



MATEMATYKA - poziom rozszerzony LO

MARZEC  
2016**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–17). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*Życzymy powodzenia*Czas pracy:  
**180 minut**Liczba  
punktów  
do  
uzyskania:  
**50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

**Zadanie 1.** (1pkt)

Wiedząc, że  $\log 2 = a$  i  $\log 3 = b$  wówczas  $\log_8 90$  jest równy:

A.  $\frac{a+1}{2b}$

B.  $\frac{2a+1}{3b}$

C.  $\frac{2b+1}{3a}$

D.  $\frac{2a+1}{b}$

**Zadanie 2.** (1pkt)

Ile jest liczb całkowitych spełniających nierówność  $x^2 - 8|x| + 10 \leq -5$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 6

**Zadanie 3.** (1pkt)

Zbiorem wartości funkcji  $y = f(x)$  jest  $\langle -2; 5 \rangle$ . Zbiorem wartości funkcji  $y = -3f(x)$  jest zbiór:

A.  $\langle -5; 2 \rangle$

B.  $\langle -2; 5 \rangle$

C.  $\langle -15; 6 \rangle$

D.  $\langle -6; 15 \rangle$

**Zadanie 4.** (1pkt)

W turnieju szachowym rozegrano 36 partii. Każdy zawodnik rozegrał z każdym dokładnie 1 mecz.

Ilu zawodników brało udział w turnieju?

A. 10

B. 9

C. 8

D. 7

**Zadanie 5.** (1pkt)

Granica  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 + 3x - 21}{x^2 - 5x + 4}$  jest równa:

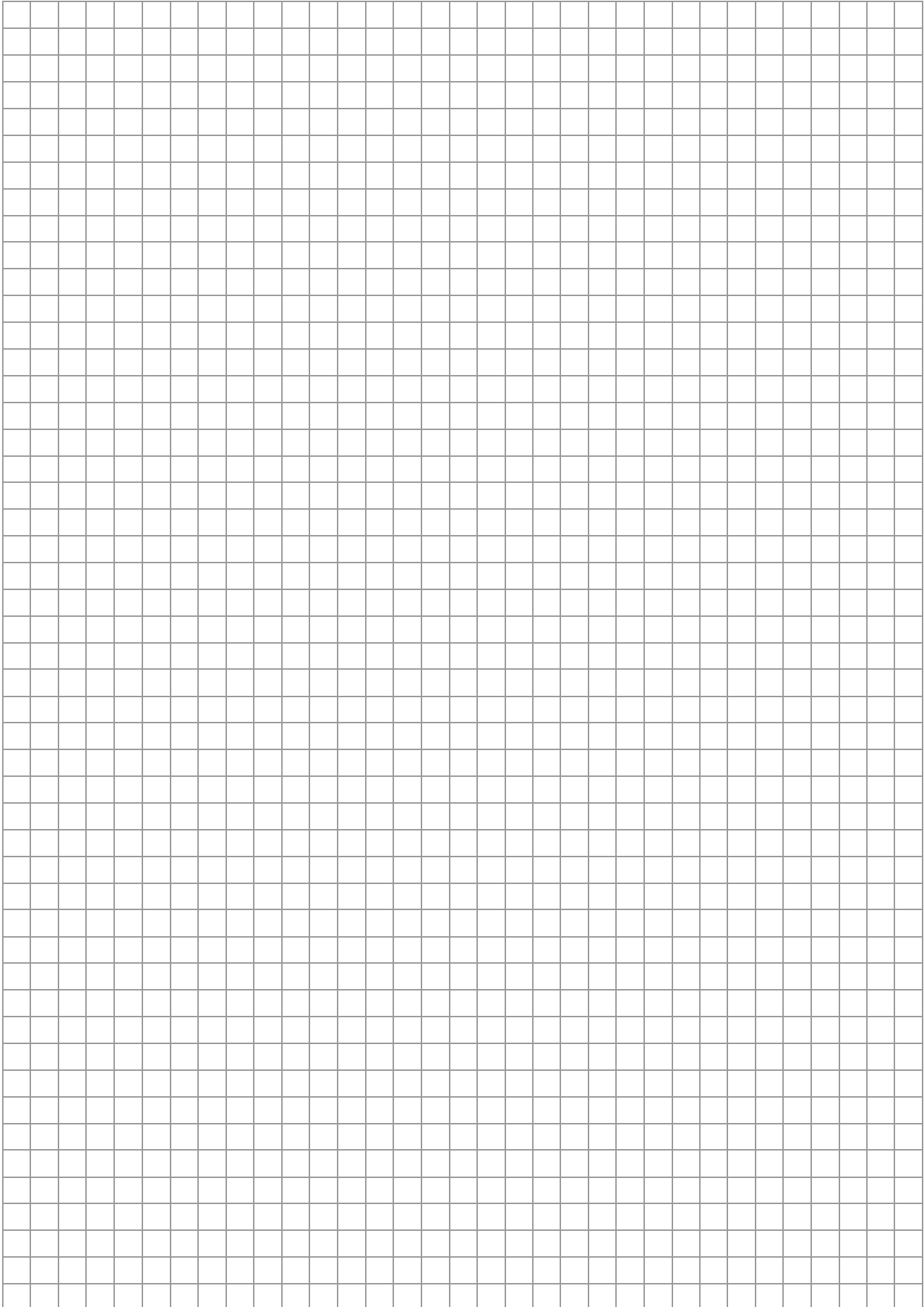
A.  $\infty$

B.  $-\infty$

C.  $\frac{5}{3}$

D.  $-\frac{5}{3}$

## BRUDNOPIS

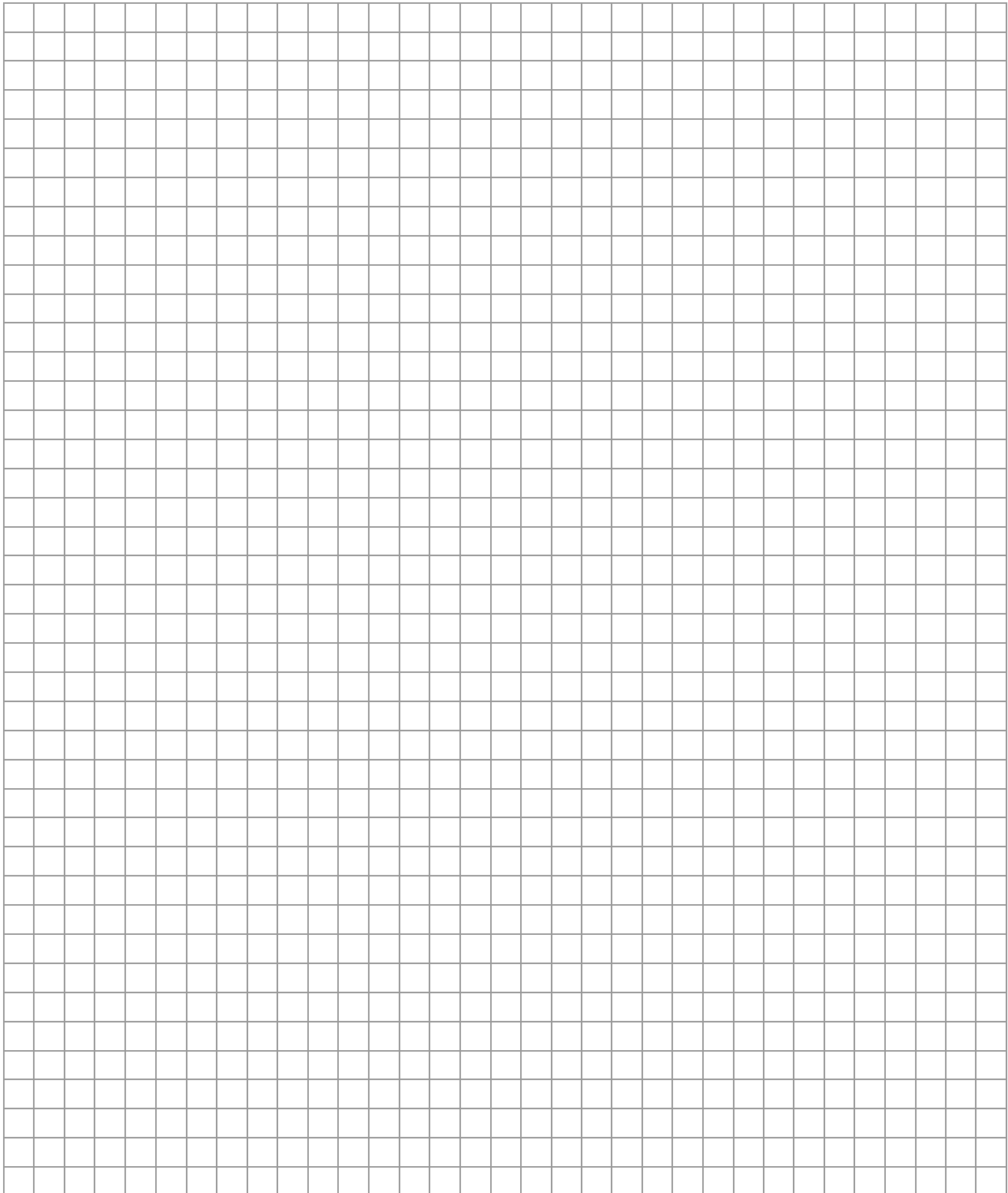


W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

**Zadanie 6.** (2pkt)

Dla jakiej wartości parametru  $m$ ,  $m \in R$  funkcja  $f(x) = -2x^5 + mx^3 + 28x + 2$  ma ekstremum w punkcie  $x = 2$ ? Zakoduj wartość parametru  $m$ .

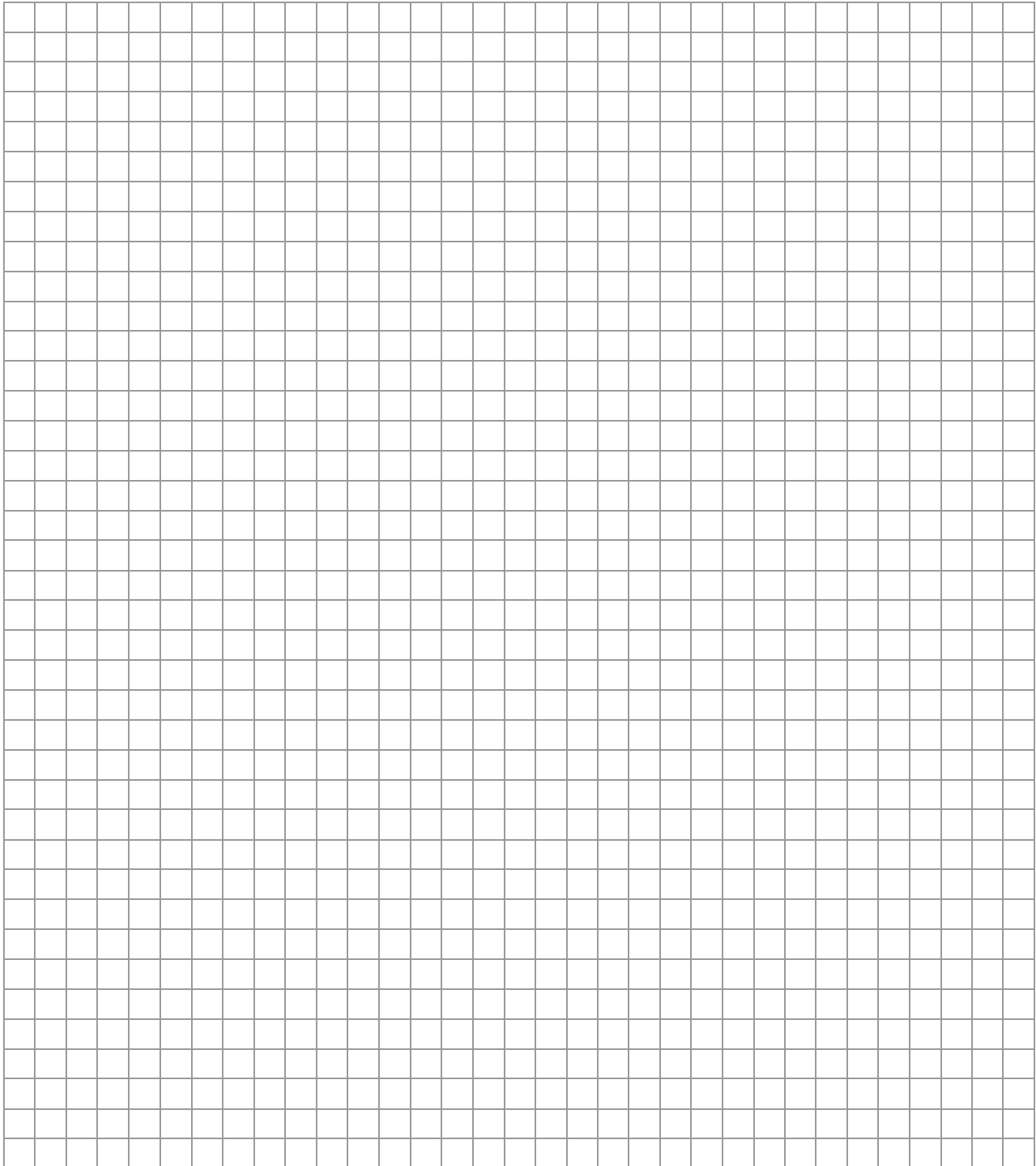
dziesiątki	jednostki



Rozwiązania zadań od 7 do 17. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 7.** (2pkt)

