i AB trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty D , E i F . Wykaż, że jeżeli okręgi opisane na trójkątach AFE i BDF są styczne, to punkt F leży na okręgu opisanym na trójkącie CED .



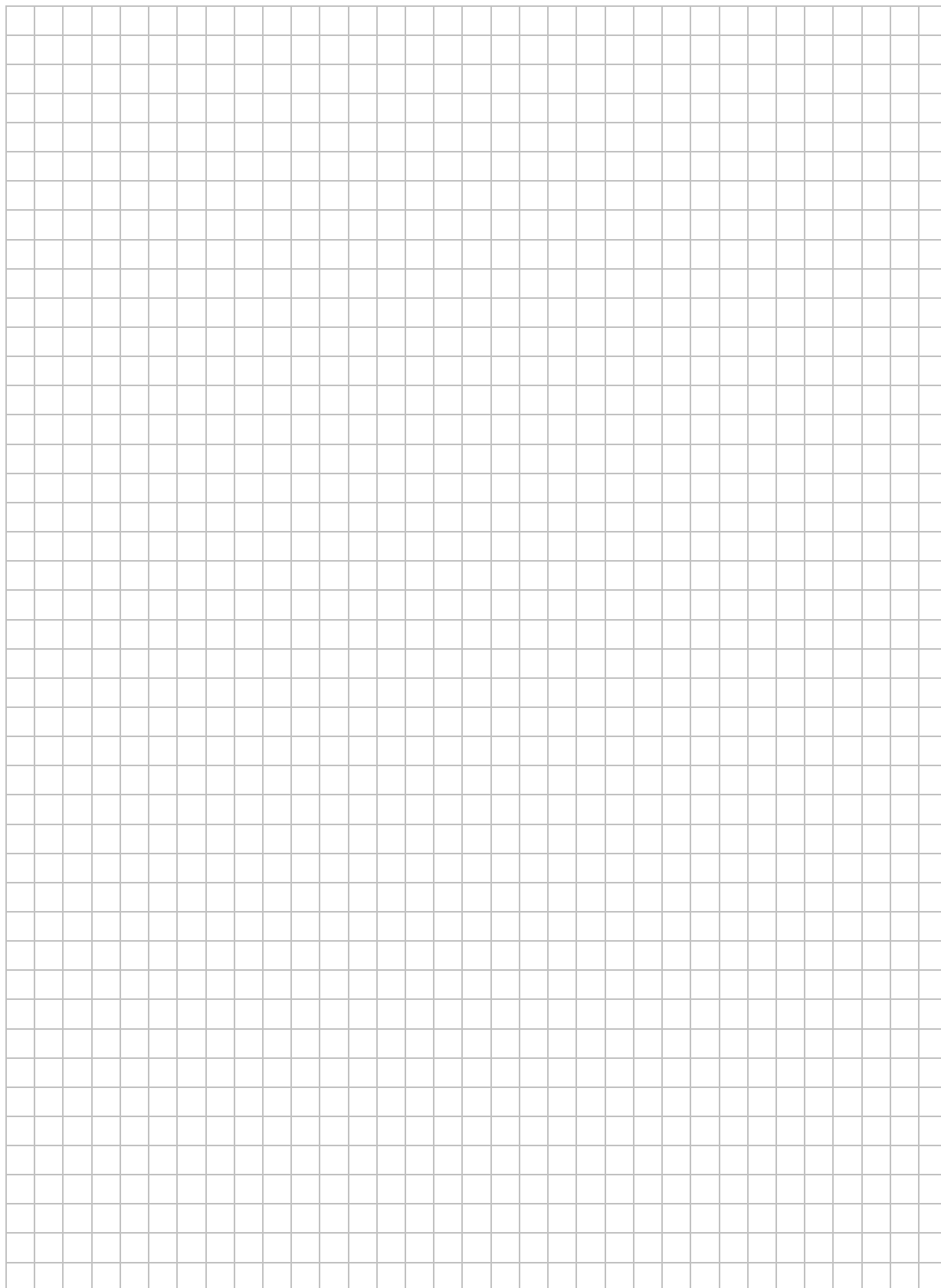
ZADANIE 11 (4 PKT)

Przekątna AC równoległoboku $ABCD$ tworzy z jego bokami kąty o miarach 30° i 45° . Oblicz stosunek $\frac{|BD|^2}{|AC|^2}$ kwadratów długości przekątnych tego równoległoboku.



