



Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA



KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
2. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
3. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Marzec 2019

*Czas pracy:
180 minut*

*Liczba punktów
do uzyskania: 50*

Zadanie 1. (0 – 1 pkt)

Granica $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 7x + 3}{2x^2 - x - 1}$ jest równa

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $1\frac{2}{3}$ D. $3\frac{1}{3}$

Zadanie 2. (0 – 1 pkt)

Zbiorem rozwiązań nierówności $||x + 1| + 5| < ||x + 2| - 3| + 5$ jest

- A. $(-3,0)$ B. \mathbb{R} C. $(0,3)$ D. \emptyset

Zadanie 3. (0 – 1 pkt)

Funkcja $f(x) = \frac{x+2}{2x-4}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$. Wartość pochodnej tej funkcji dla argumentu $x = 2 - \sqrt{3}$ jest równa

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 4. (0 – 1 pkt)

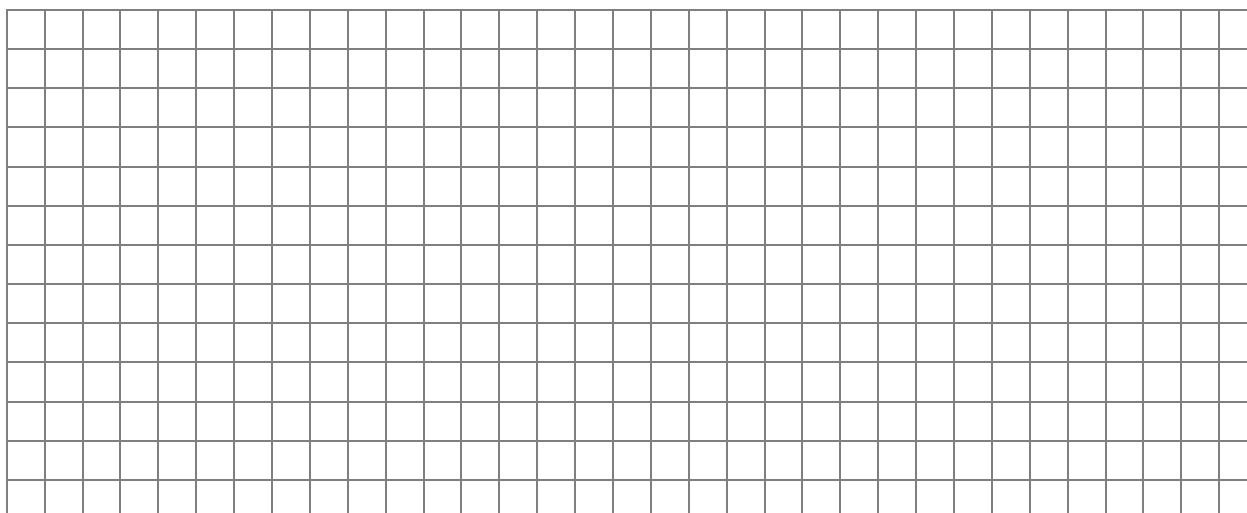
Dla dowolnej liczby rzeczywistej $x \in (0,1) \cup (1,\infty)$ zachodzi zależność $2\log_m x = \frac{3}{2}\log_2 x$. Wartość parametru m jest równa

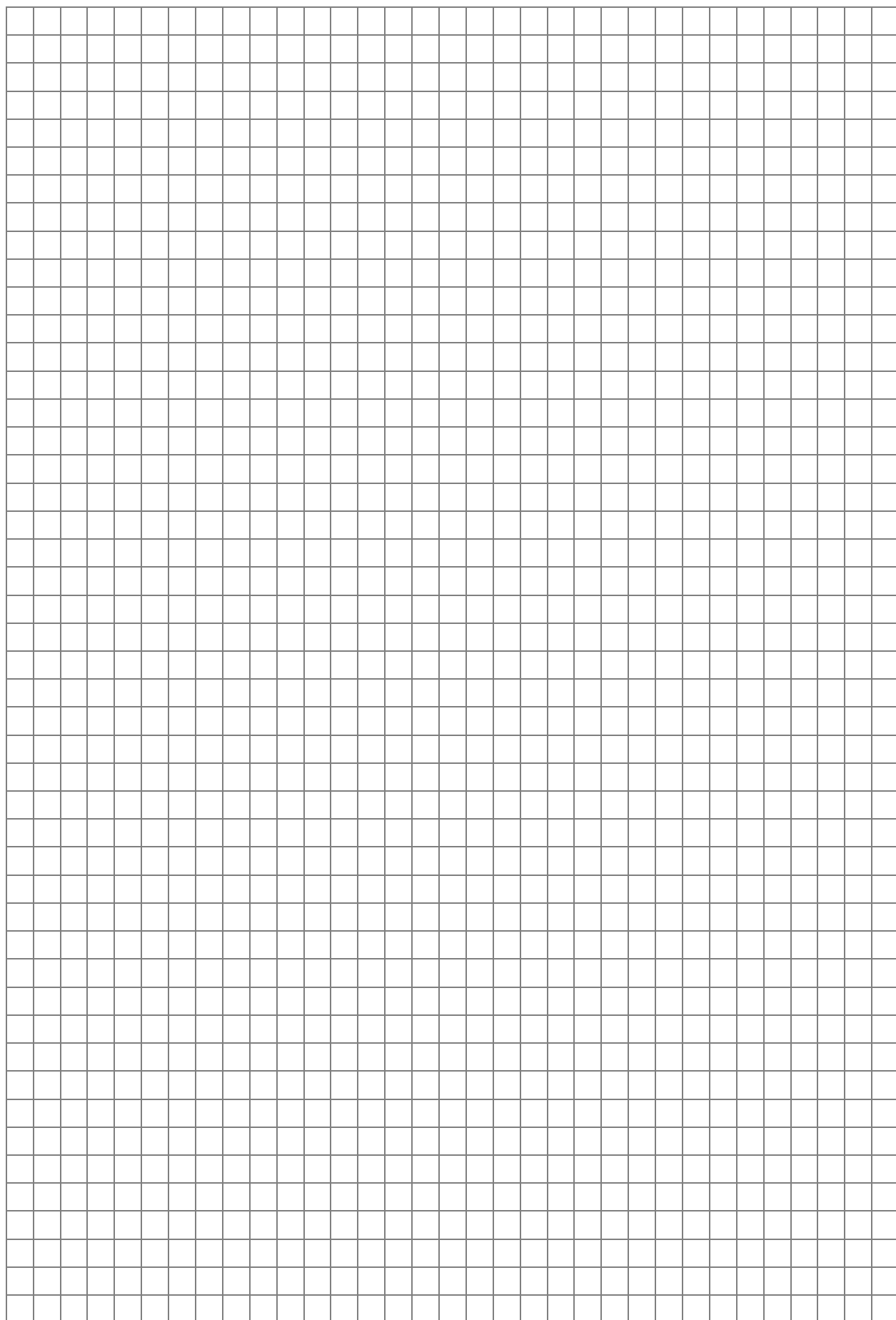
- A. $\frac{3}{4}$ B. $2^{\frac{3}{4}}$ C. $2^{\frac{4}{3}}$ D. $\frac{4}{3}$

Zadanie 5. (0 – 1 pkt)

W trójkącie ABC dane są wierzchołki $A = (2,2)$, $B = (9,3)$, $C = (3,5)$. Trójkąt $A_1B_1C_1$ jest obrazem trójkąta ABC w jednokładności o środku $S = (0,3)$ i skali k . Trójkąty te leżą po przeciwnych stronach osi rzędnych. Promień okręgu opisanego na trójkącie $A_1B_1C_1$ ma długość $\frac{15\sqrt{2}}{2}$. Skala jednokładności k wynosi

