

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

25 MARCA 2017

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $5(320 - 6x) \leq 4(6x + 450) + 12$ jest

- A) -105 B) -1 C) -3 D) -2

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $3\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[5]{3\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}}$ jest równa

- A) 9 B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt[3]{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 42% liczby a oraz 56% liczby c . Wynika stąd, że

- A) $c = 1,2a$ B) $c = 0,75a$ C) $c = 0,8a$ D) $c = 1,33a$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $\frac{\log_3 48}{\log_3 64}$ jest równa

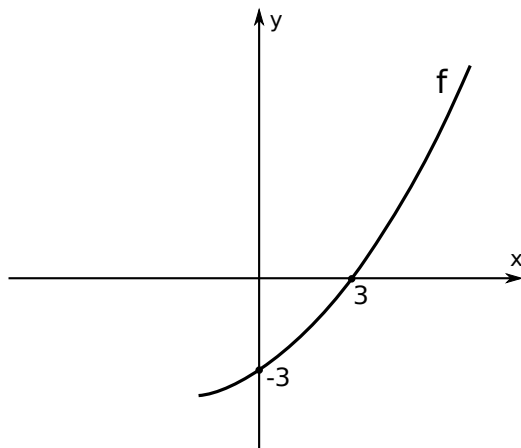
- A) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6\log_3 2}$ B) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3\log_3 2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2\log_3 2}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(a + b)(a - b)$ dla $a, b \in \{3, 4, 5\}$ jest równa

- A) 2 B) -16 C) 0 D) -12

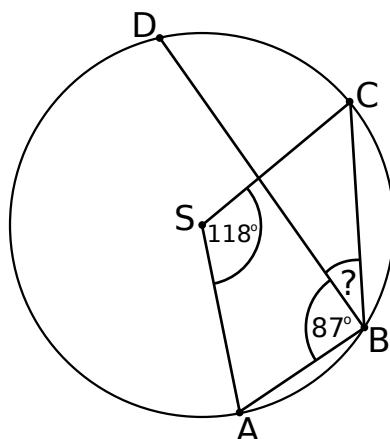
ZADANIE 6 (1 PKT)

Na rysunku obok jest przedstawiony fragment wykresu funkcji kwadratowej f . Oś symetrii paraboli jest prosta o równaniu $x = -3$.Rozwiązaniem nierówności $f(x) \leq 0$ jest zbiór

- A) $\langle 0, -3 \rangle$ B) $\langle -3, 3 \rangle$ C) $\langle -6, 3 \rangle$ D) $\langle -9, 3 \rangle$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek). Miara kąta DBC jest równa



- A) 59° B) 34° C) 28° D) 32°

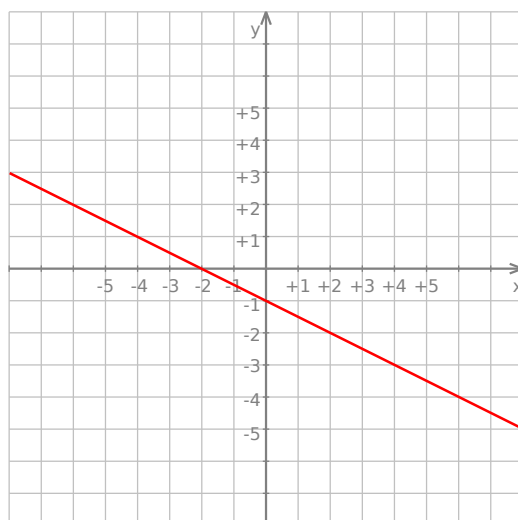
ZADANIE 8 (1 PKT)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+3}{x} = -8$, gdzie $x \neq 0$, jest liczba należąca do przedziału

- A) $(-\infty, -2)$ B) $\langle -2, -1)$ C) $\langle -1, 0)$ D) $(0, +\infty)$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f , przy czym $f(0) = -1$ i $f(-2) = 0$.