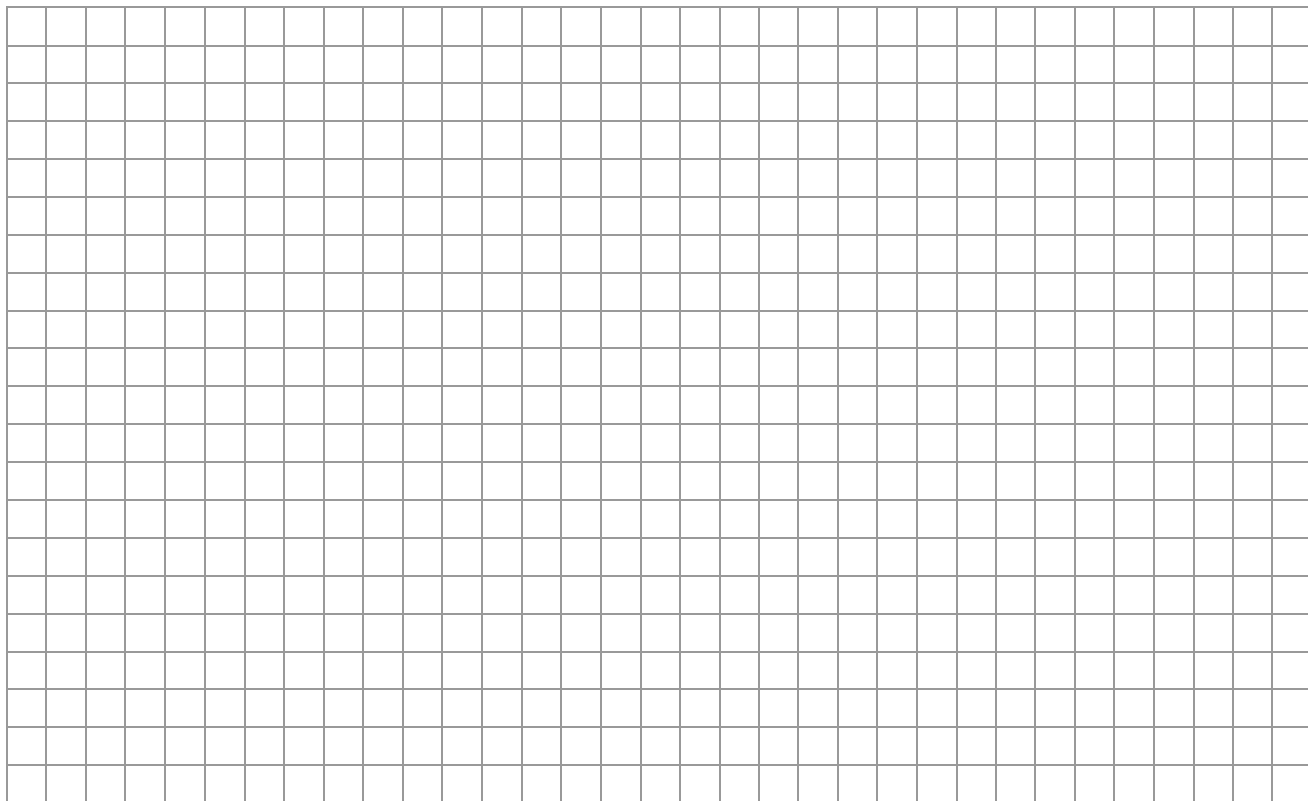
W czworokącie wypukłym ABCD poprowadzono przekątną AC. Okręgi wpisane w trójkąty ABC i ACD są styczne zewnętrznie. Wykaż, że czworokąt ABCD można wpisać okrąg.



**Zadanie 8.** (2pkt)

Określ dziedzinę i zbiór wartości funkcji

$$f(x) = \frac{1 + \sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x - \sin^4 x}$$

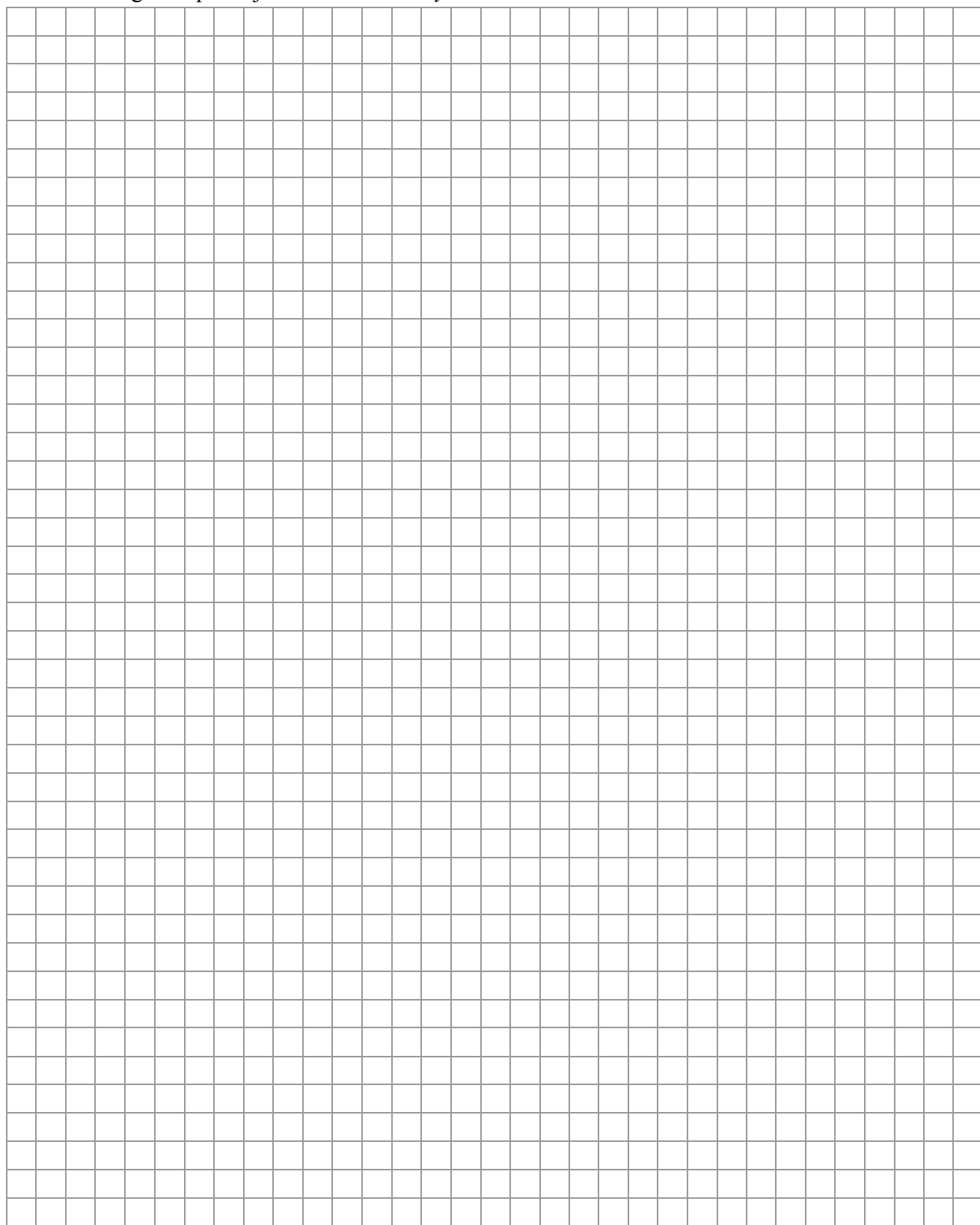
**Zadanie 9.** (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru  $m$ ,  $m \in R$  pierwiastek równania  $\log_4 3 - m = \log_2(x + 3)$  należy do przedziału  $\langle 3, 4 \rangle$ ?