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

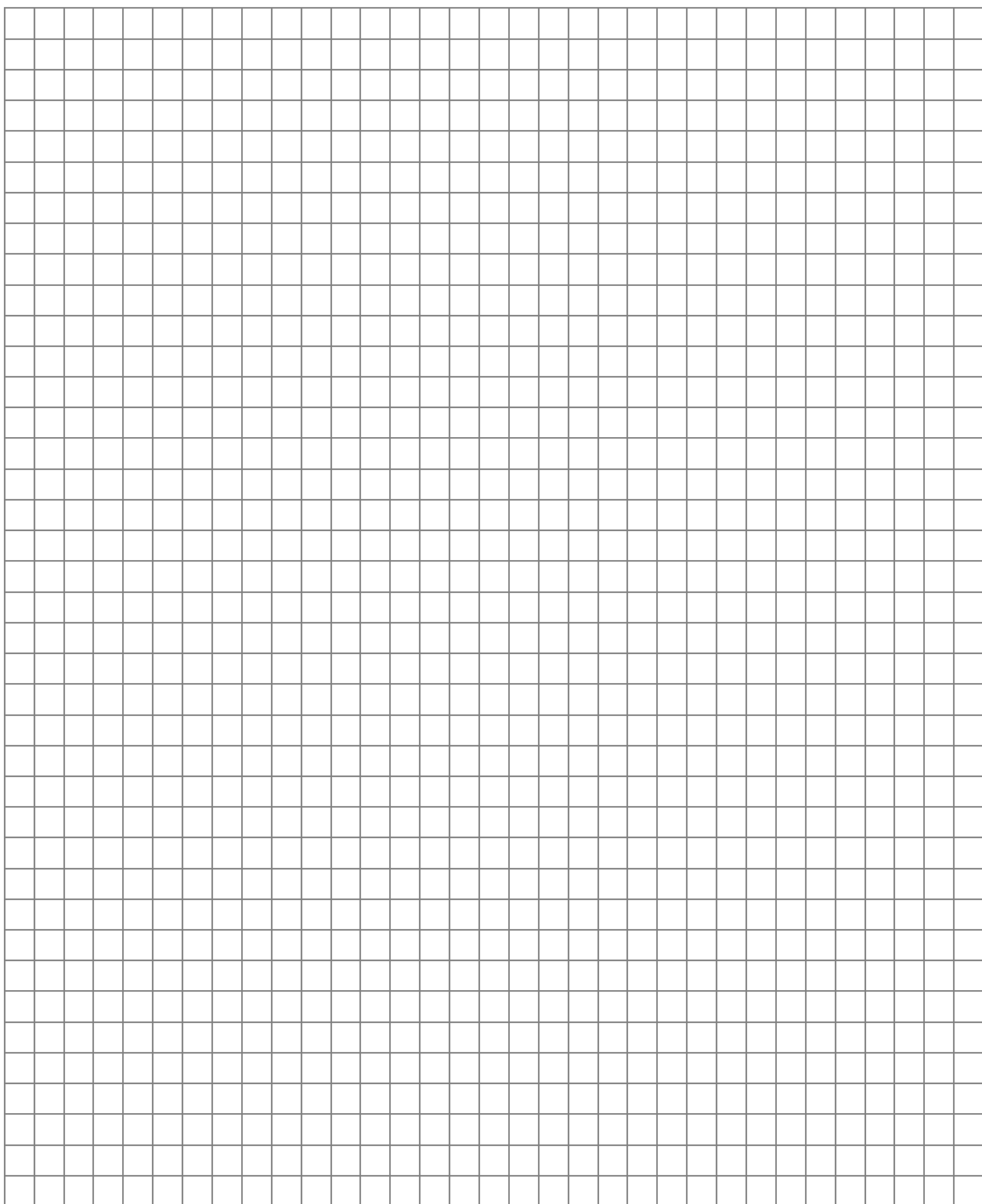




Zadanie 6. (0 – 2 pkt)

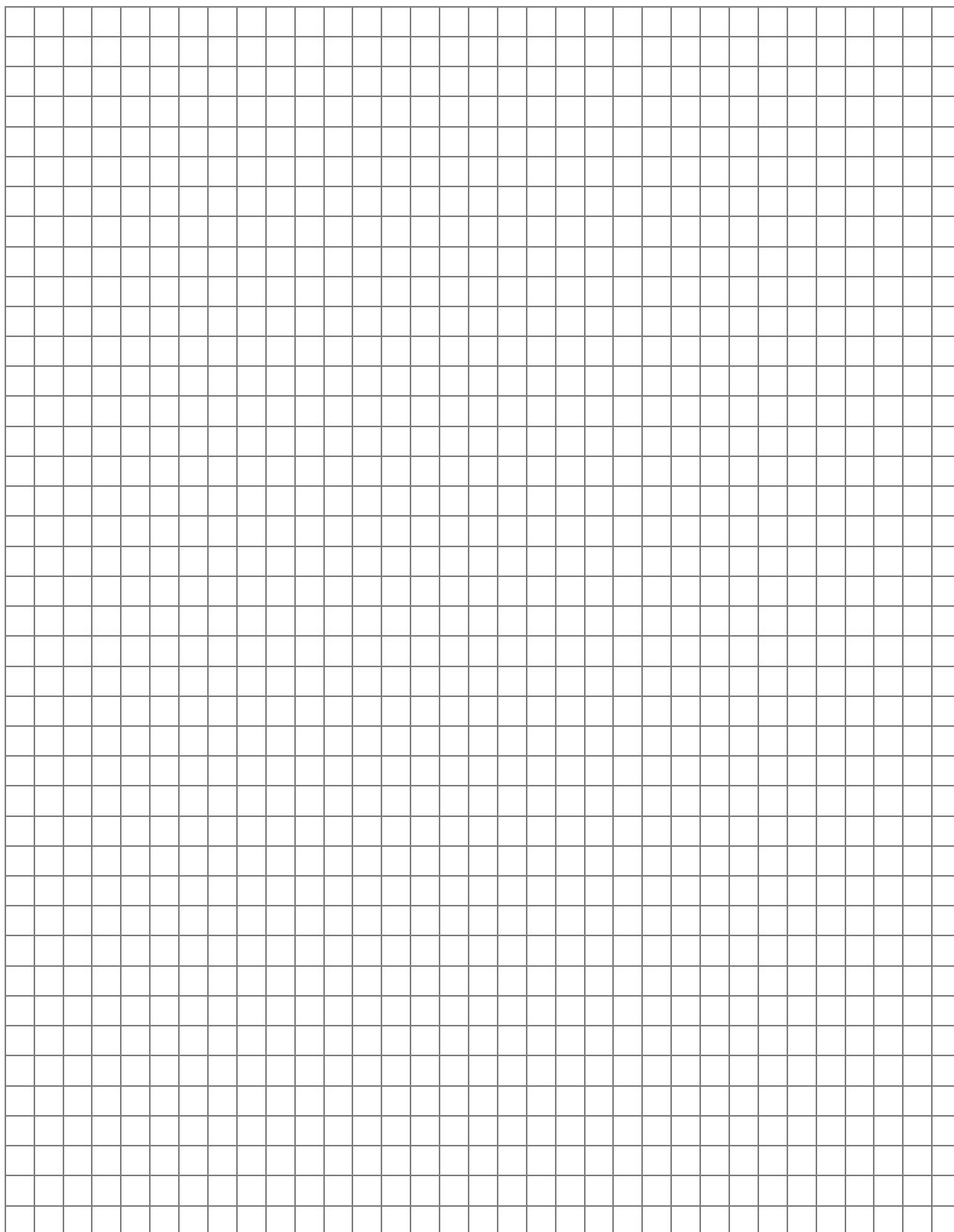
Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ losujemy kolejno bez zwracania dwie. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma wylosowanych liczb jest podzielna przez 3, jeżeli pierwsza z wylosowanych liczb jest liczbą pierwszą. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 7. (0 – 3 pkt)

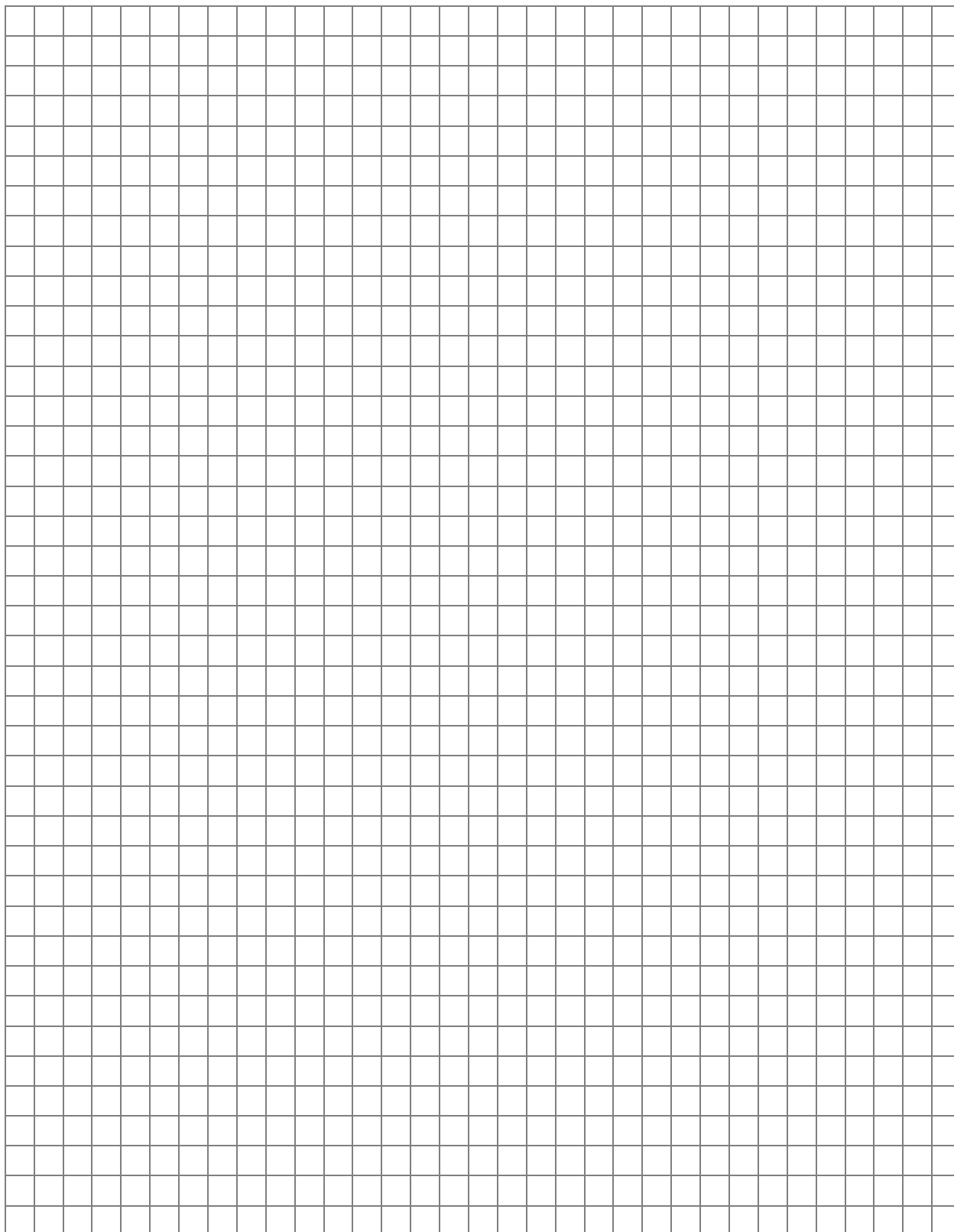
Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + \cos^2 x$.