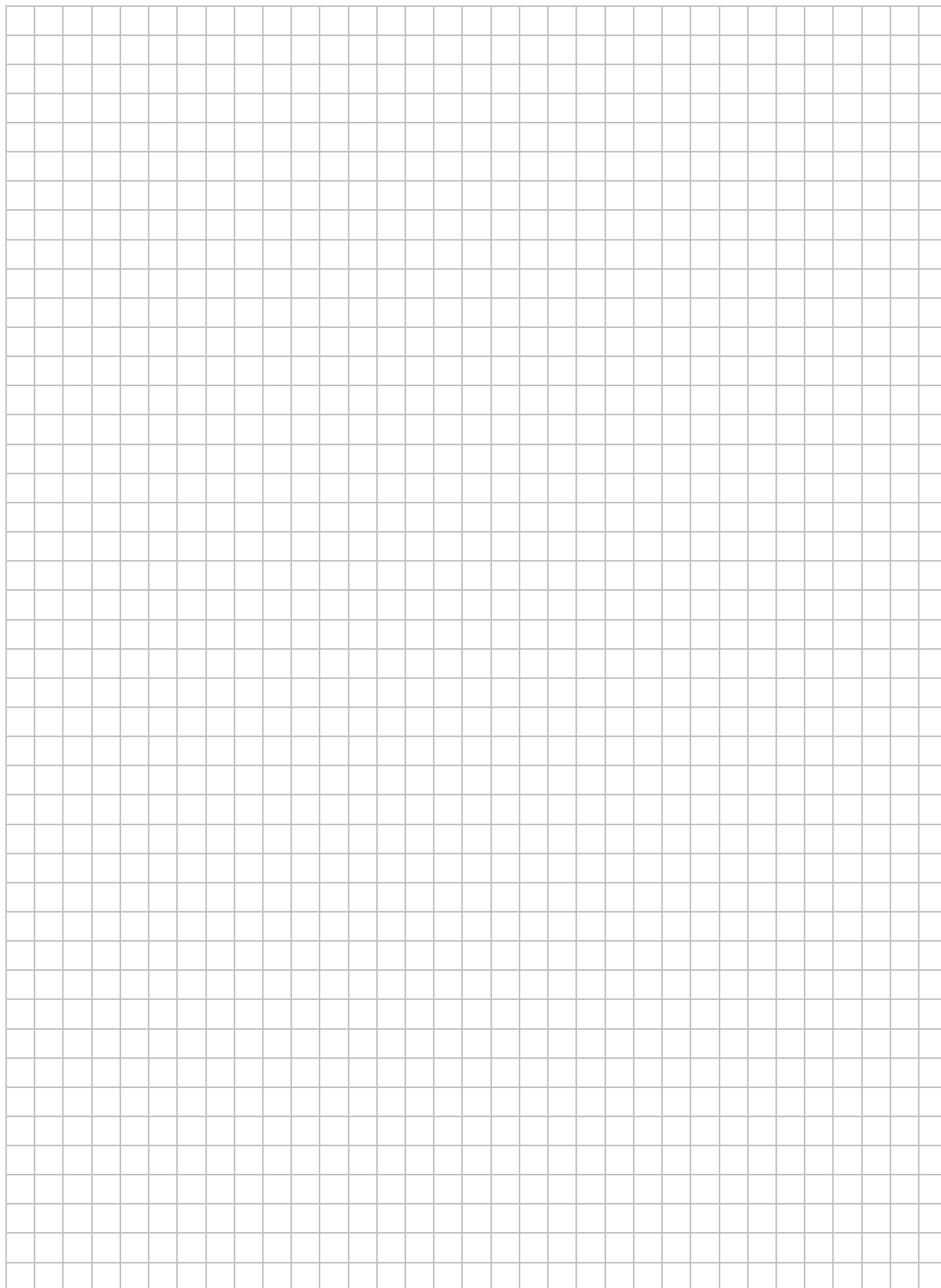
ZADANIE 12 (5 PKT)

Punkt S jest punktem przecięcia się przekątnych równoległoboku $ABCD$, a punkt P jest takim punktem boku BC tego równoległoboku, że $|BP| : |PC| = 3$. Oblicz współrzędne spodka wysokości opuszczonej z wierzchołka A tego równoległoboku na prostą CD , jeżeli $\vec{AB} = [4, 4]$, $\vec{DS} = [3, -3]$ i $P = (\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$.