Wykres funkcji g jest symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych. Funkcja g jest określona wzorem

- A) $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$ B) $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ C) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ D) $g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Jeśli wykres funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + 2x + 5a$ przecina prostą $y = -3$, to liczba a spełnia warunek

- A) $-1 \leq a \leq 0$ B) $a \leq -\frac{2}{5}$ C) $-\frac{2}{5} \leq a \leq 0$ D) $a \geq -\frac{2}{5}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Układ równań
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 2 \\ y - \frac{3}{8}x = -3 \end{cases}$$

- A) nie ma rozwiązań.
 B) ma dokładnie jedno rozwiązanie.
 C) ma dokładnie dwa rozwiązania.
 D) ma nieskończenie wiele rozwiązań.

ZADANIE 12 (1 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{3x^4}{x^8+3}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wtedy liczba $f(-\sqrt[4]{3})$ jest równa

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

- A) $\frac{1023}{512}$ B) $\frac{1023}{1024}$ C) $-\frac{341}{1024}$ D) $\frac{341}{512}$

ZADANIE 14 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ)^2 - \sin 30^\circ$ jest równa

- A) $\frac{5}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{5}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{1}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{6} + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

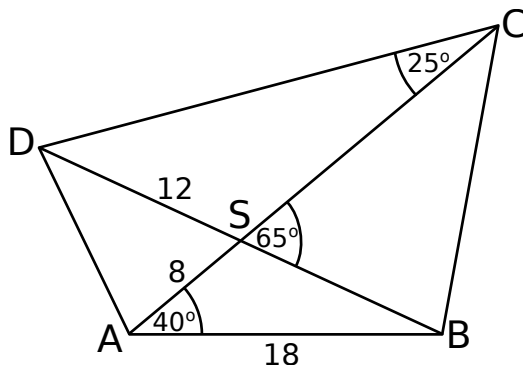
ZADANIE 15 (1 PKT)

Powierzchnia boczna walca o objętości $\frac{18}{\pi}$ po rozwinięciu jest prostokątem, w którym przekątna tworzy z wysokością walca kąt o mierze 30° . Promień podstawy tego walca jest równy

- A) $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Odległości punktu S przecięcia przekątnych czworokąta przedstawionego na rysunku od wierzchołków A i D są równe $|AS| = 8$ i $|DS| = 12$. Bok CD tego czworokąta ma długość



- A) 27 B) 16 C) 24 D) 30

ZADANIE 17 (1 PKT)

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 120° . Pole tego trójkąta jest równe

- A) 100 B) 200 C) $100\sqrt{3}$ D) $100\sqrt{2}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Wykonano pomiary wysokości czterech krzeseł i każde dwa rezultaty były różne. Adam zapisał wyniki w metrach i odchylenie standardowe jego danych było równe σ_A . Bogdan zapisał te same wyniki w centymetrach i odchylenie standardowe jego danych było równe σ_B . Wynika stąd, że

- A) $\sigma_A = 10\sigma_B$ B) $\sigma_A = 100\sigma_B$ C) $10\sigma_A = \sigma_B$ D) $100\sigma_A = \sigma_B$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 4?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24

ZADANIE 20 (1 PKT)

Proste opisane równaniami $y = \frac{3}{m-2}x + m - 1$ oraz $y = mx + \frac{1}{m+2}$ są prostopadłe, gdy

- A) $m = 2$ B) $m = \frac{1}{2}$ C) $m = \frac{1}{3}$ D) $m = -2$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Z talii 52 kart losujemy dwa razy po jednej karcie (ze zwracaniem). Niech p oznacza prawdopodobieństwo wylosowania dwóch królów. Wtedy

- A) $0 \leq p < 10^{-4}$ B) $10^{-4} \leq p \leq 10^{-3}$ C) $10^{-3} < p \leq 0,1$ D) $p > 0,1$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Okręgi o środkach $S_1 = (-4, -8)$ oraz $S_2 = (12, 4)$ są styczne wewnętrznie. Promień pierwszego z tych okręgów jest 6 razy większy od promienia drugiego okręgu. Suma promieni tych okręgów jest równa