Zadanie 8. (0 – 3 pkt)

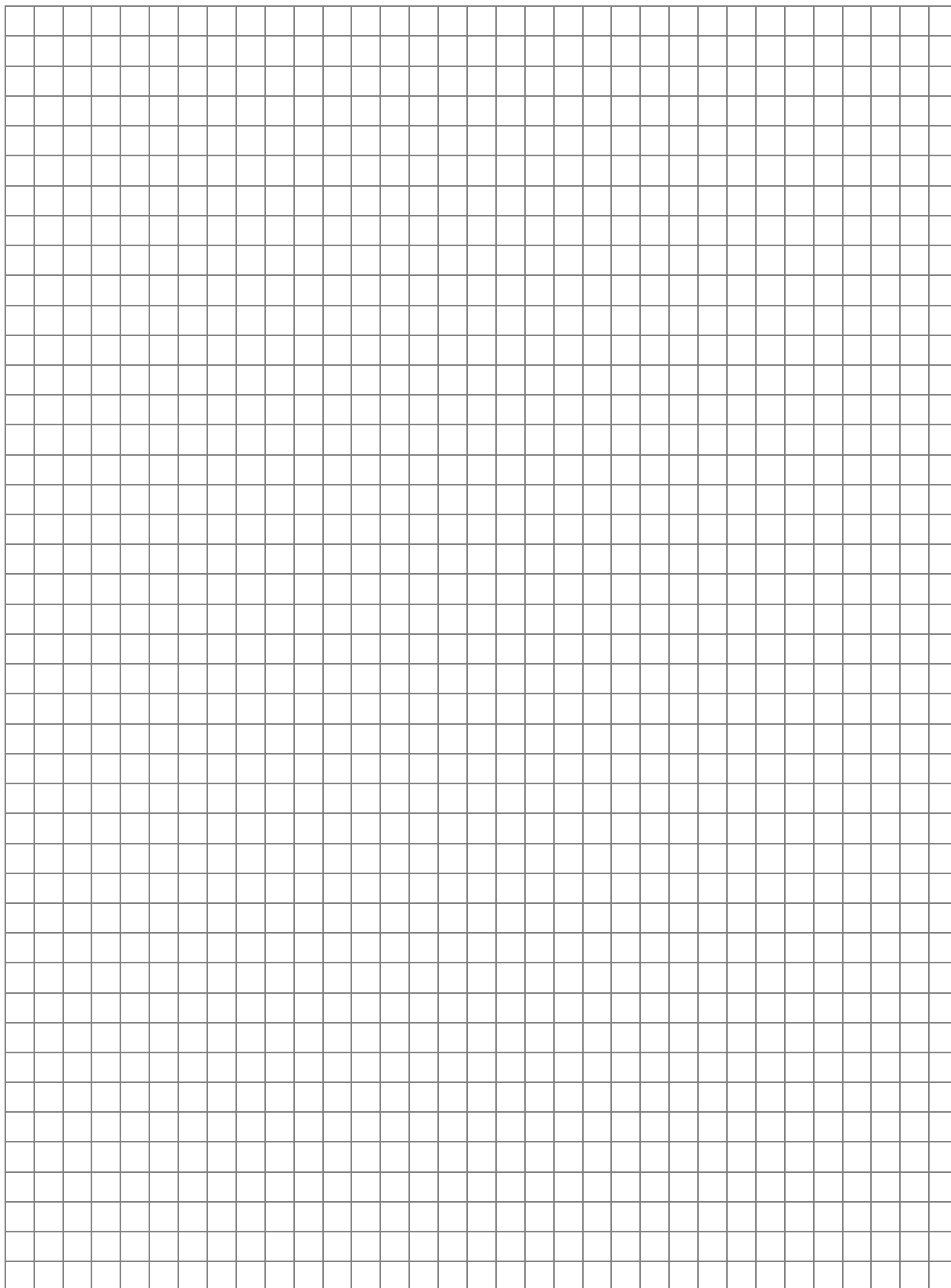
Dwa boki trójkąta ostrokątnego wpisanego w okrąg o promieniu R mają długości $\frac{3}{2}R$ i $R\sqrt{3}$.

Wykaż, że długość trzeciego boku wynosi $\frac{R}{4}(3 + \sqrt{21})$.



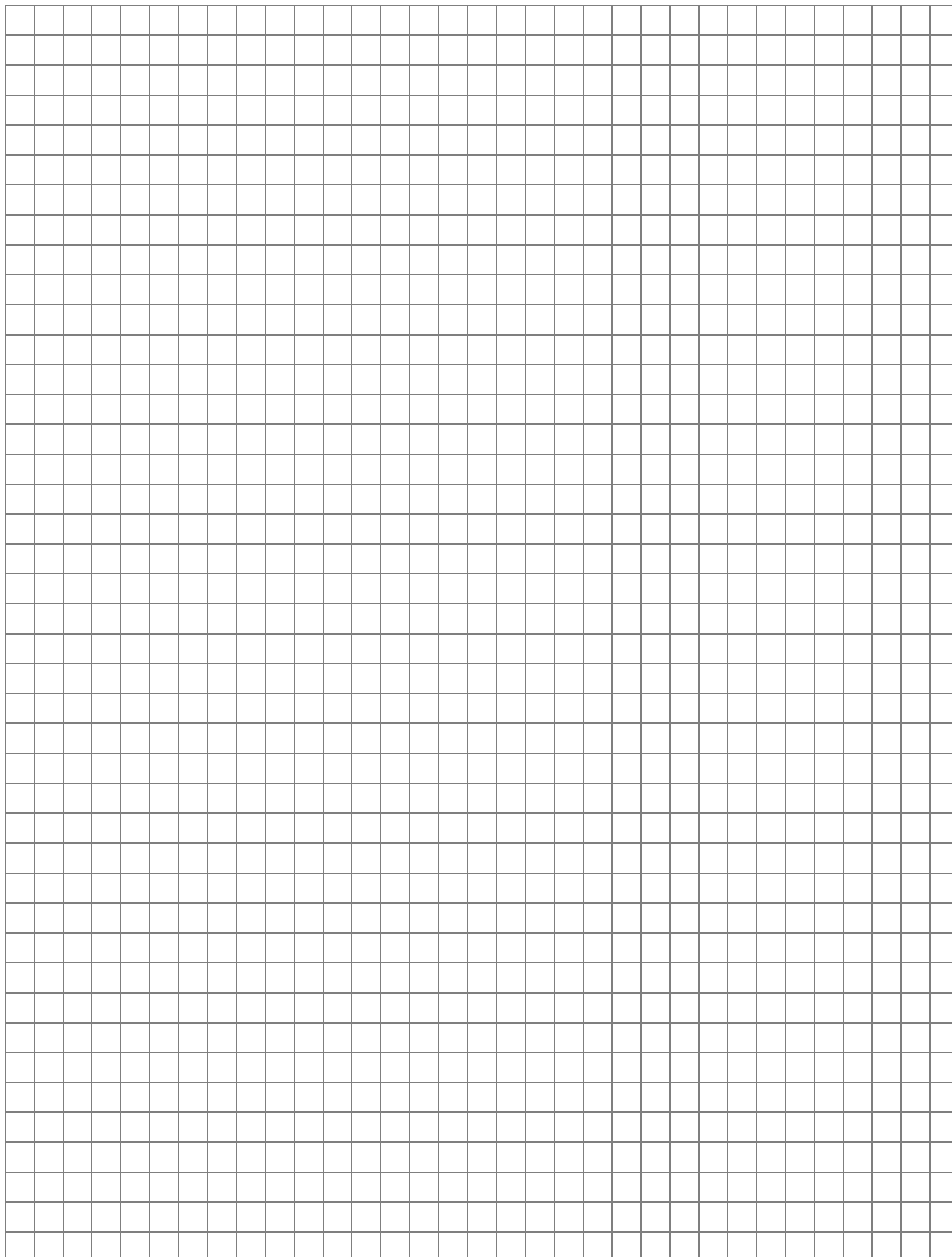
Zadanie 9. (0 – 3 pkt)

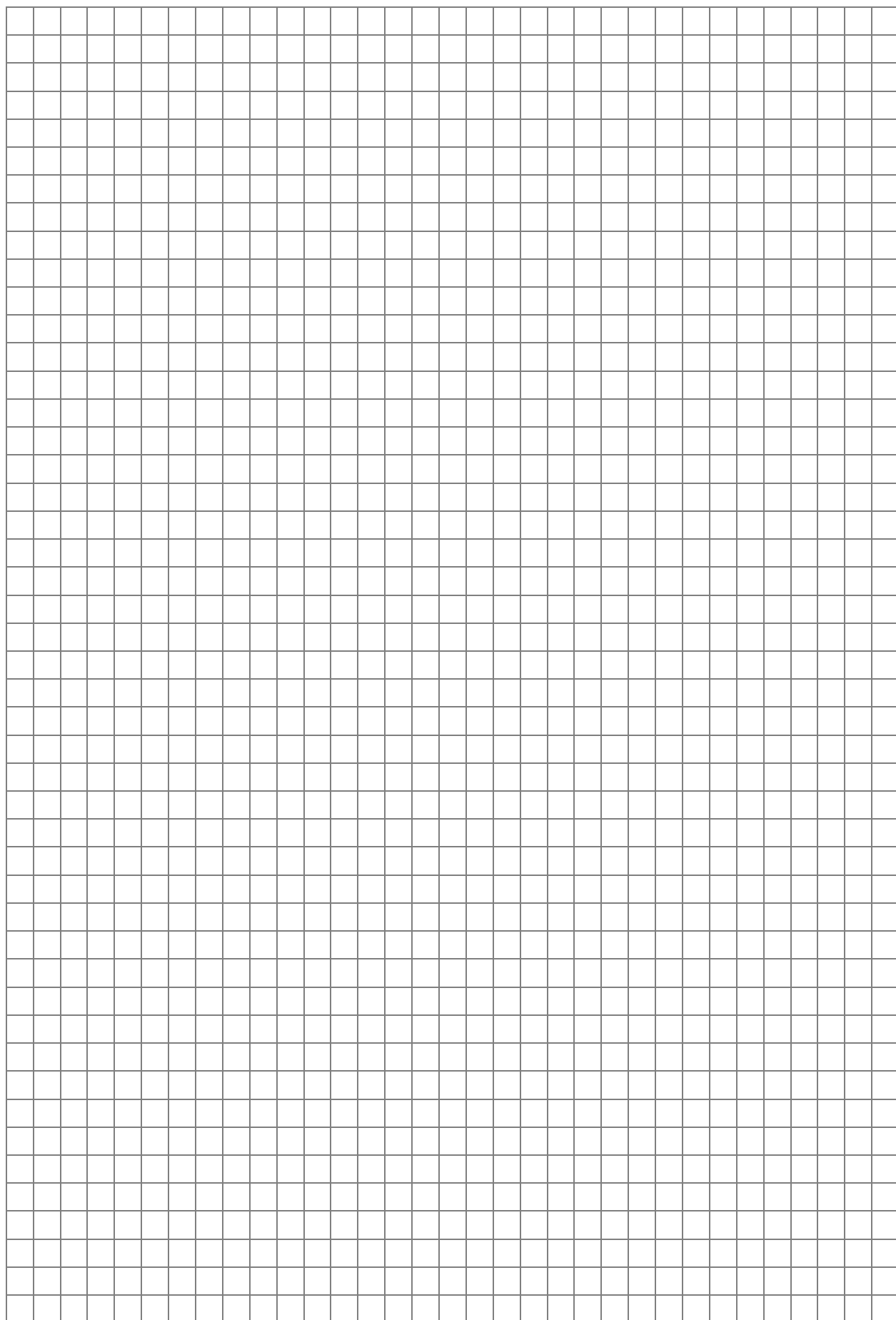
Ciąg (a_n) jest geometryczny o wyrazie pierwszym równym $a_1 \neq 0$ i ilorazie $q \in R \setminus \{0,1\}$,
Oblicz sumę $S_{2019} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 2019a_{2019}$,