ZADANIE 13 (6 PKT)

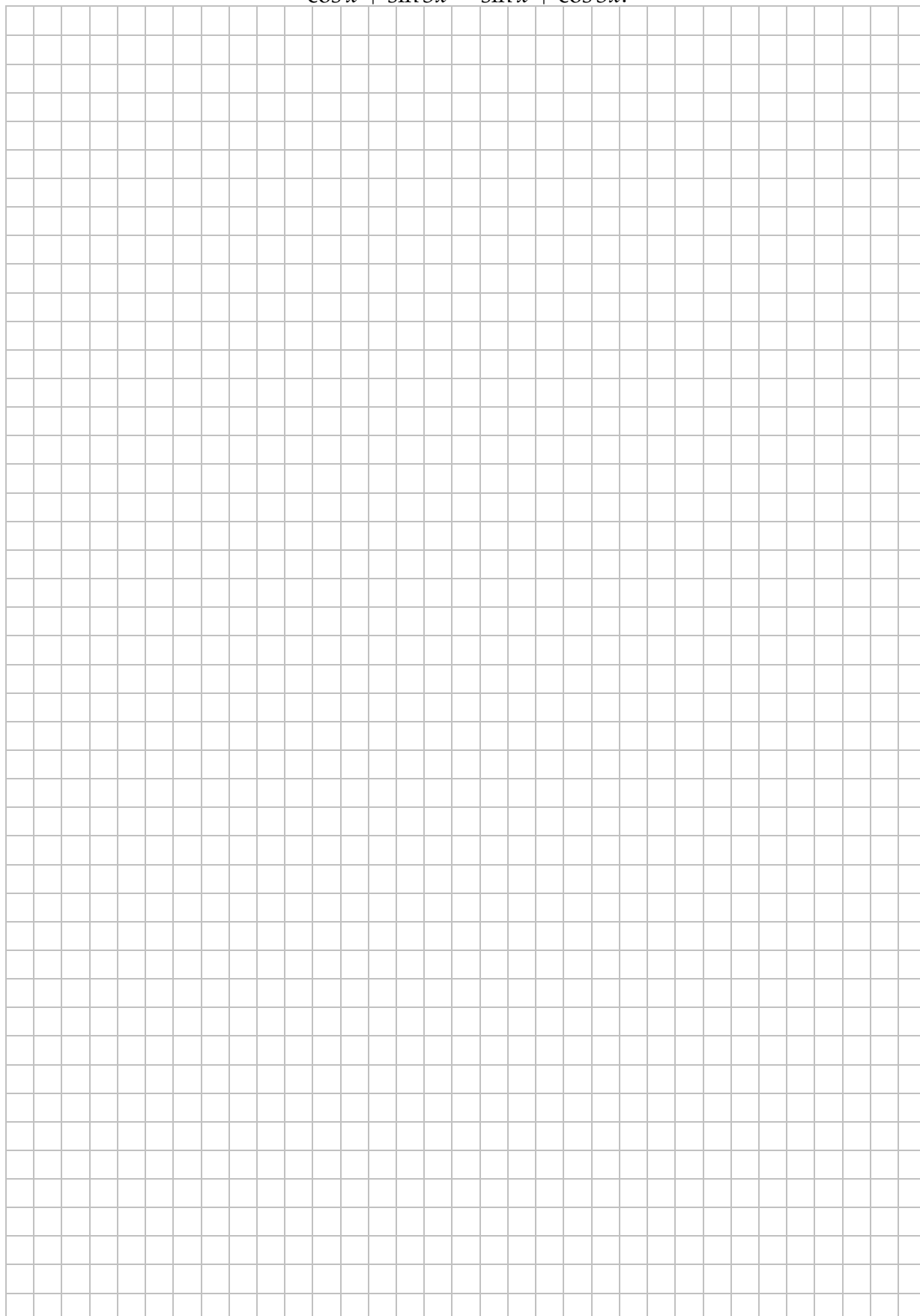
Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , który zawiera zarówno wyrazy dodatnie, jak i ujemne, w którym $a_1 = 2$, oraz drugi, czwarty i piąty wyraz są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wykaż, że suma sześciątów wszystkich wyrazów ciągu (a_n) jest równa sumie kwadratów wszystkich wyrazów tego ciągu.



ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , spełniające równanie

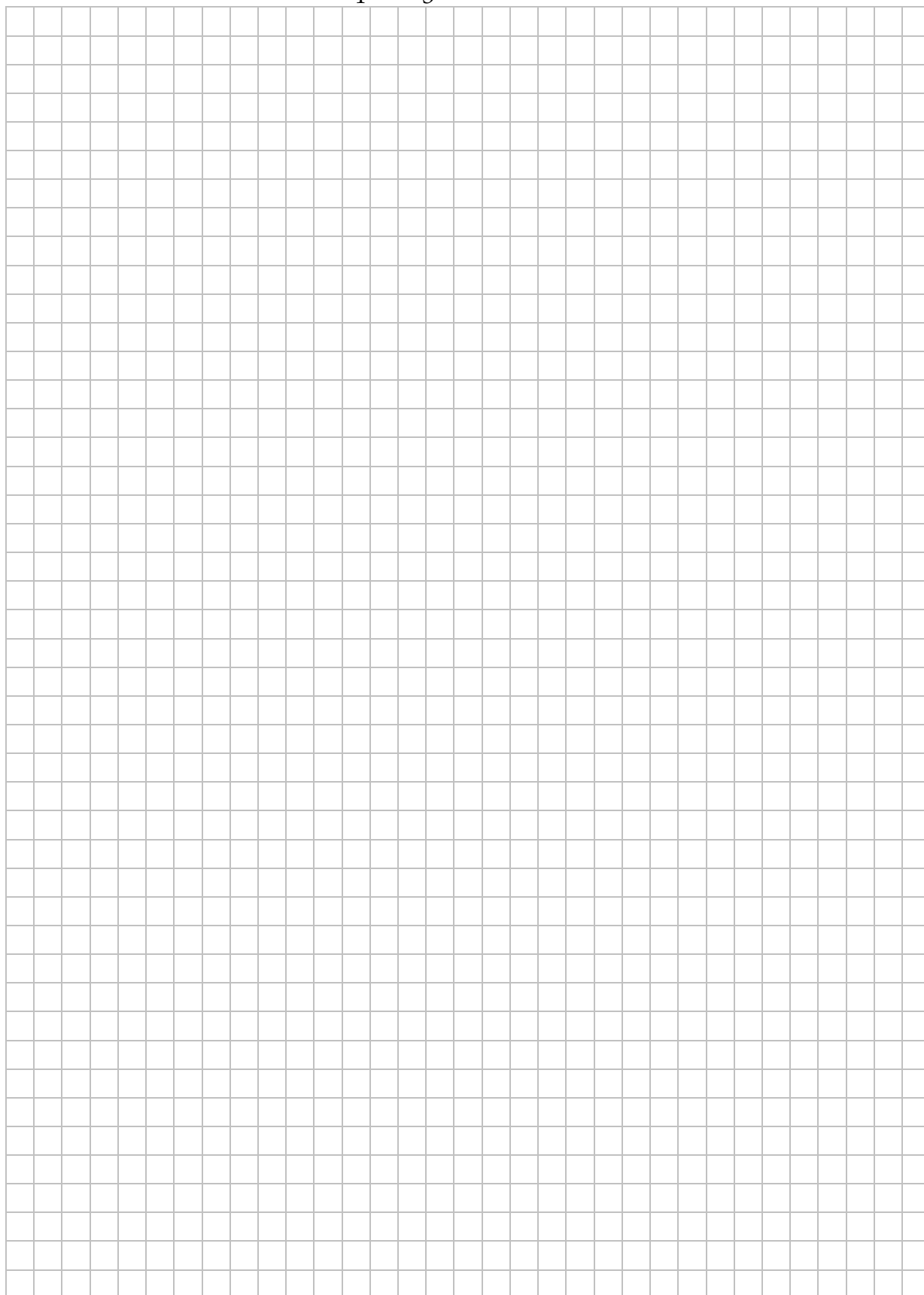
$$\cos x + \sin 3x = \sin x + \cos 3x.$$



ZADANIE 15 (4 PKT)

Wykaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x spełniona jest nierówność

$$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 > 3x^2 - 16.$$





ZADANIE 16 (7 PKT)

W kulę o promieniu długości R wpisano stożek o maksymalnej objętości. Oblicz objętość tego stożka.