- A) 28 B) 24 C) 20 D) 16

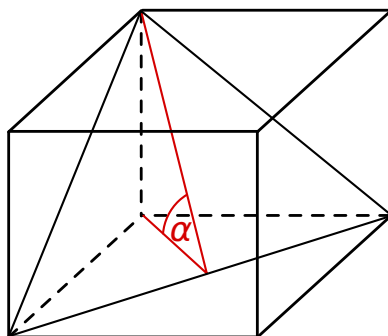
ZADANIE 23 (1 PKT)

Liczb naturalnych trzycyfrowych, w zapisie których każda cyfra występuje co najwyżej raz oraz suma cyfry setek i cyfry jedności jest równa 4, jest

- A) mniej niż 24 B) dokładnie 24 C) dokładnie 32 D) więcej niż 32

ZADANIE 24 (1 PKT)

Przekątna podstawy graniastostupa prawidłowego czworokątnego ma długość $2\sqrt{3}H$, gdzie H jest wysokością tego graniastostupa. Graniastostup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).

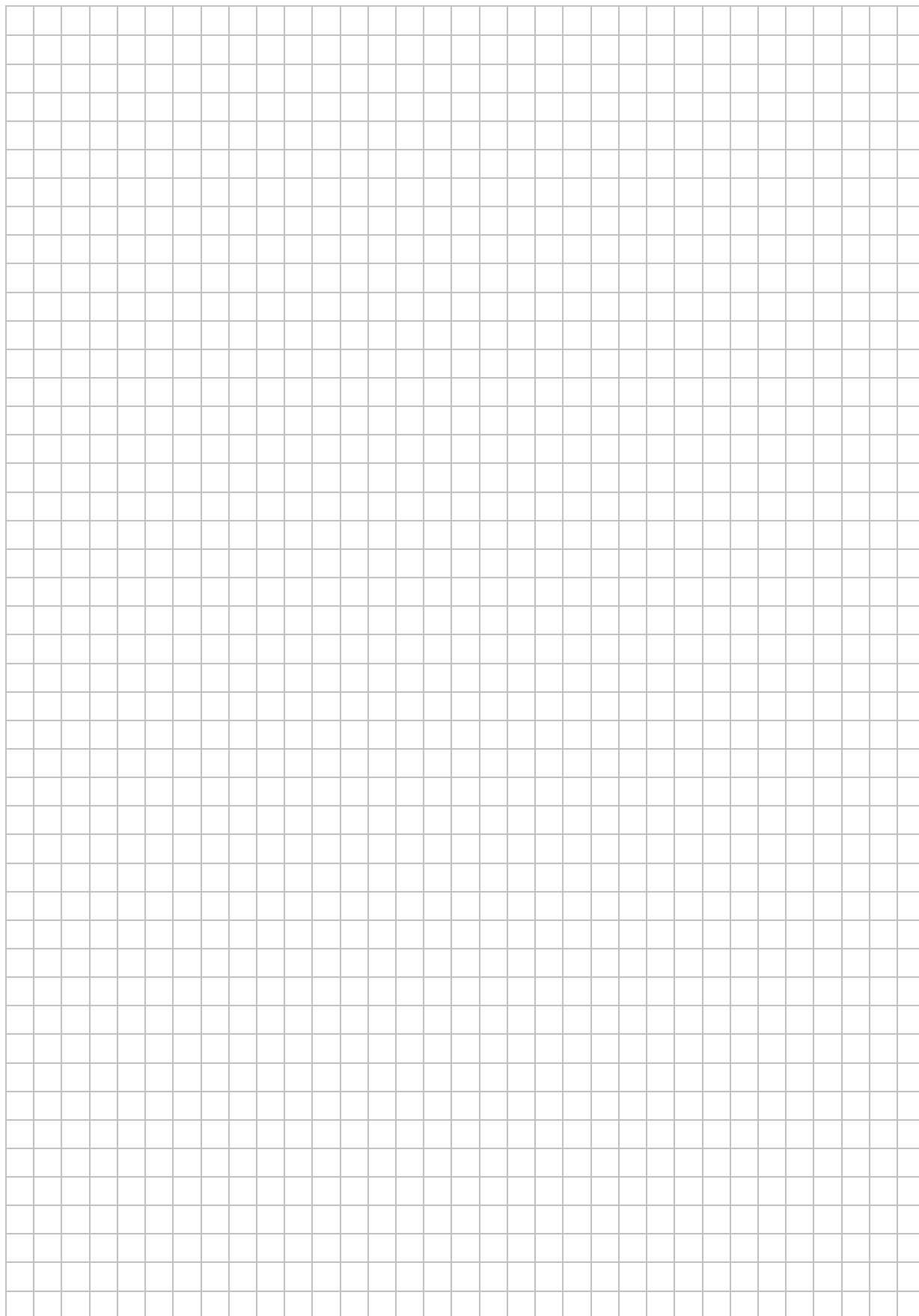


Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastostupa kąt α o mierze

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

ZADANIE 25 (2 PKT)

Punkty D i E są takimi punktami przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC , że $|AC| = |AE|$ i $|BC| = |BD|$. Wykaż, że $\angle DCE = 45^\circ$.



ZADANIE 26 (2 PKT)

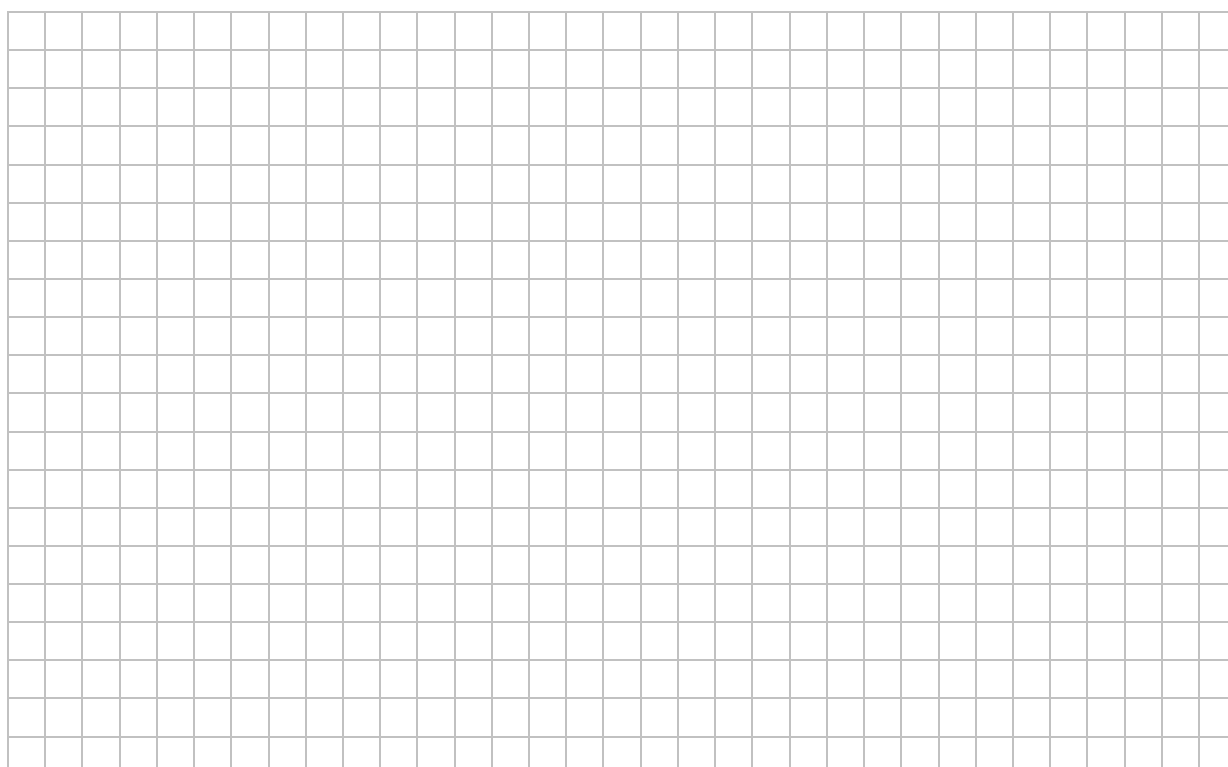
Rozwiąż równanie $(30 - x^2 - x)(3x^2 + 2x - 5) = 0$.