Zadanie 10. (0 – 4 pkt)

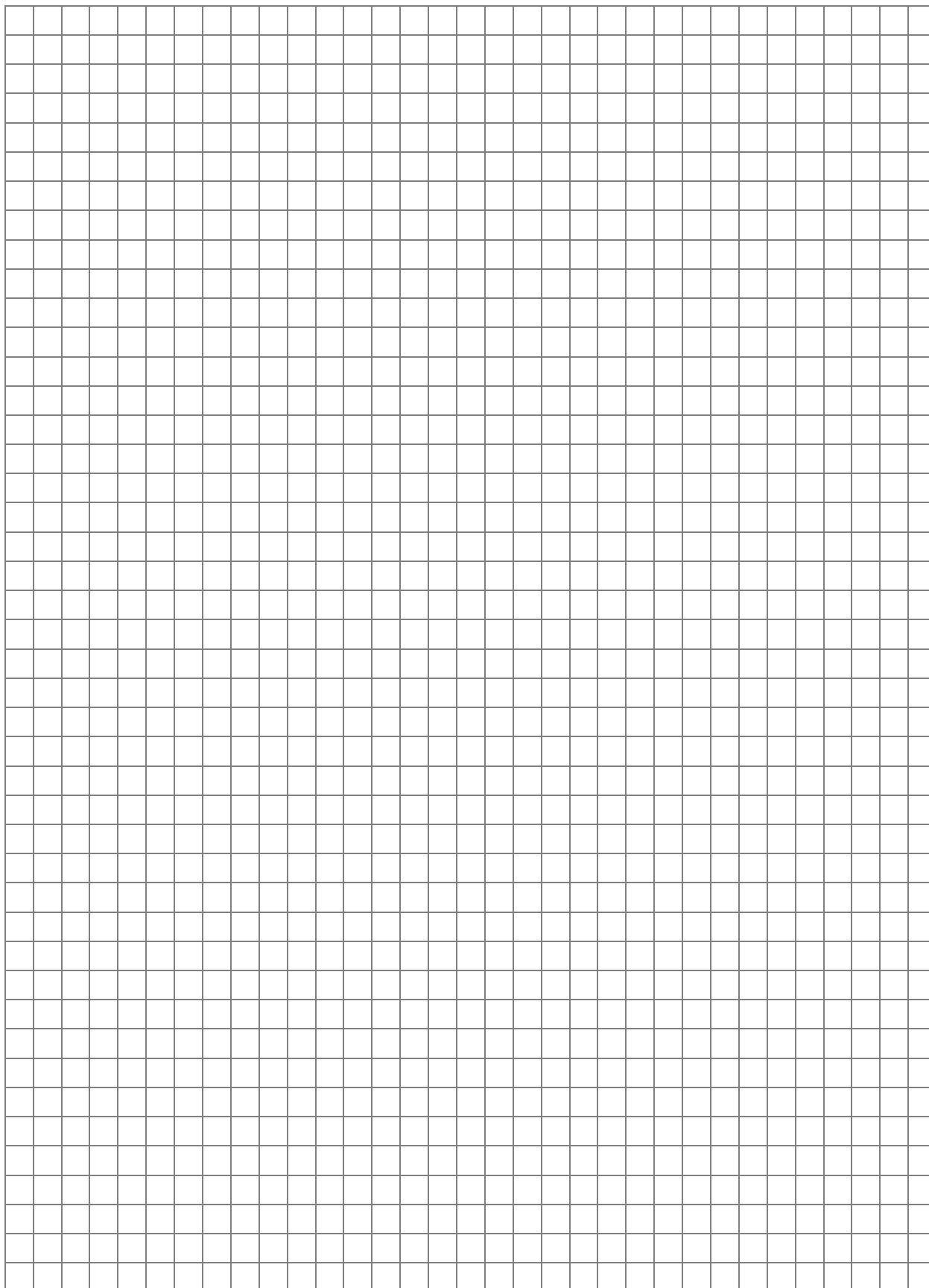
Wielomian $W(x) = x^3 - (a + b)x^2 - (a - b)x - 8$ jest podzielny przez dwumian $(x + 1)$, a reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x + 3)$ wynosi -2 . Oblicz a i b , a następnie rozwiąż nierówność $W(x) < 4$.

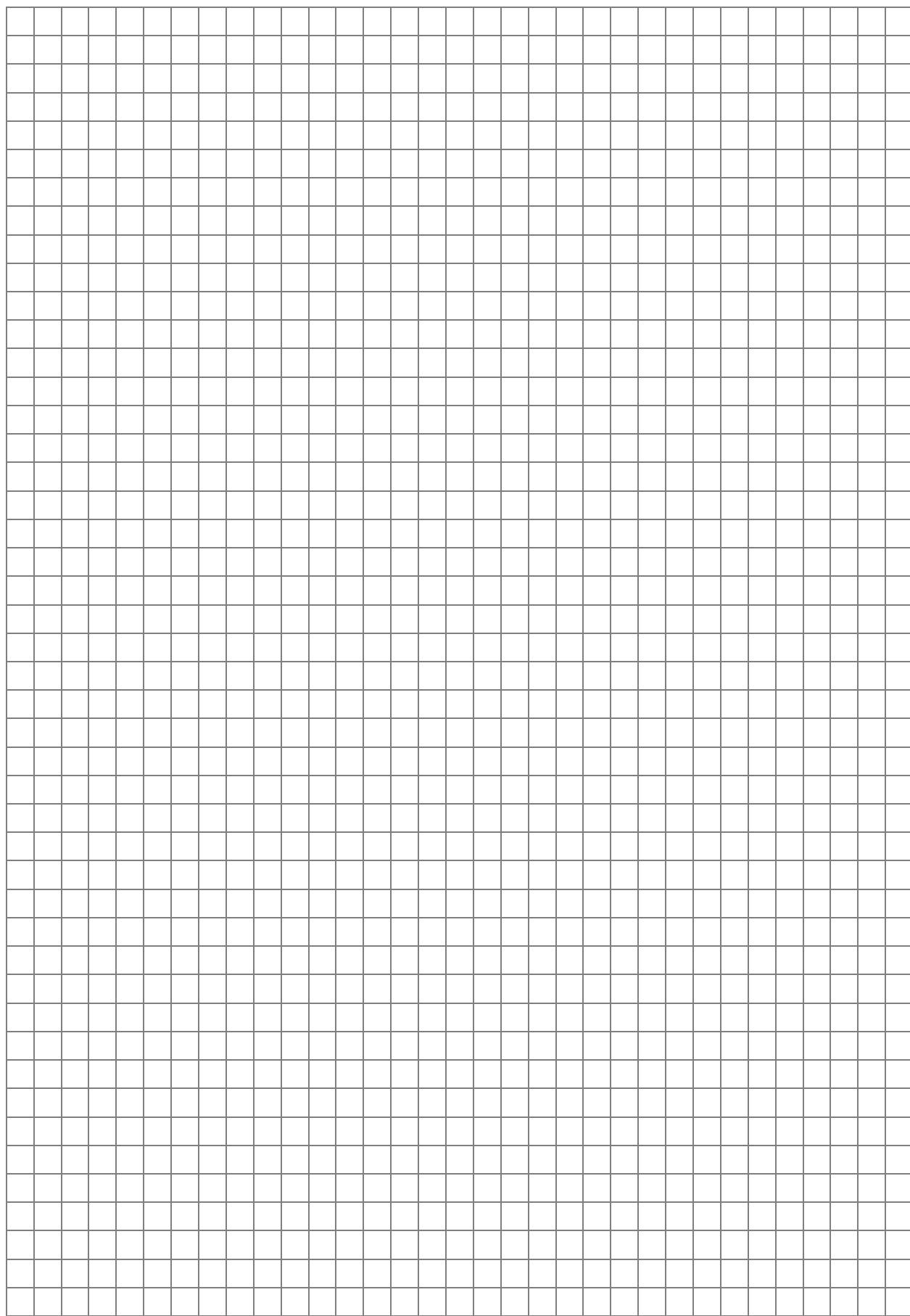




Zadanie 11. (0 – 4 pkt)

W trapez można wpisać okrąg o promieniu 4 i jednocześnie na tym trapezie można opisać okrąg. Kąt ostry trapezu ma miarę 30° . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.

