

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

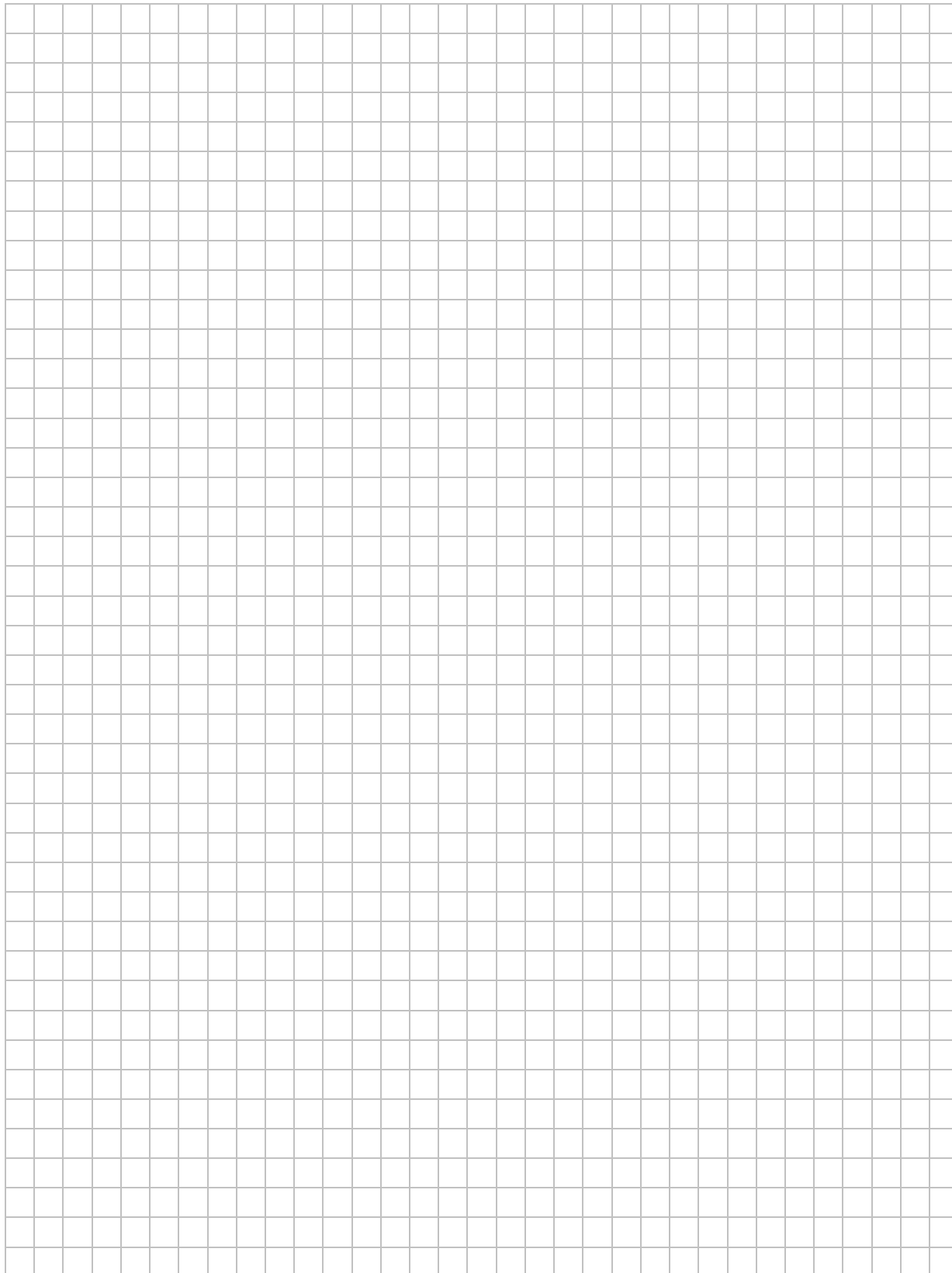
POZIOM ROZSZERZONY

10 KWIETNIA 2010

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

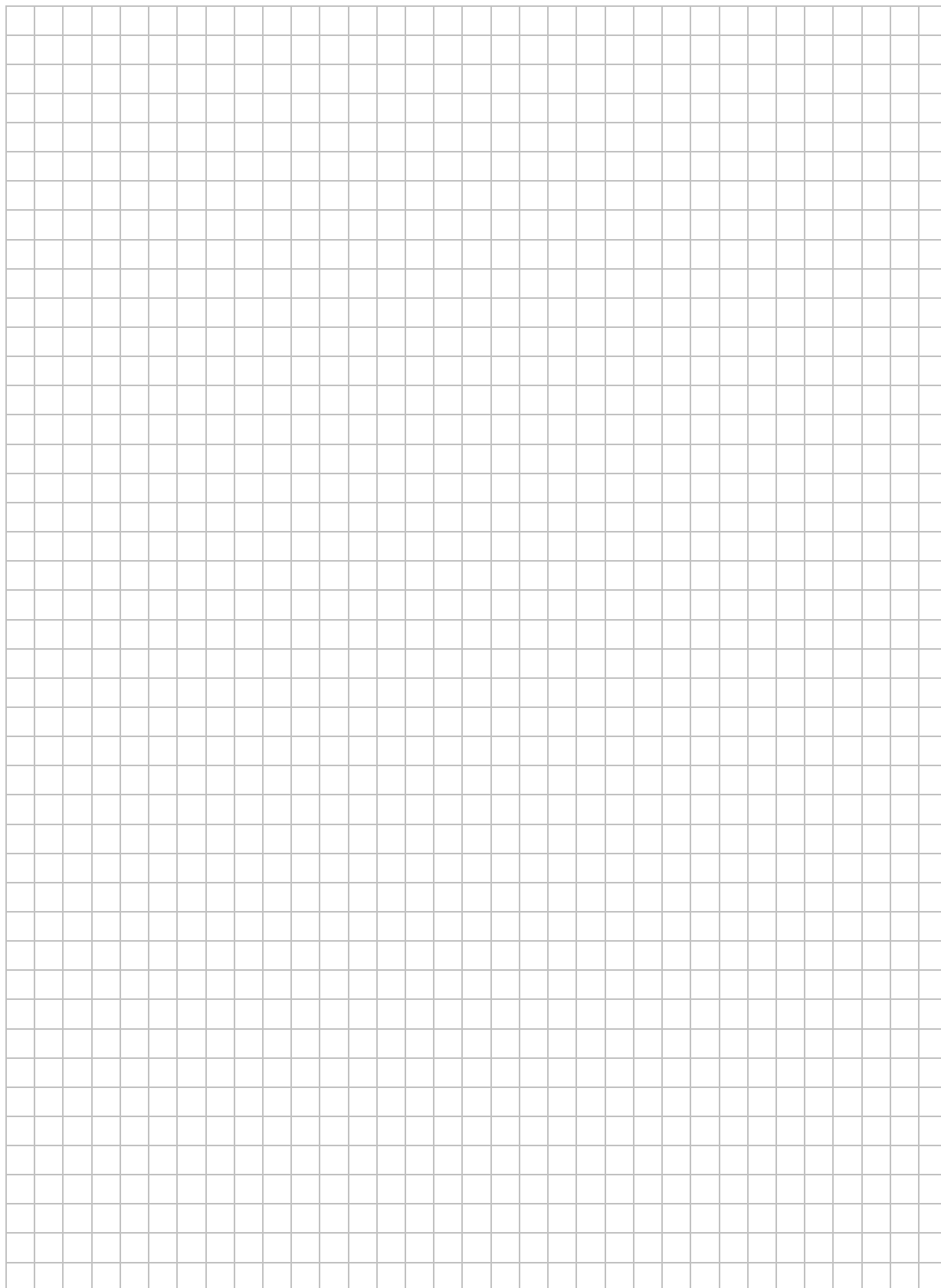
Dwa pociągi: towarowy o długości 490 m i osobowy o długości 210 m, jadą naprzeciw siebie po dwóch równoległych torach i spotykają się w miejscu S . Mijanie się pociągów trwa 20 s, a czas przejazdu pociągu osobowego przez miejsce S jest o 25 sekund krótszy od czasu przejazdu pociągu towarowego. Oblicz prędkości obu pociągów, zakładając, że poruszają się ruchem jednostajnym.



ZADANIE 2 (5 PKT.)