ZADANIE 27 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest nierówność

$$a^6 + b^6 + a^2 + b^2 \geq 2(a^4 + b^4).$$

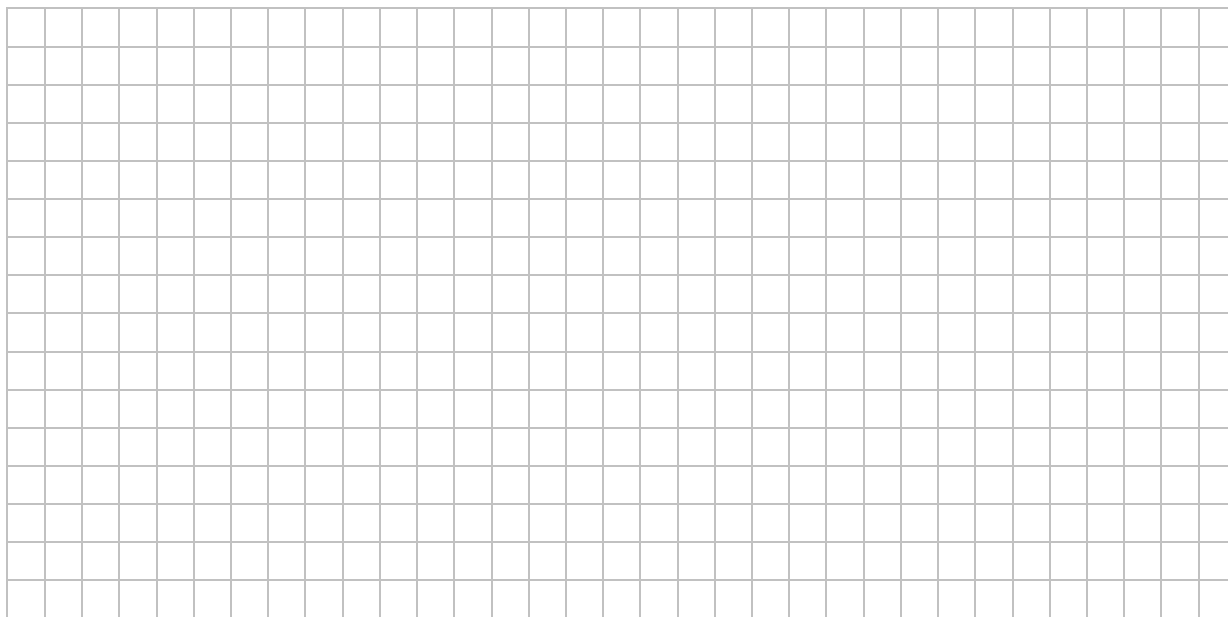


ZADANIE 28 (2 PKT)

Dane są dwa podzbiory zbioru liczb całkowitych:

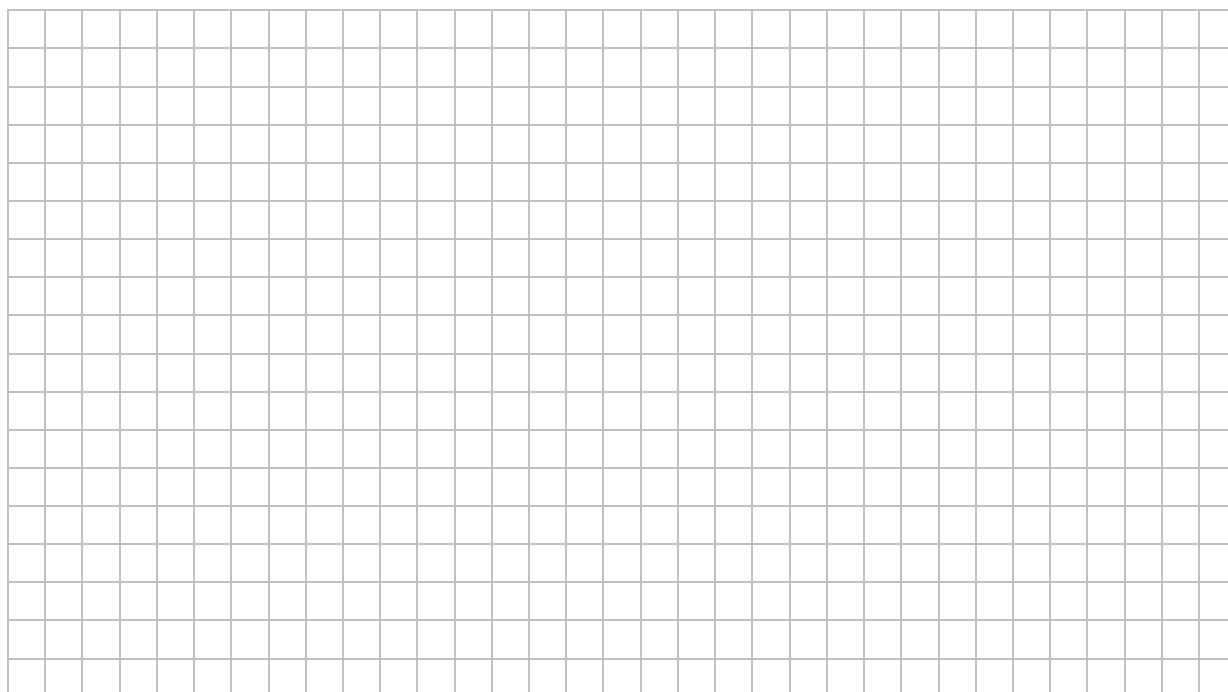
$$K = \{-4, -1, 1, 3, 7\} \text{ i } L = \{-4, -2, 2, 5, 6\}.$$

Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest ujemny.



ZADANIE 29 (2 PKT)