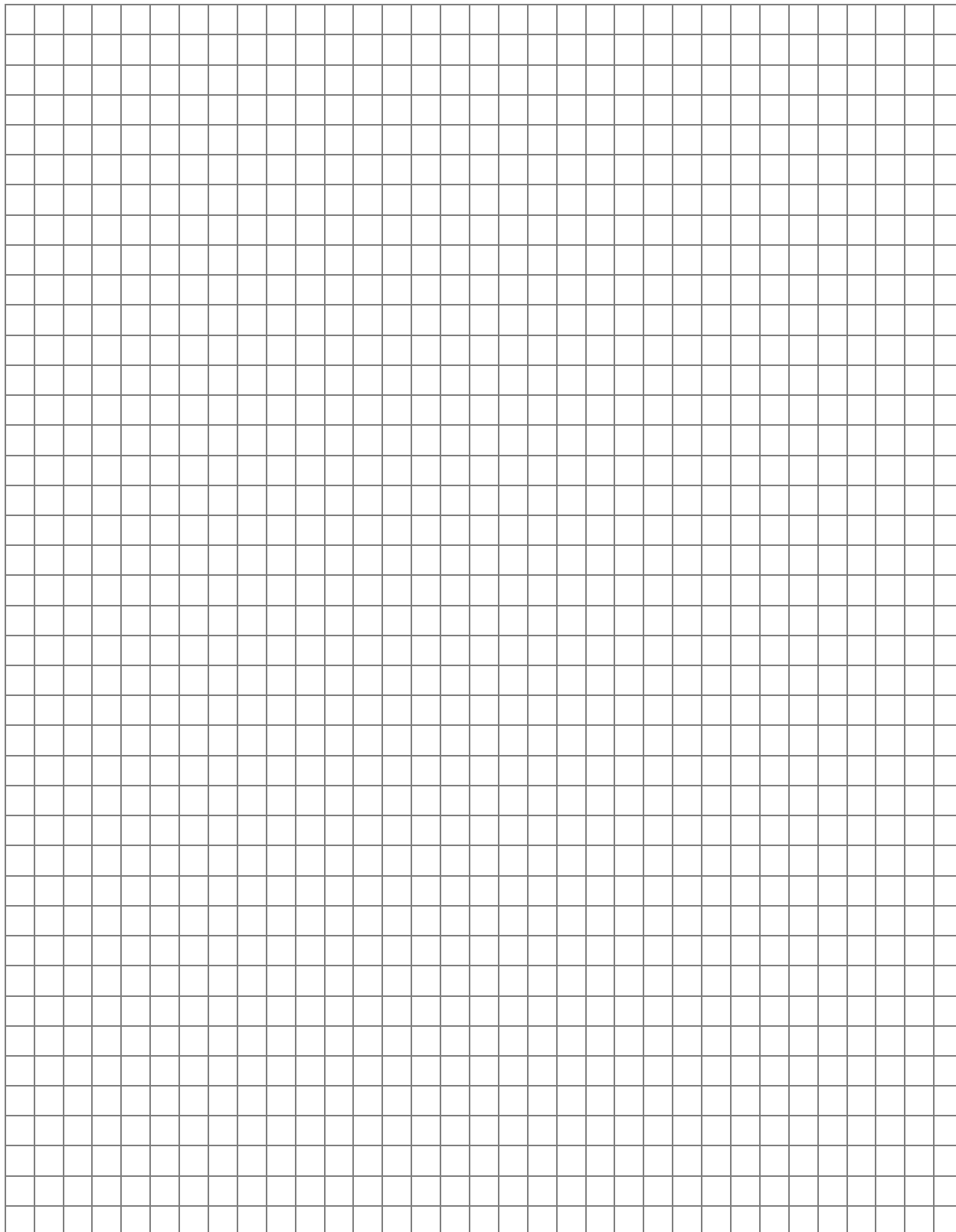


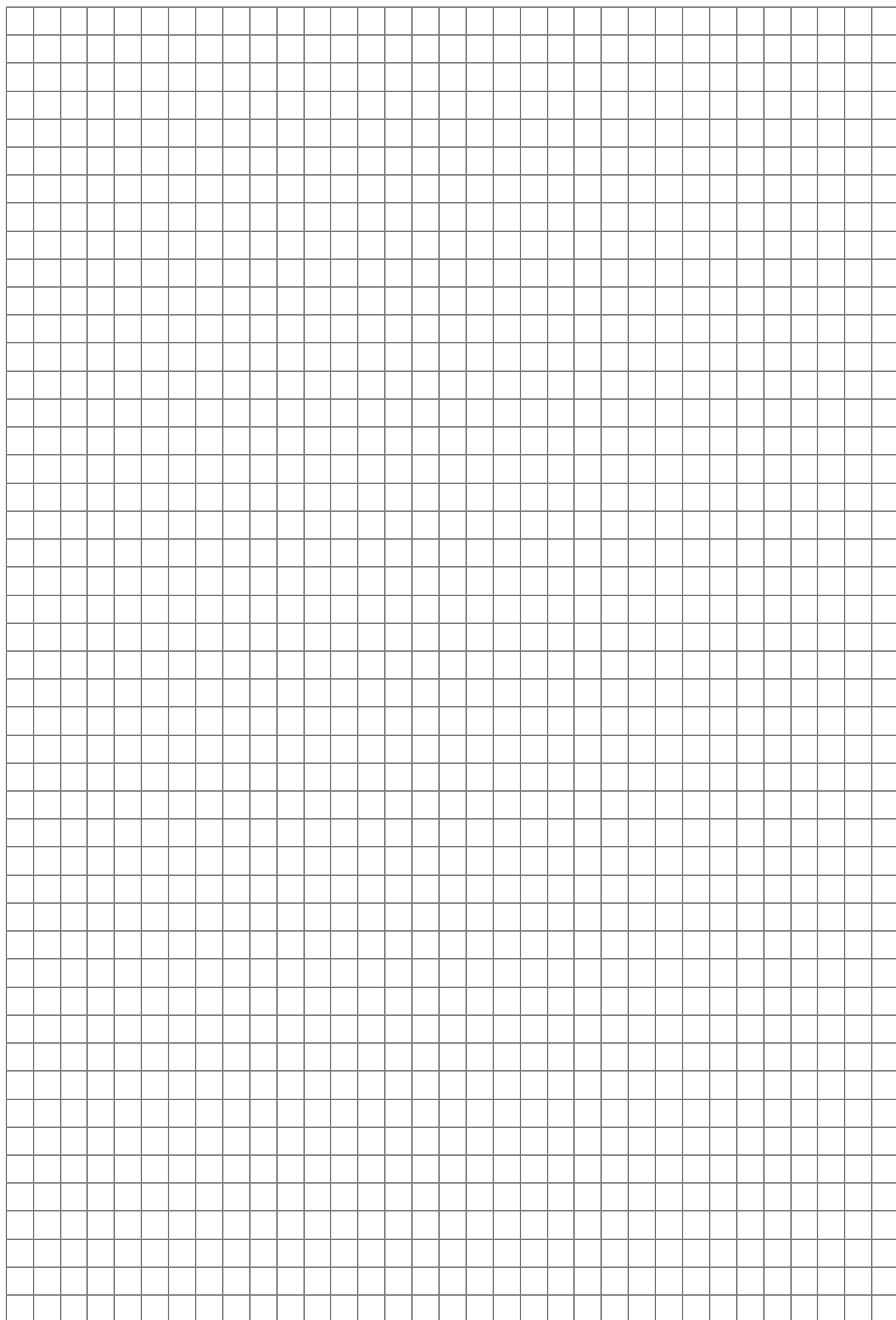


Zadanie 12. (0 – 4 pkt)

Wykaż, że zbiór $A = \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; \infty)$ jest zbiorem wartości funkcji

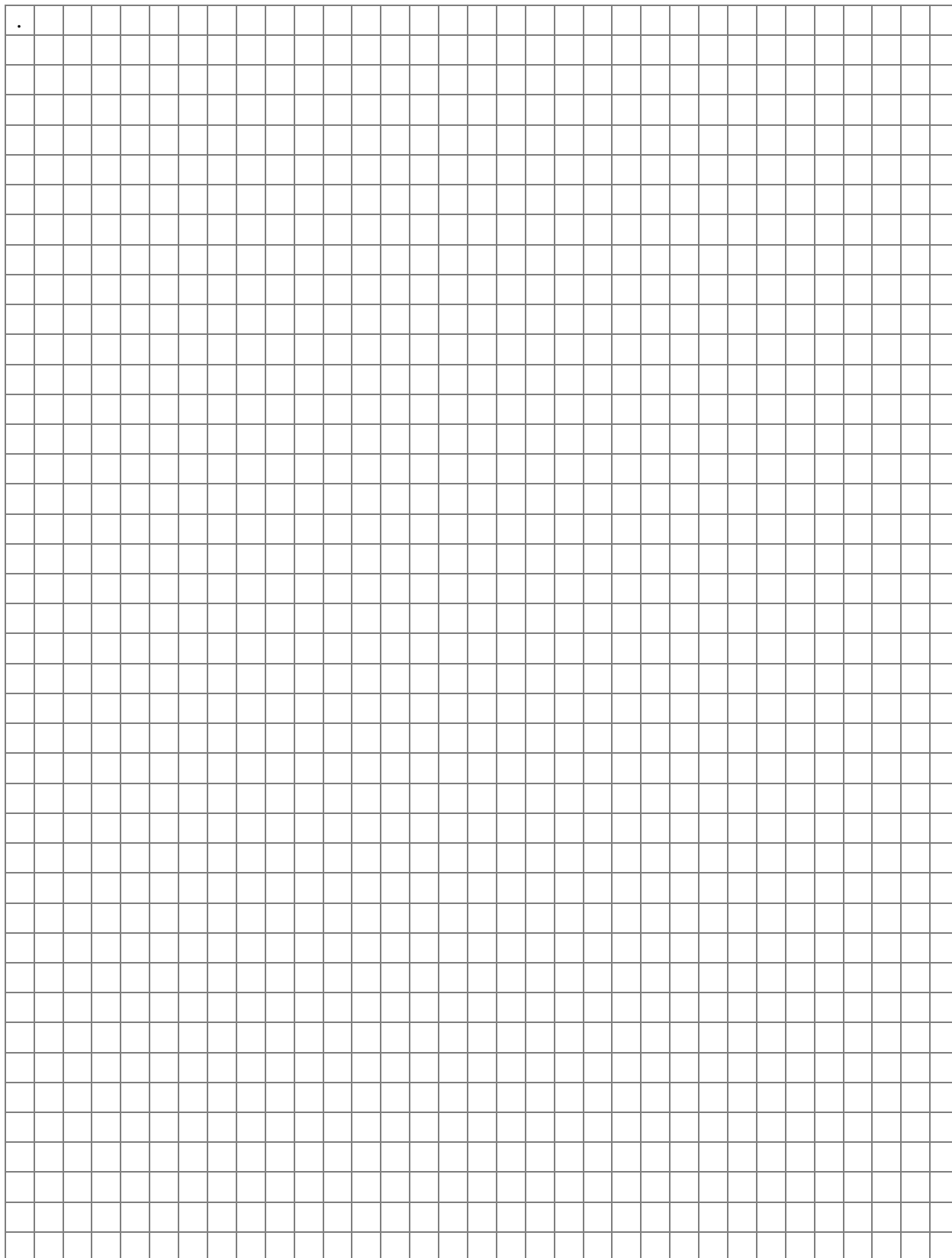
$$f(x) = \frac{x}{x-2} + \frac{x}{(x-2)^2} + \frac{x}{(x-2)^3} + \dots$$