Wyznacz dziedzinę funkcji

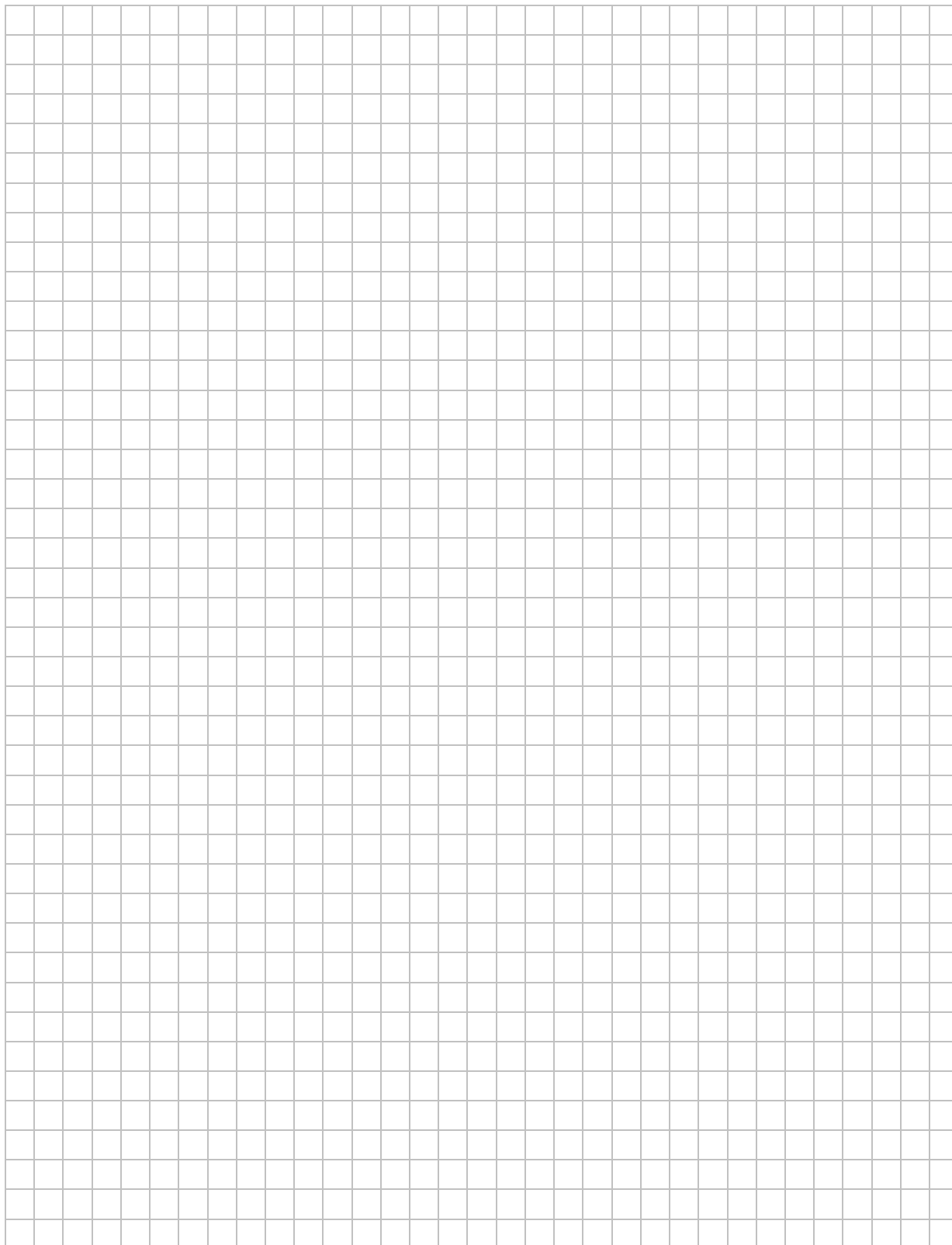
$$y = \sqrt{\frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{3}{x^3} + \frac{3}{x^4}} + \log_{2x+2} \frac{5-x}{6-x}.$$



ZADANIE 3 (6 PKT.)

W trójkącie prostokątnym ABC wysokość BD dzieli przeciwprostokątną AC na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|DC| = 24$.

- a) Oblicz długości boków trójkąta ABC .
- b) Oblicz długość odcinka AE , gdzie E jest punktem wspólnym dwusiecznej kąta BAC i boku BC .



ZADANIE 4 (4 PKT.)