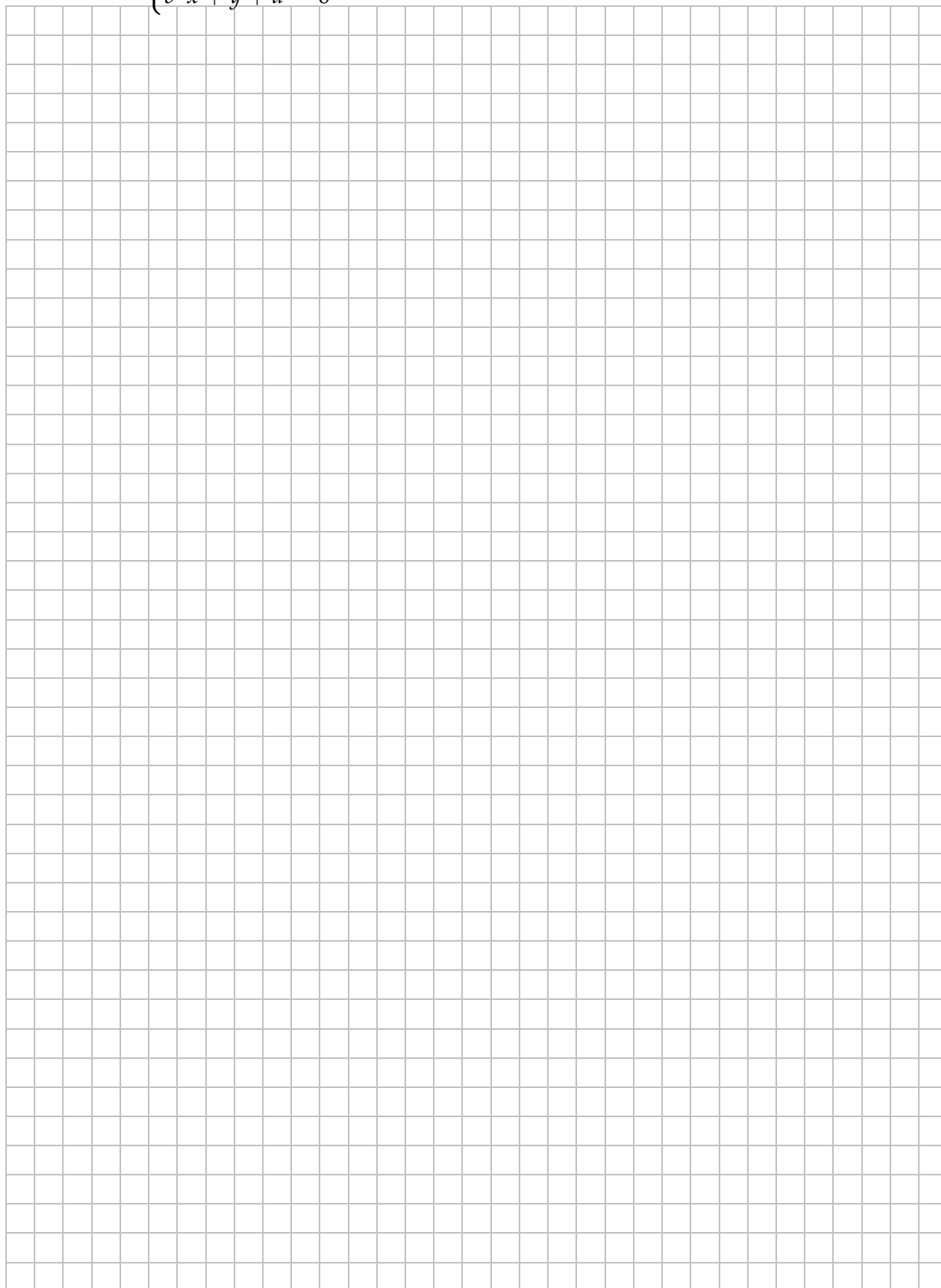
Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem $R = \log \frac{A}{A_0}$, gdzie A oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0 = 10^{-4}$ cm jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 27 lutego 2010 roku w Chile miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 8,8 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Chile i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy – mniejsza od 100 m.



ZADANIE 30 (2 PKT)

Wyznacz takie liczby a i b , dla których układ równań $\begin{cases} 4x + y + 2 = 0 \\ a^2x + y + b = 0 \end{cases}$ jest sprzeczny, zaś

układ równań $\begin{cases} 4x + y - 2 = 0 \\ b^2x + y + a = 0 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań.