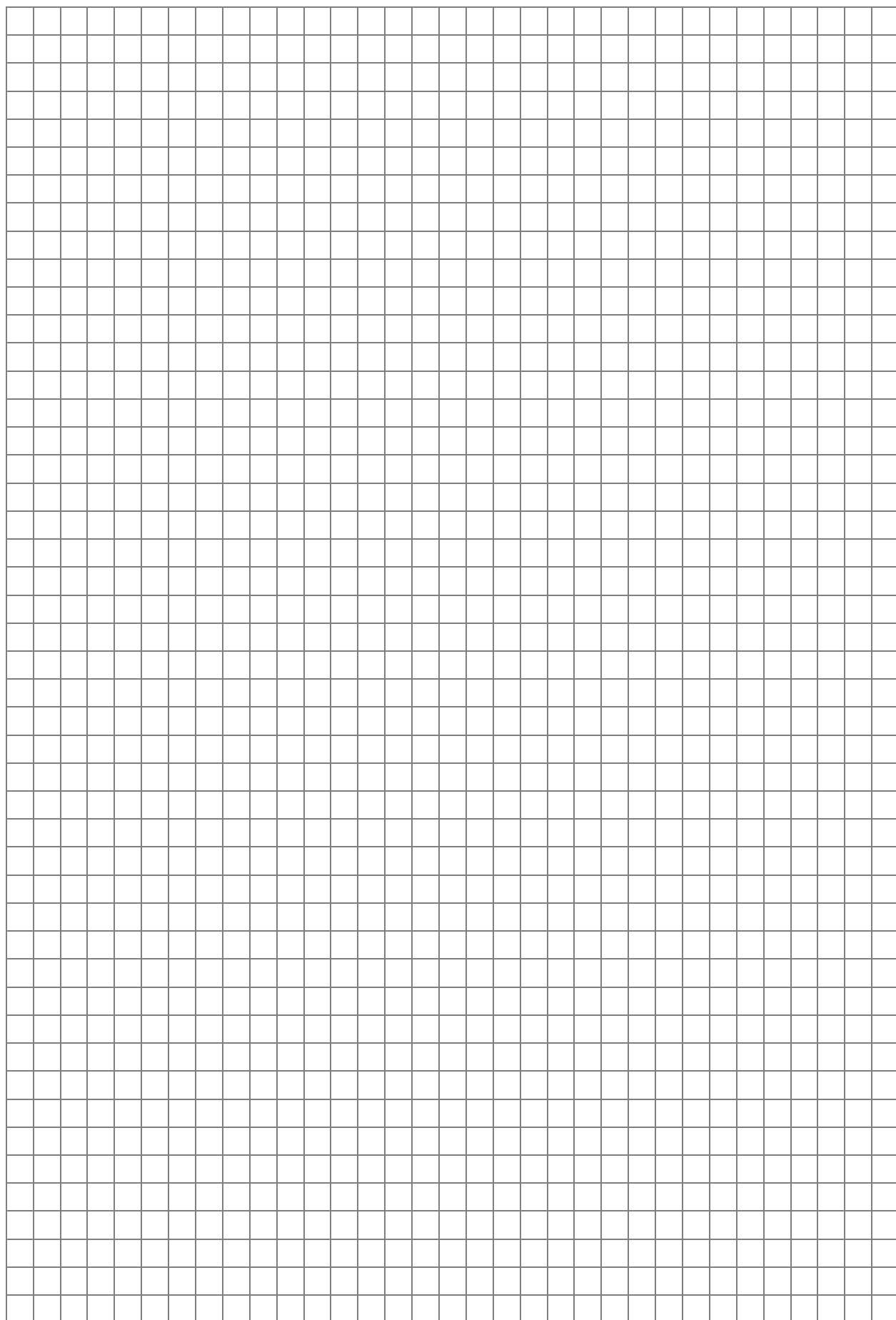




Zadanie 13. (0 – 6 pkt)

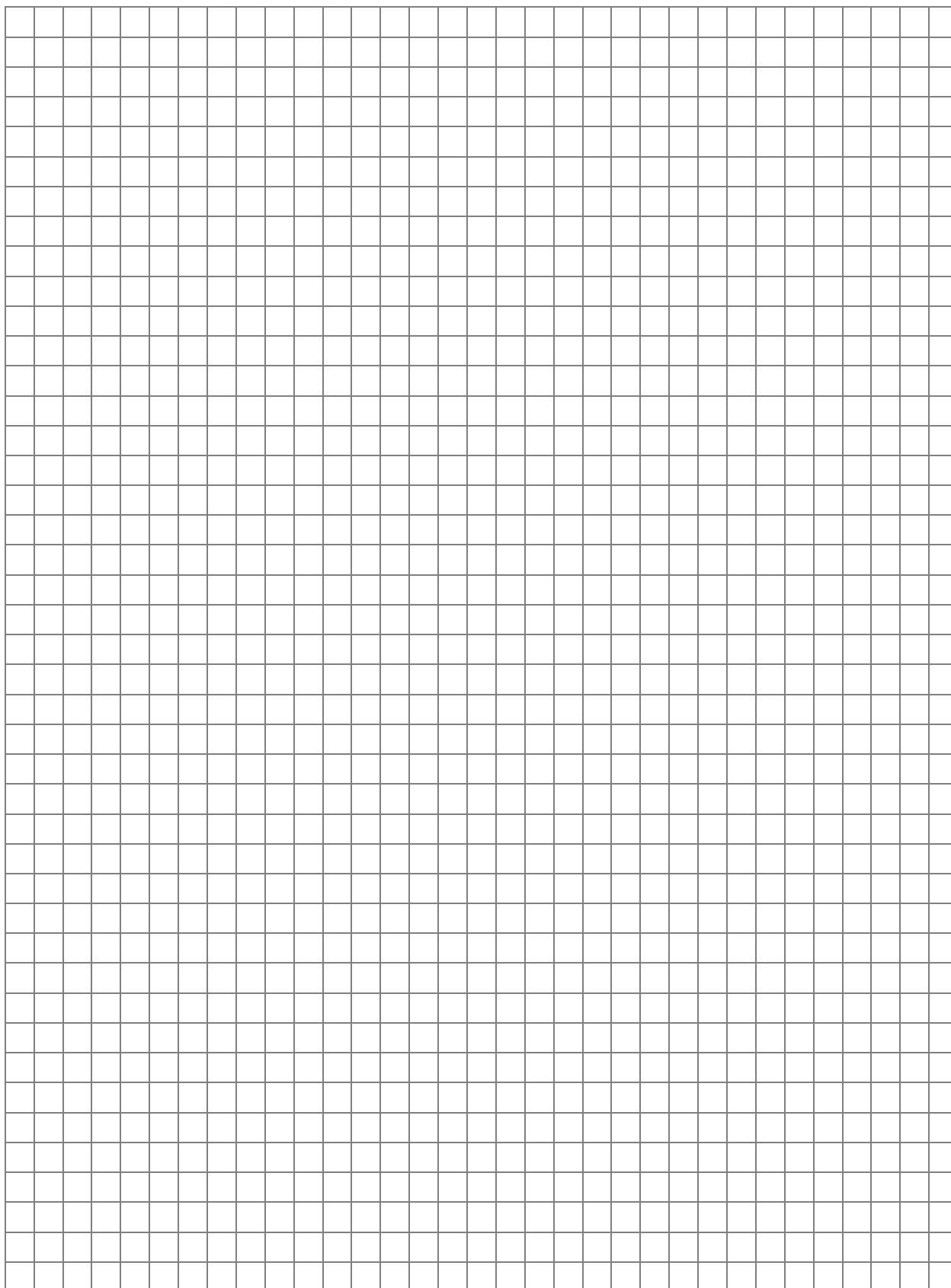
Dla jakich wartości parametru m suma odwrotności pierwiastków równania $\frac{mx}{m-1} + \frac{m+1}{x} = x + 1$ jest nie większa od $2m + 1$?