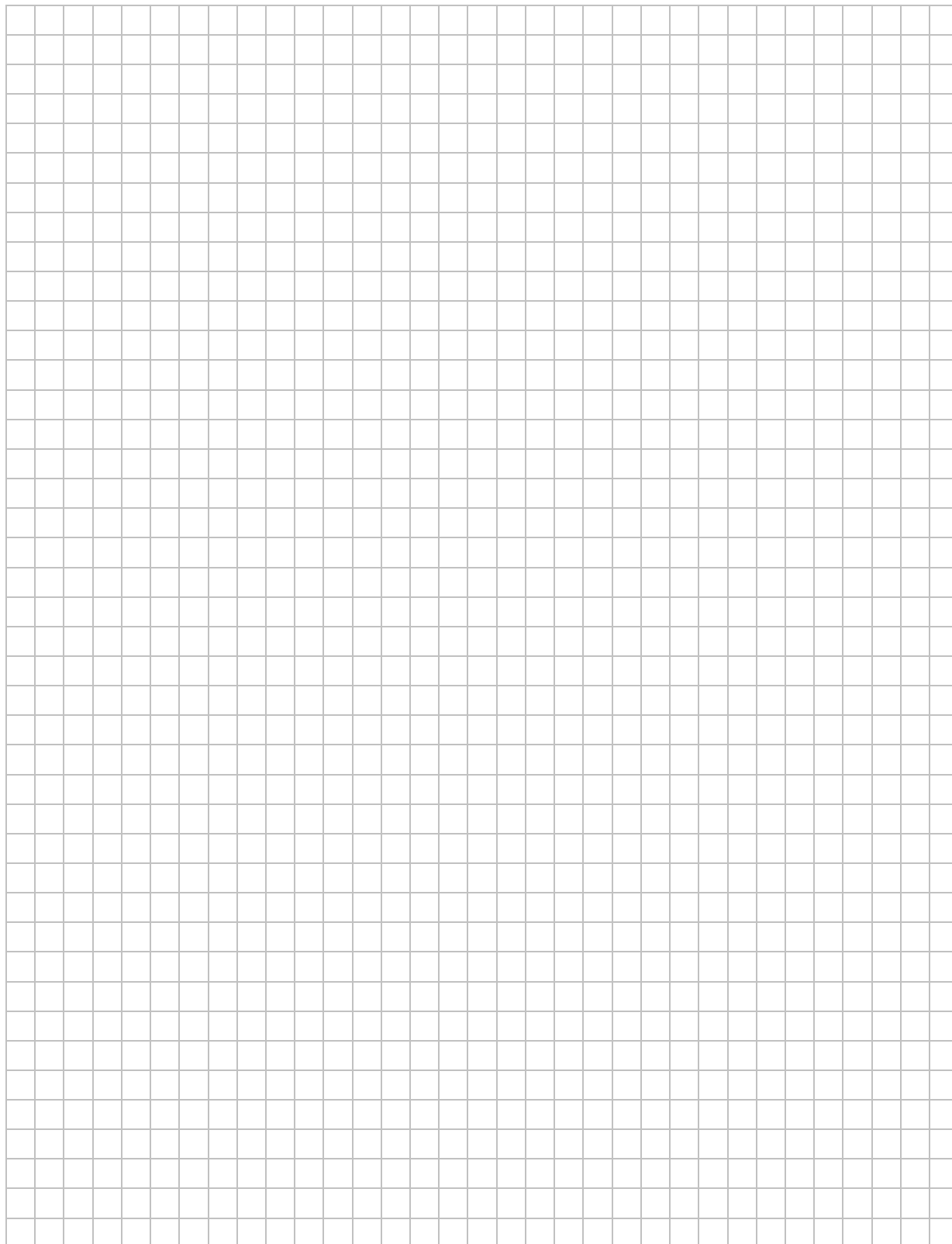
Dane są dwa nieskończone ciągi (x_n) i (y_n) takie, że dla każdego $n \geq 1$, punkt o współrzędnych $(y_n + n, x_n)$ jest środkiem ciężkości trójkąta o wierzchołkach $A = (x_n, y_n)$, $B = (-2, 1)$, $C = (4, -3)$. Wyznacz wzory ciągów (x_n) i (y_n) .



ZADANIE 5 (5 PKT.)

Prawdopodobieństwa zdarzeń A i B oraz zdarzeń do nich przeciwnych spełniają warunki:
 $P(A \cup B') = 0,23$ i $P(A' \cup B') = 0,81$.