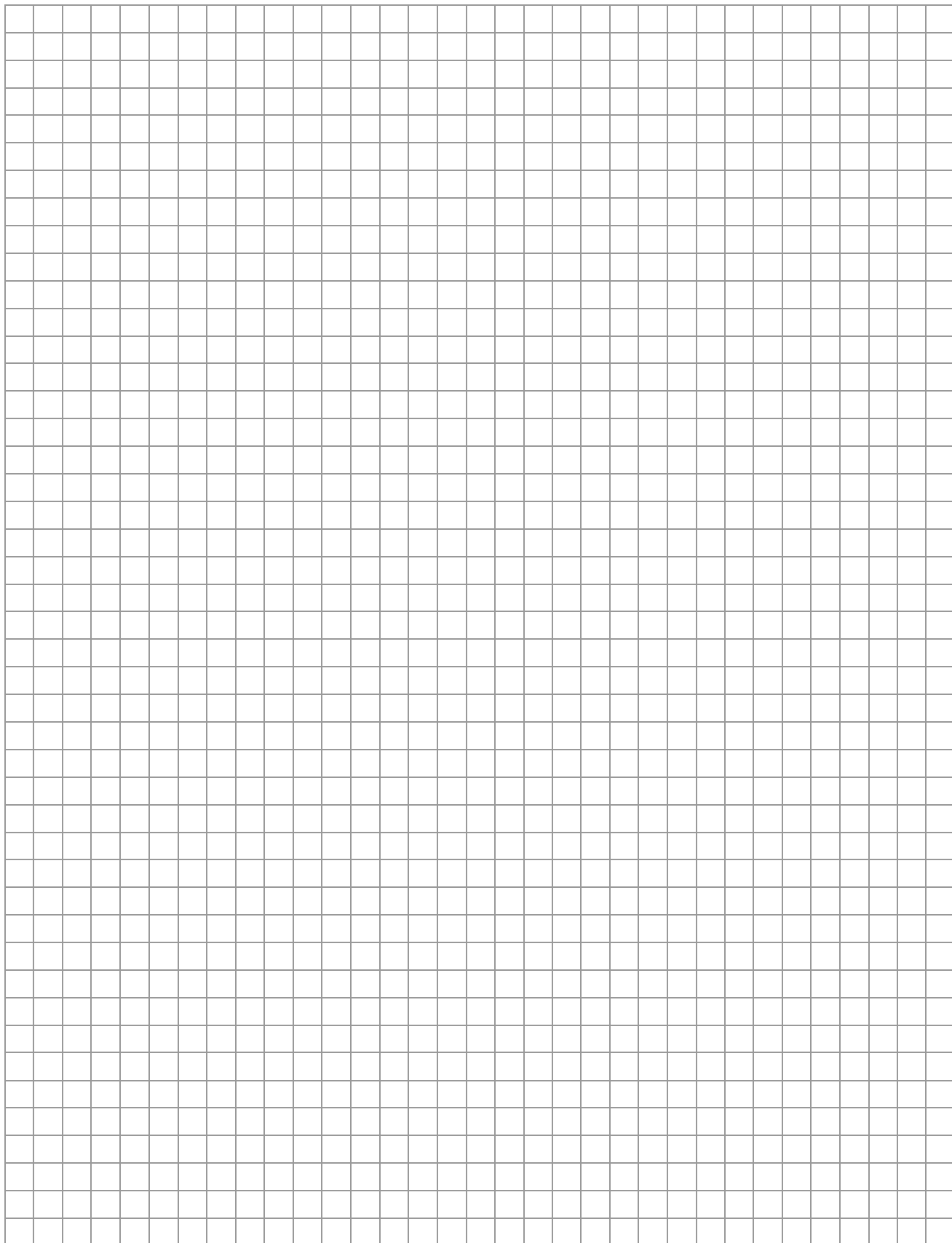
**Zadanie 10.** (3pkt)

Znajdź równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - 5x^2 + 11x + 12$ , która jest równoległa do prostej o równaniu  $4x - y + 7 = 0$ .



**Zadanie 11.** ( 6pkt )

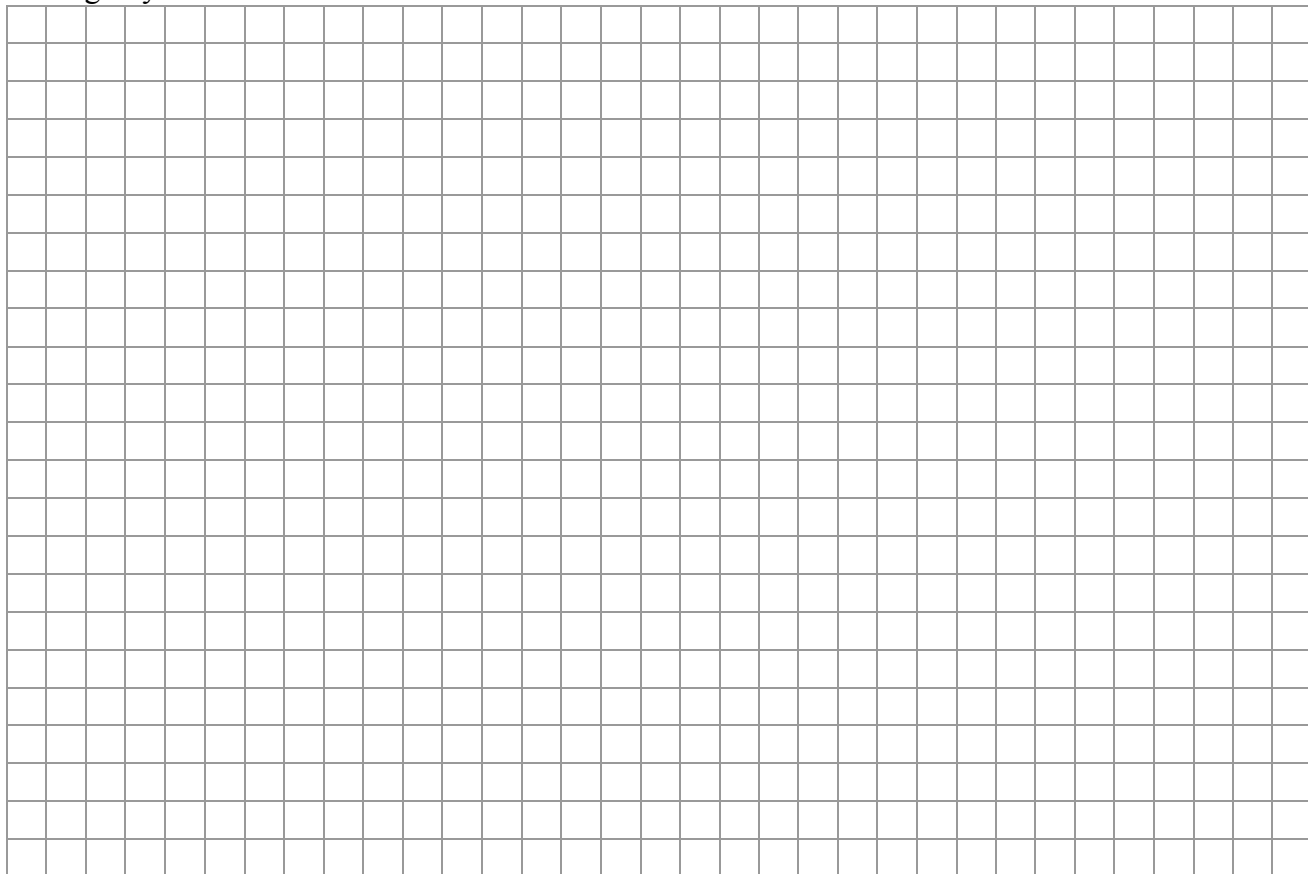
Sprawdź dla jakiego  $m$ ,  $m \in R$  pierwiastki wielomianu  $W(x) = x^3 - (m+1)x^2 + (m-3)x + 3$  tworzą ciąg arytmetyczny?