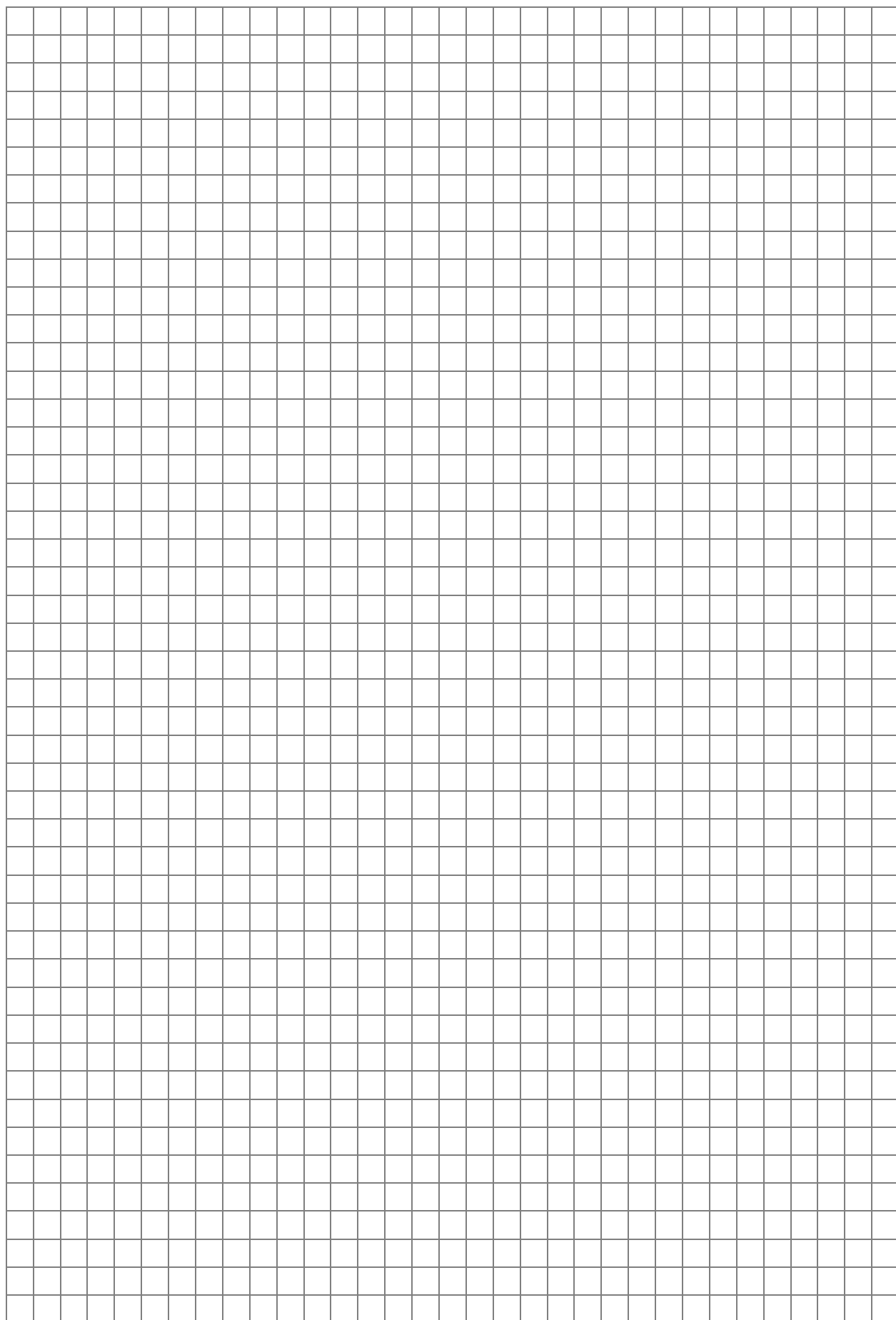




Zadanie 14. (0 - 7 pkt)

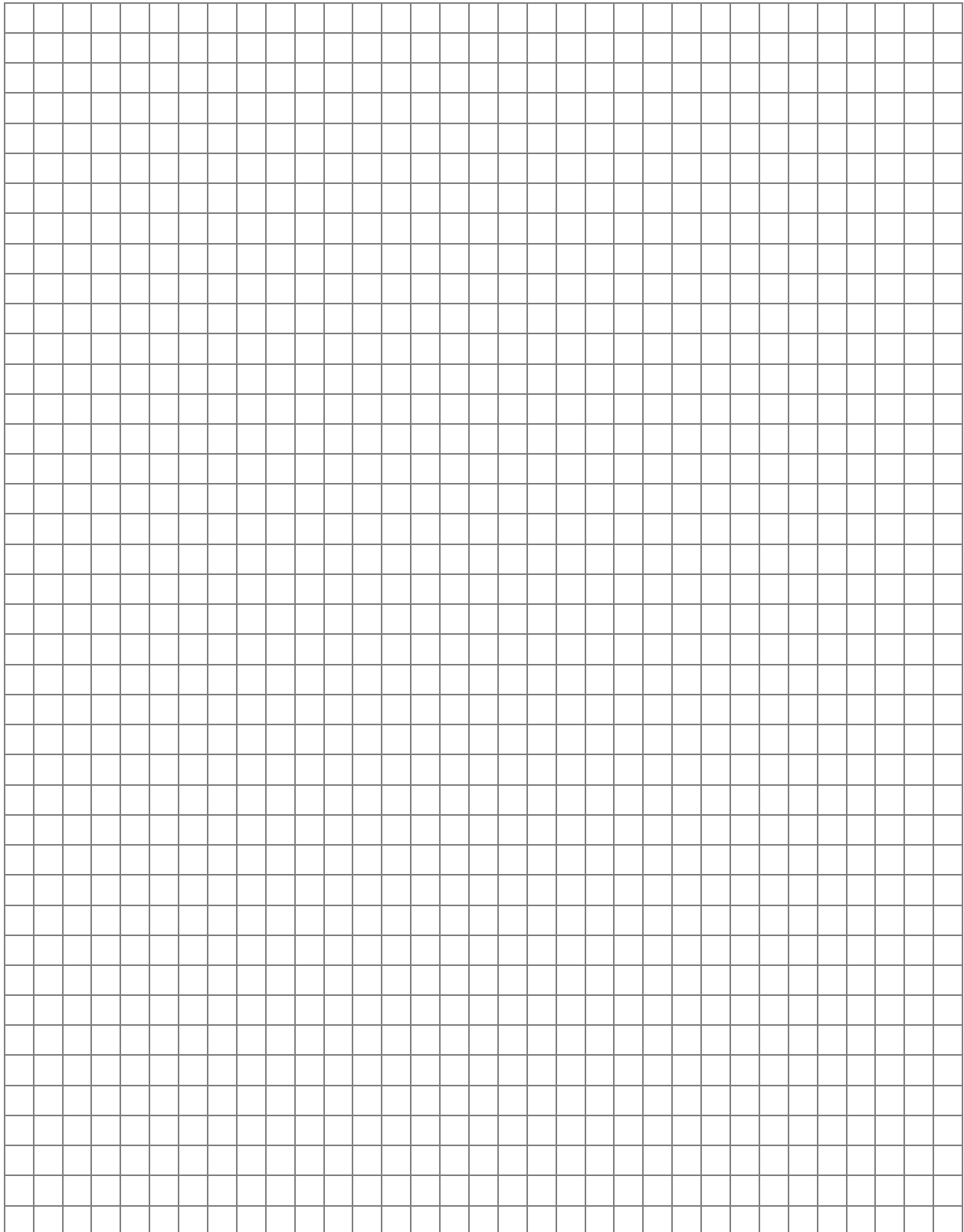
Na krzywej $xy = 6$ obrano punkty $A(2, 3)$ i $B(6, 1)$. Znajdź na tej krzywej taki punkt C o ujemnej odciętej, aby pole trójkąta ABC było najmniejsze.