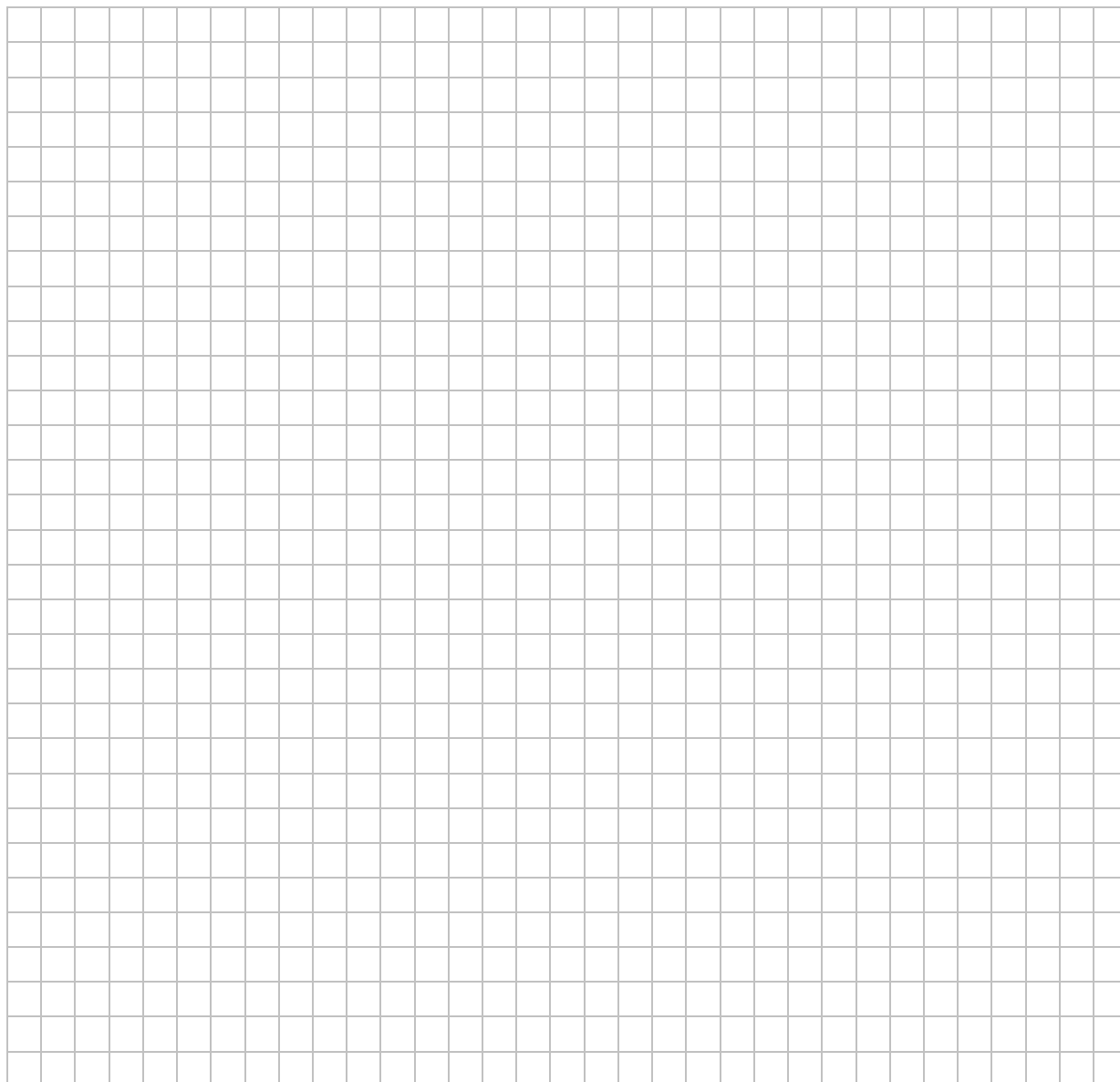
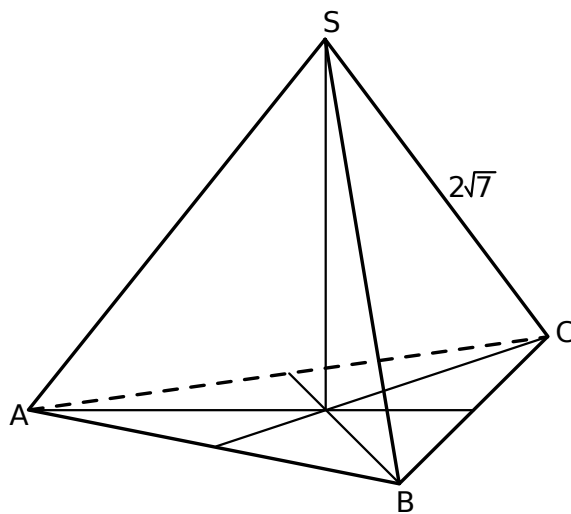
ZADANIE 31 (4 PKT)

Dwudziestowyrazowy ciąg geometryczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = \frac{2}{(-3)^n}$ dla $n \geq 1$.
Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.



ZADANIE 32 (5 PKT)

Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a krawędź boczna ma długość $2\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz objętość tego ostrosłupa.



ZADANIE 33 (5 PKT)

Punkt $E = \left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$ jest środkiem boku AB trójkąta równobocznego ABC , a boki AC i BC tego trójkąta są zawarte odpowiednio w prostych o równaniach $x = 1$ i $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$. Wyznacz współrzędne wierzchołków tego trójkąta.