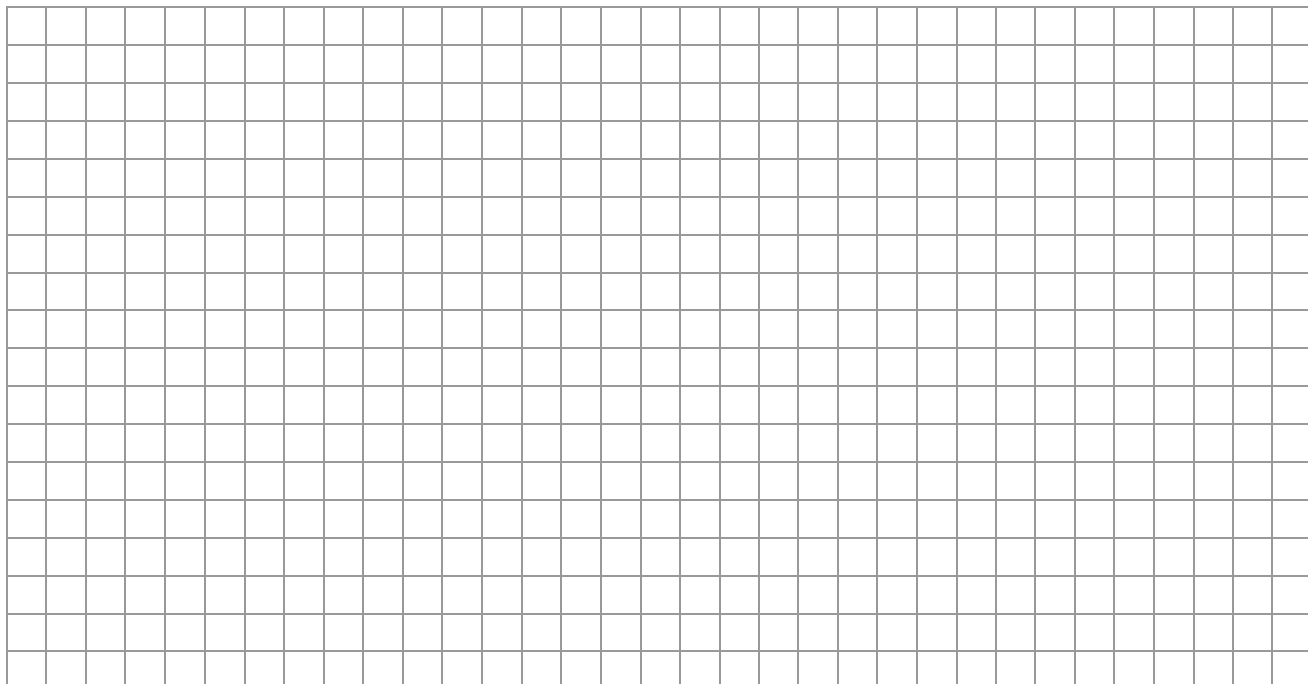


**Zadanie 12.** (4pkt)

Suma nieskończonego zbieżnego ciągu geometrycznego jest równa 56, a suma kwadratów wyrazów tego ciągu jest równa 448. Znajdź pierwszy wyraz tego ciągu i napisz wzór na wyraz ogólny.

**Zadanie 13.** (2pkt)

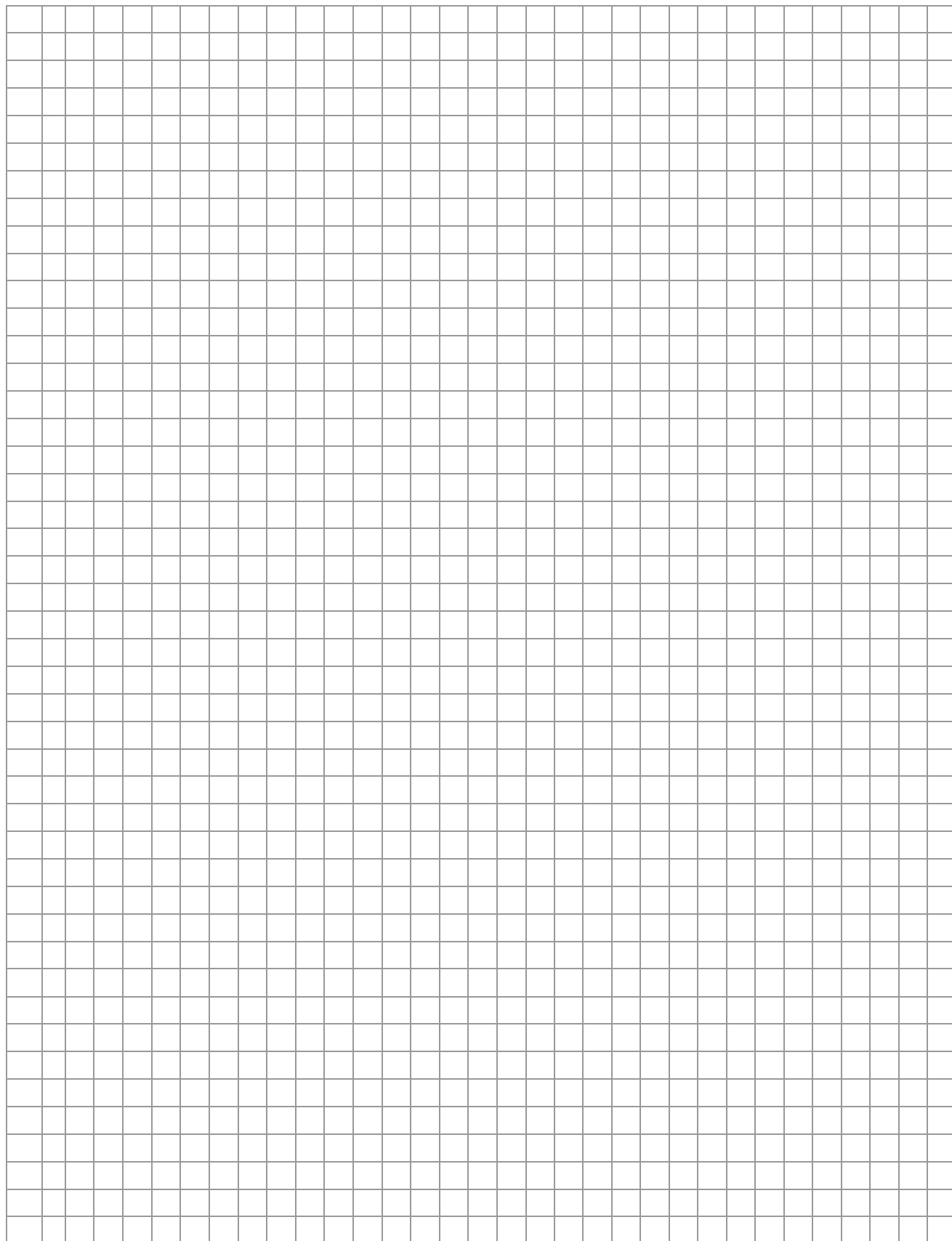
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  i dla każdej liczby rzeczywistej  $m$  prawdziwa jest nierówność:  $8x^2 - 4mx + 2m^2 \geq 12x + 6m - 18$ .