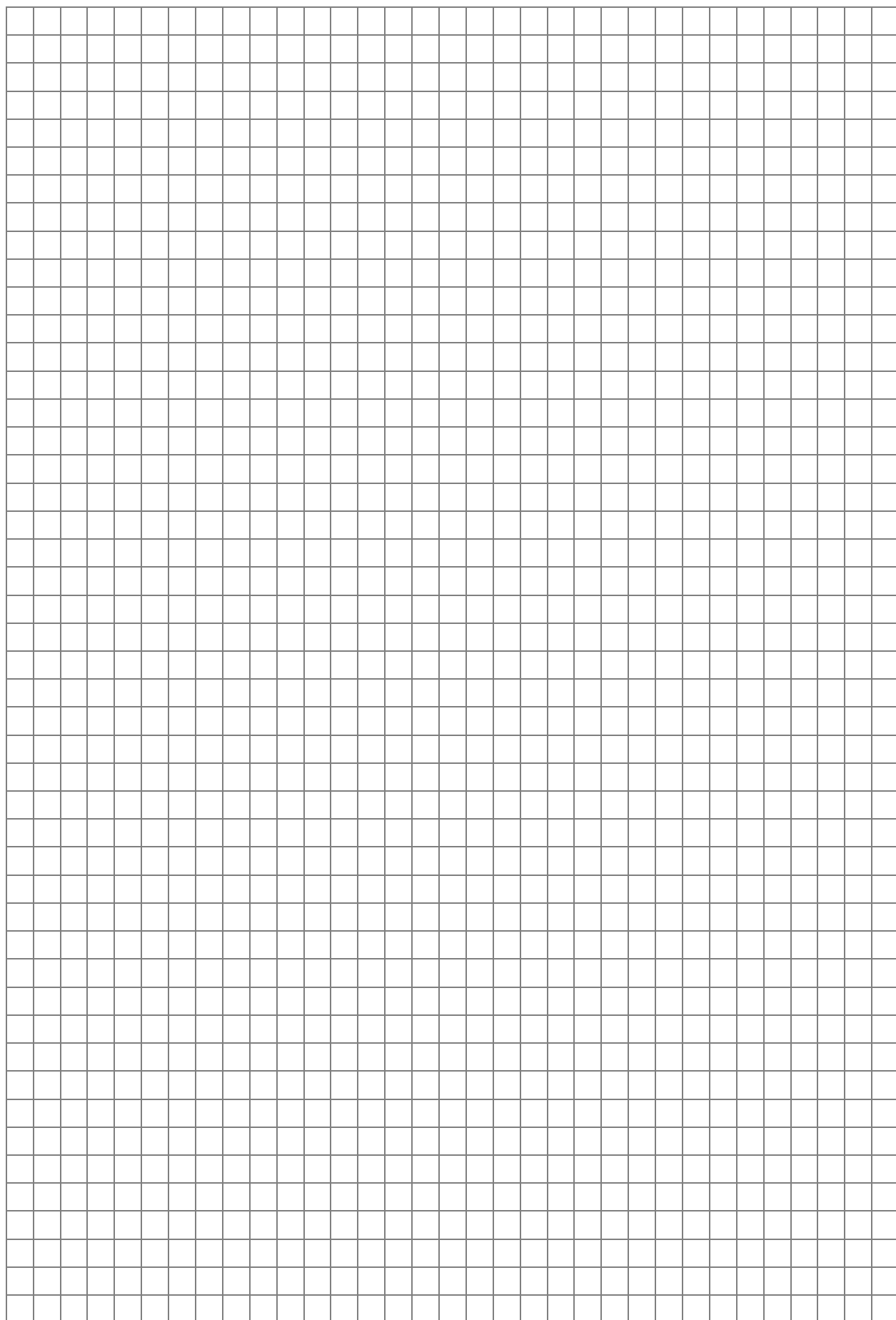




Zadanie 15. (0 – 5 pkt)

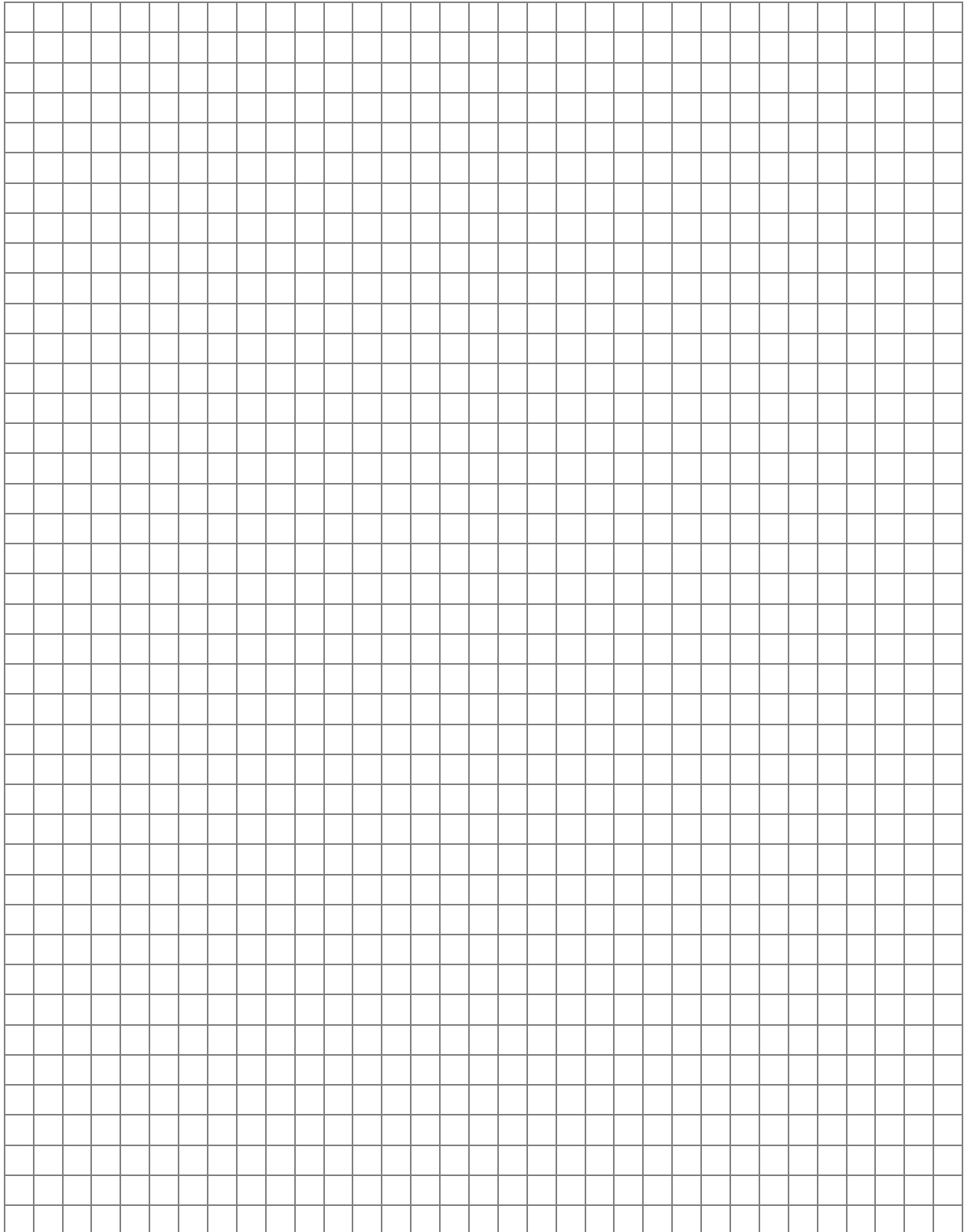
Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy b i kącie nachylenia krawędzi bocznej do krawędzi podstawy α . Oblicz pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek i równoległą do krawędzi podstawy oraz nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem β . Podaj konieczne założenia dotyczące kąta α .

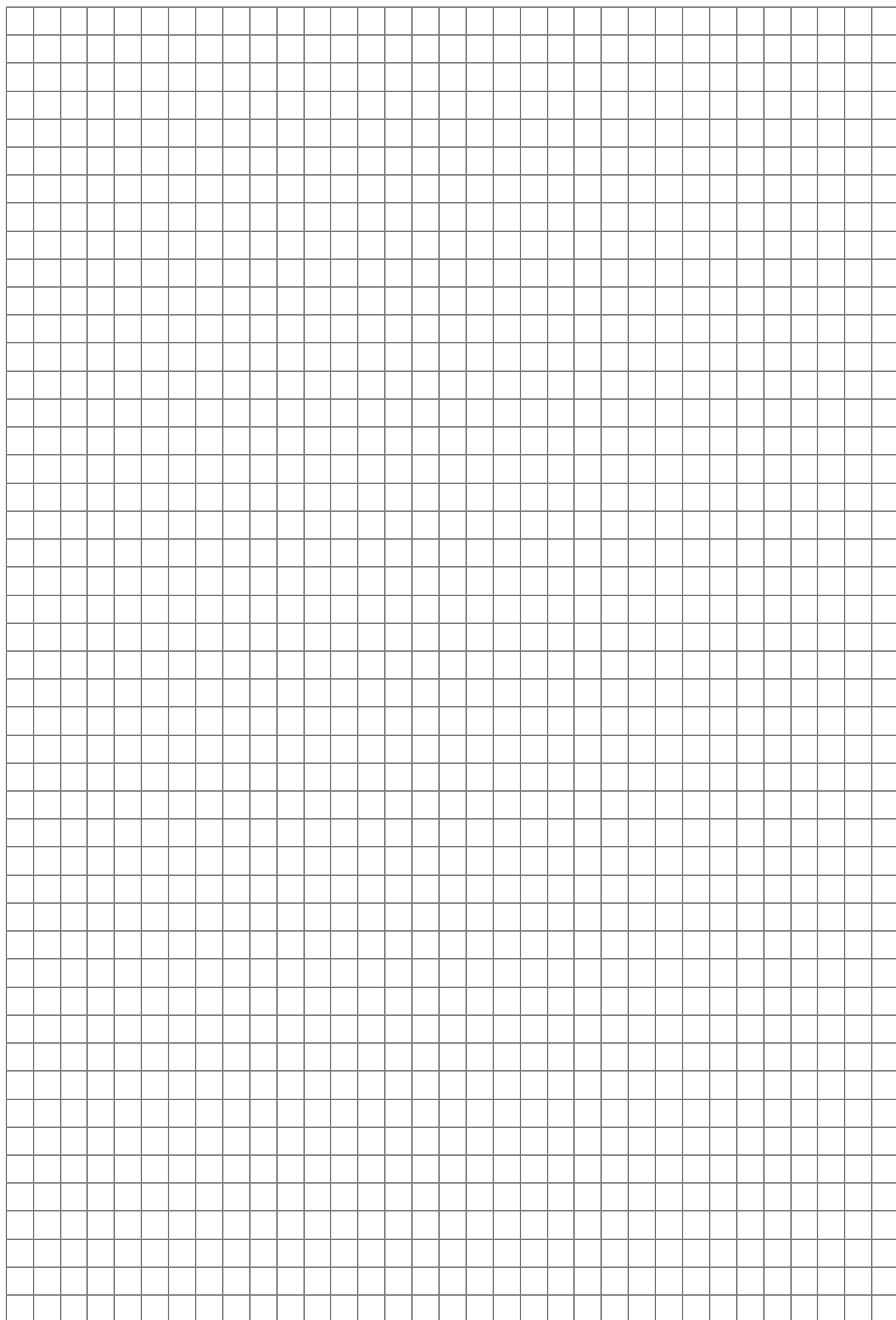




Zadanie 16. (0 –4 pkt)

W pierwszej urnie są 4 kule zielone i 5 czerwonych, w drugiej urnie 3 zielone i 6 czerwonych. Z pierwszej urny losujemy jedną kulę i przekładamy ją do drugiej urny. Następnie do drugiej urny dokładamy 2 kule tego samego koloru co wylosowana kula. Losujemy dwie kule z drugiej urny. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie będą zielone.





BRUDNOPIS