**Zadanie 14.** ( 5pkt )

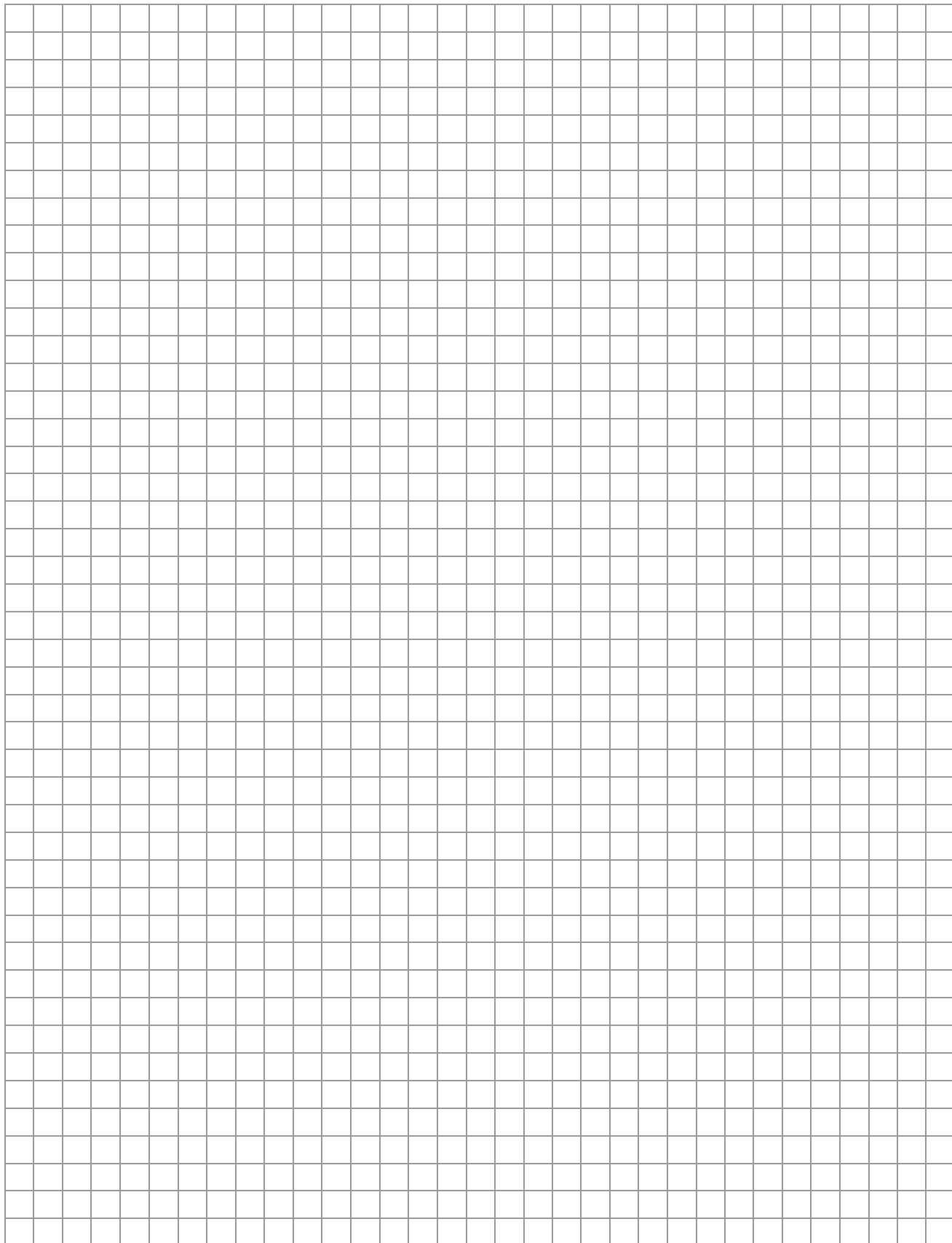
Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór punktów o współrzędnych  $(b, c)$  takich, że równanie

$$x^2 - bx - 2c = 0 \text{ ma dwa różne pierwiastki } x_1, x_2 \text{ spełniające nierówność: } (x_1 + x_2)^3 < x_1^3 + x_2^3 - 6.$$



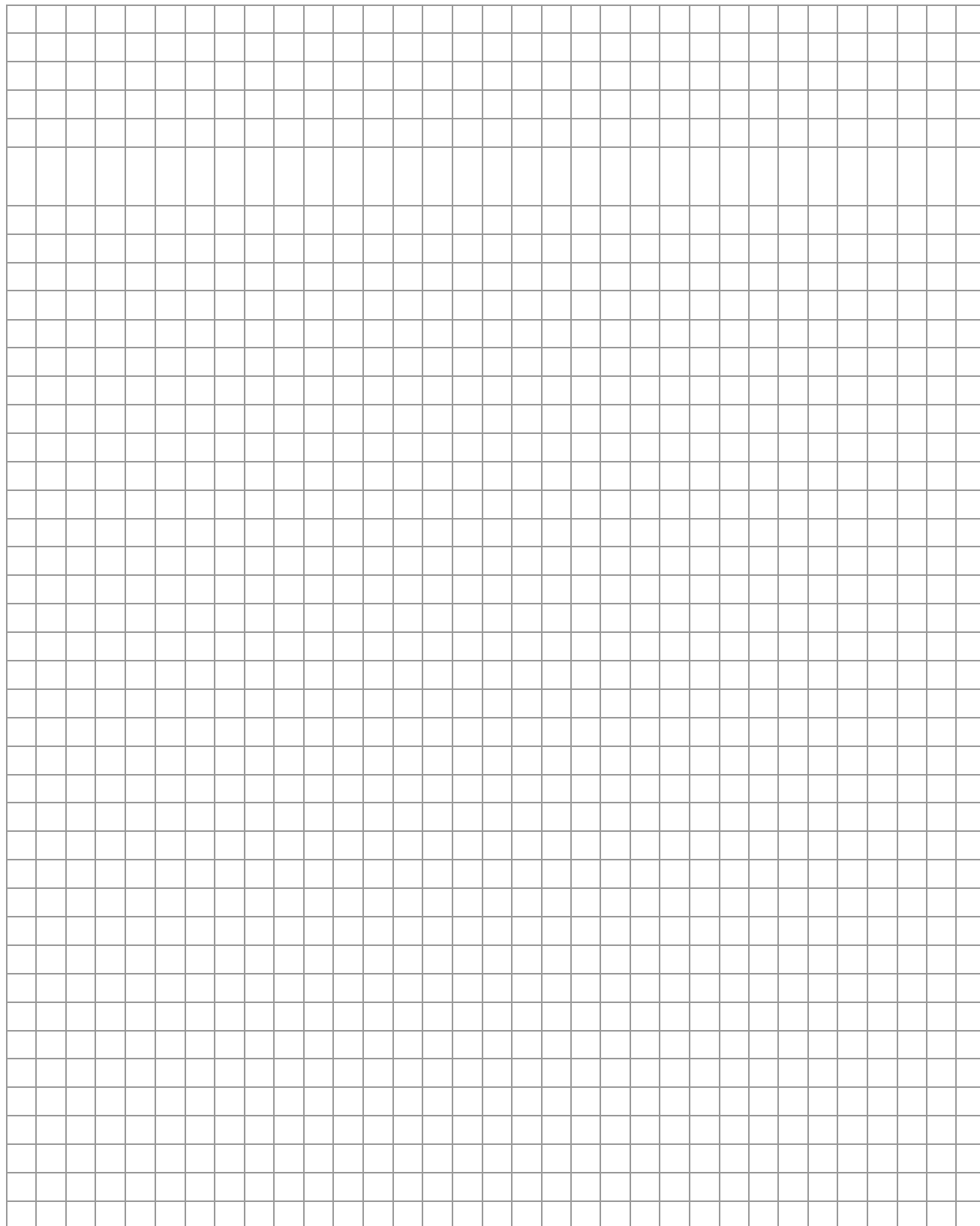
**Zadanie 15** ( 6pkt )

Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt o stosunku boków 1 : 3. Objętość bryły jest równa 12. Oblicz wymiary tego prostopadłościanu, aby jego powierzchnia całkowita była najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą powierzchnię.



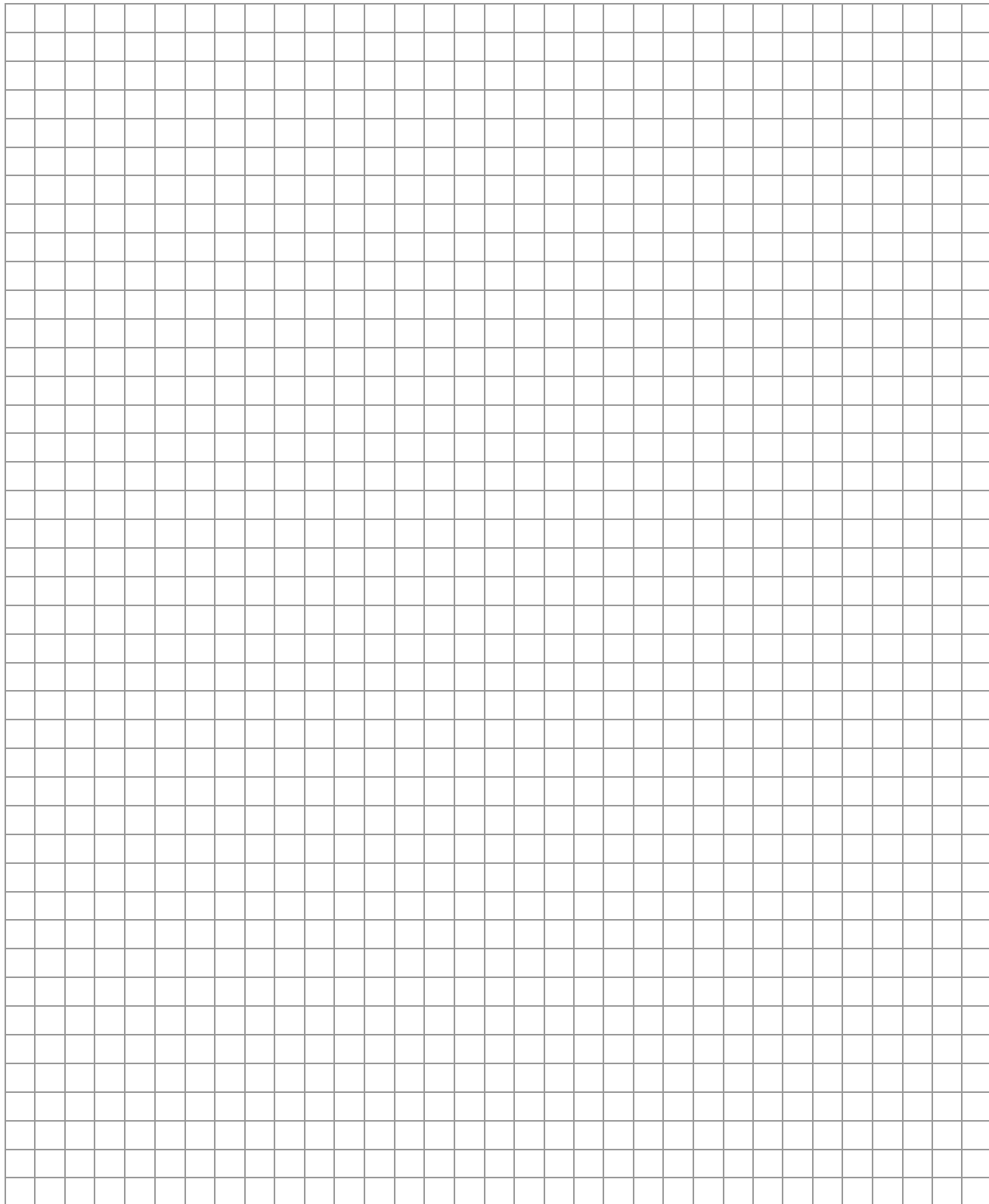
**Zadanie 16.** ( 3pkt )

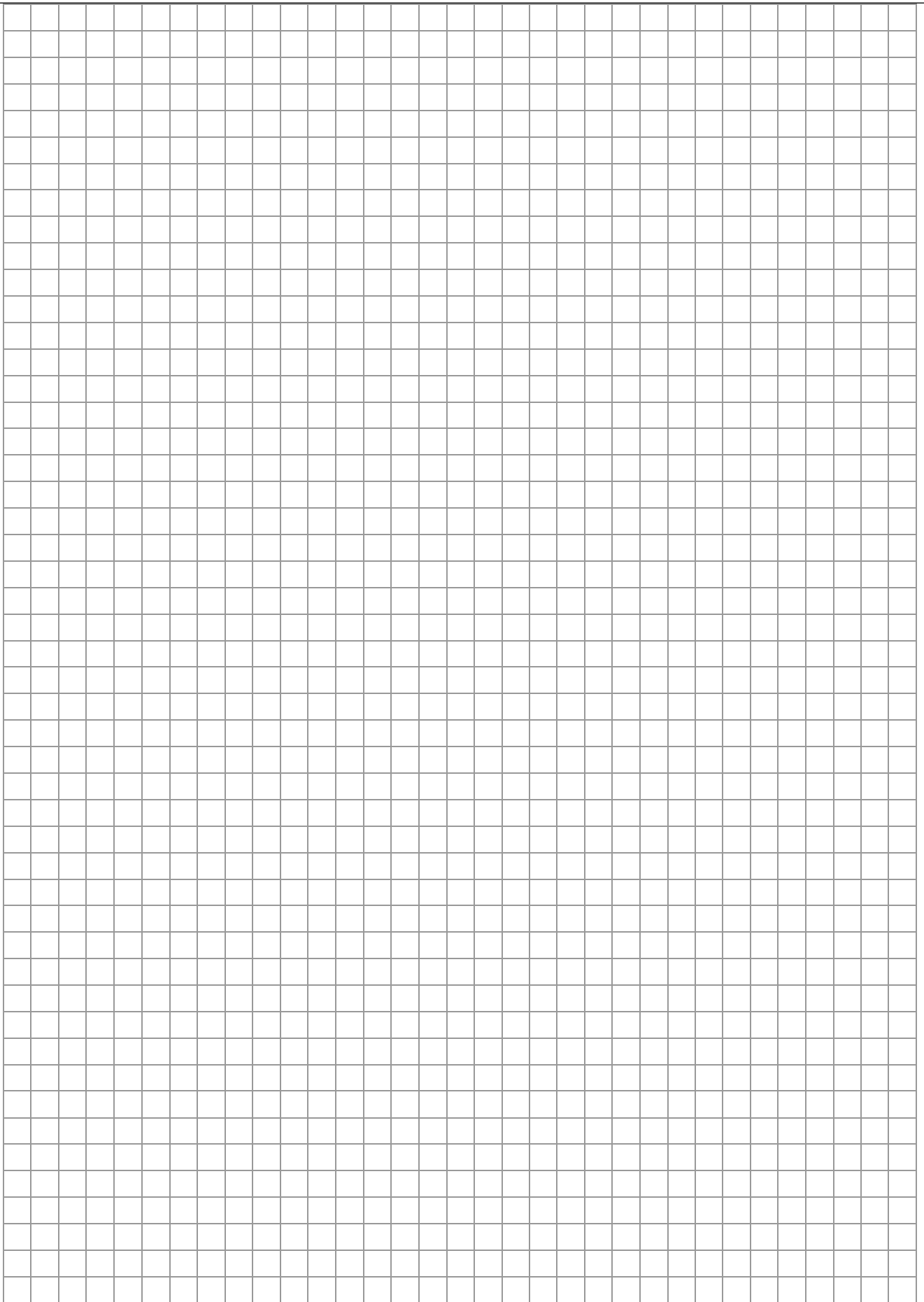
Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie trzy liczby ze zbioru  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ . Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że wśród wylosowanych liczb będzie liczba 3, pod warunkiem, że suma wylosowanych liczb będzie nieparzysta. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

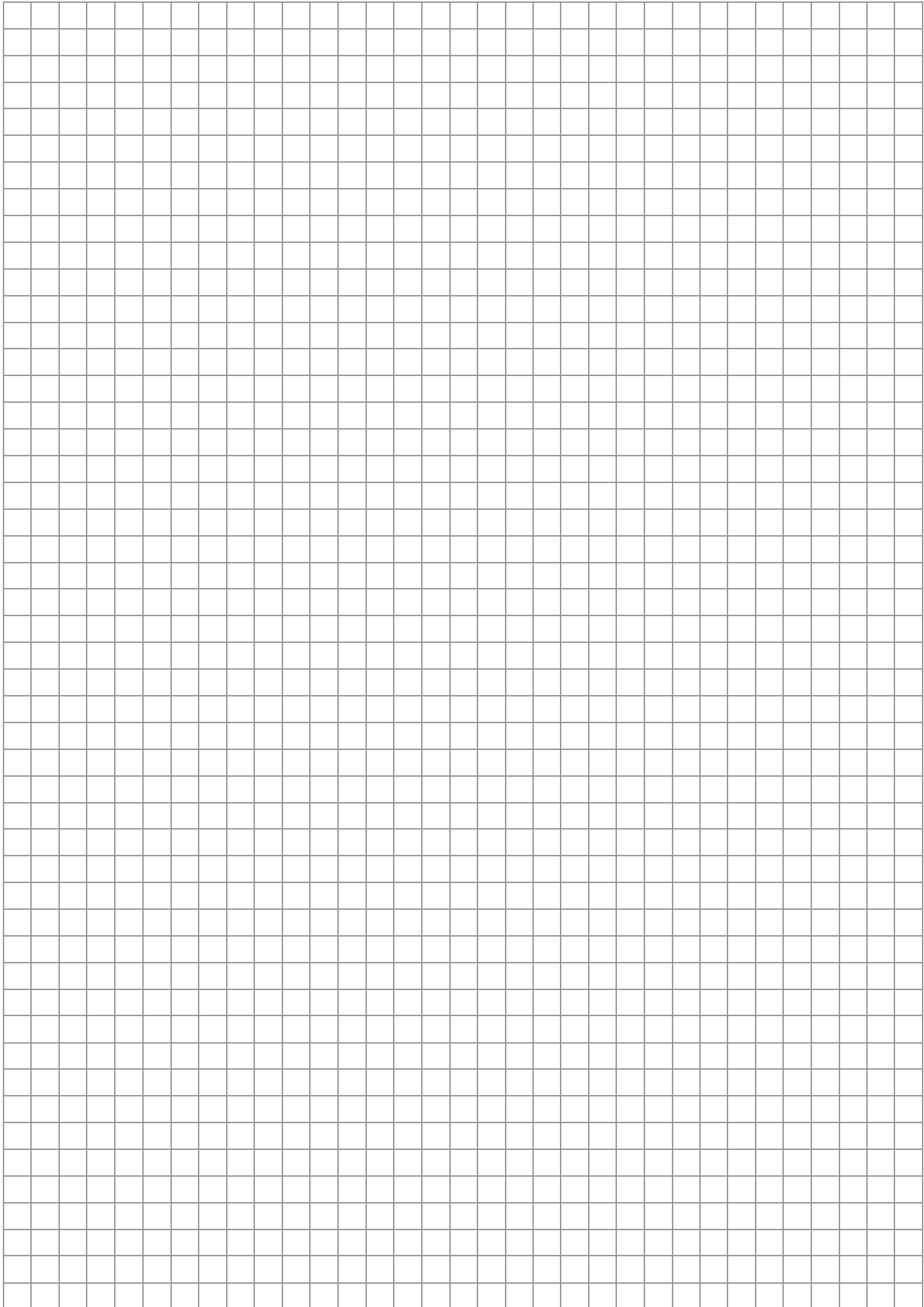


**Zadanie 17.** ( 5pkt )

Okrąg  $o_1$  o równaniu  $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 50$  oraz okrąg  $o_2$  o środku  $S_2(-3, -10)$  są wewnętrznie styczne, przy czym okrąg  $o_2$  zawiera się w kole opisanym nierównością  $(x+6)^2 + (y+7)^2 \leq 50$ .  
Napisz równanie wspólnej stycznej do obu okręgów.





**BRUDOPIS**

**WYPEŁNIA PISZĄCY**

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów  
zadania zamknięte**

--	--

**WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY**

Nr zadania	X	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	X	0	1	2	3	4	5	6
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
17.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

**Suma punktów  
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów  
razem**

--	--