- a) Oblicz $P(B)$.
- b) Wykaż, że jeżeli $P(A) < 0,21$ to $P(A' \cap B') > 0,02$.



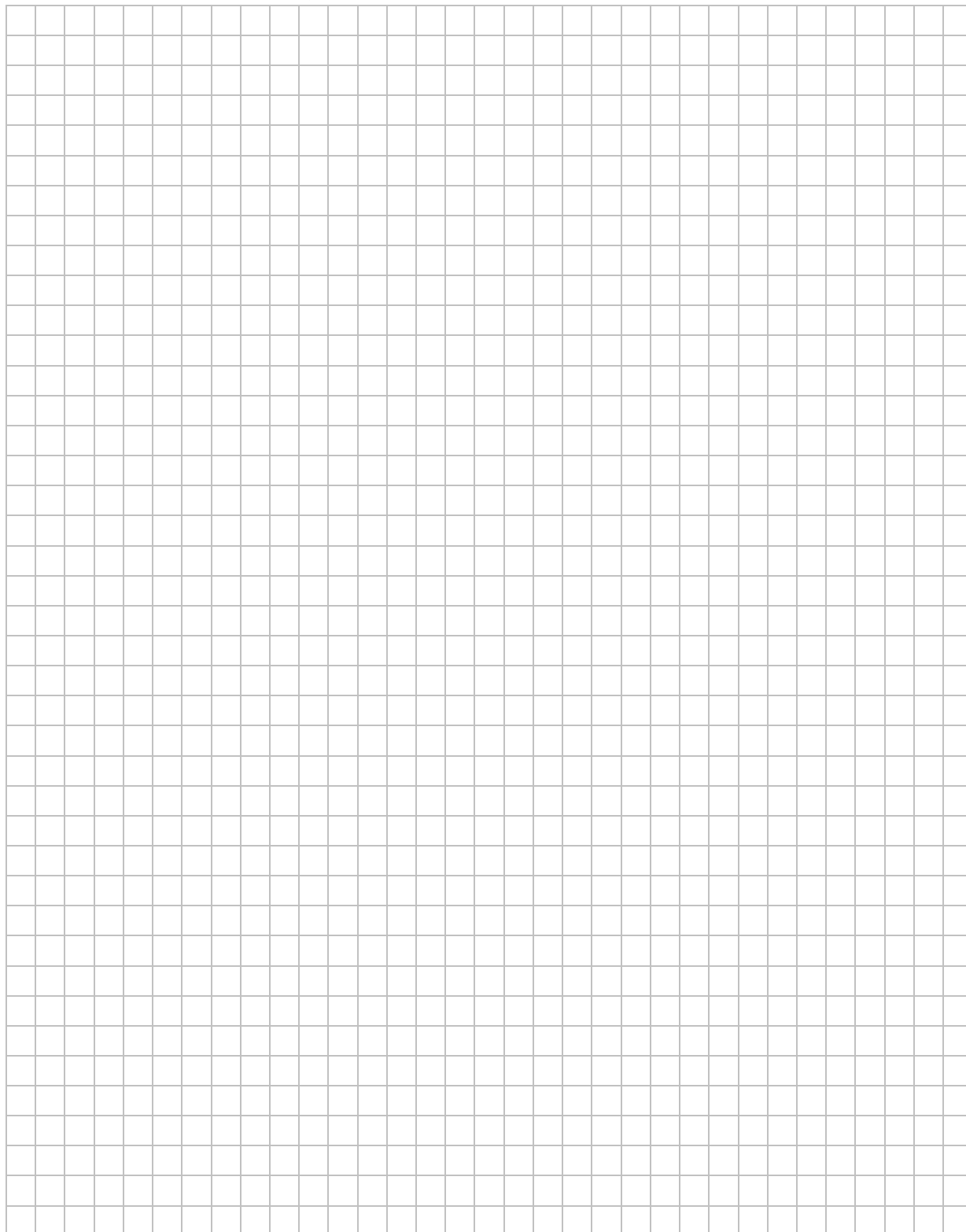
ZADANIE 6 (5 PKT.)

a) Wykaż, że równanie $x^5 + 8x^2 + x + 1 = 0$ nie ma rozwiązań w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$.

b) Wykaż, że równanie

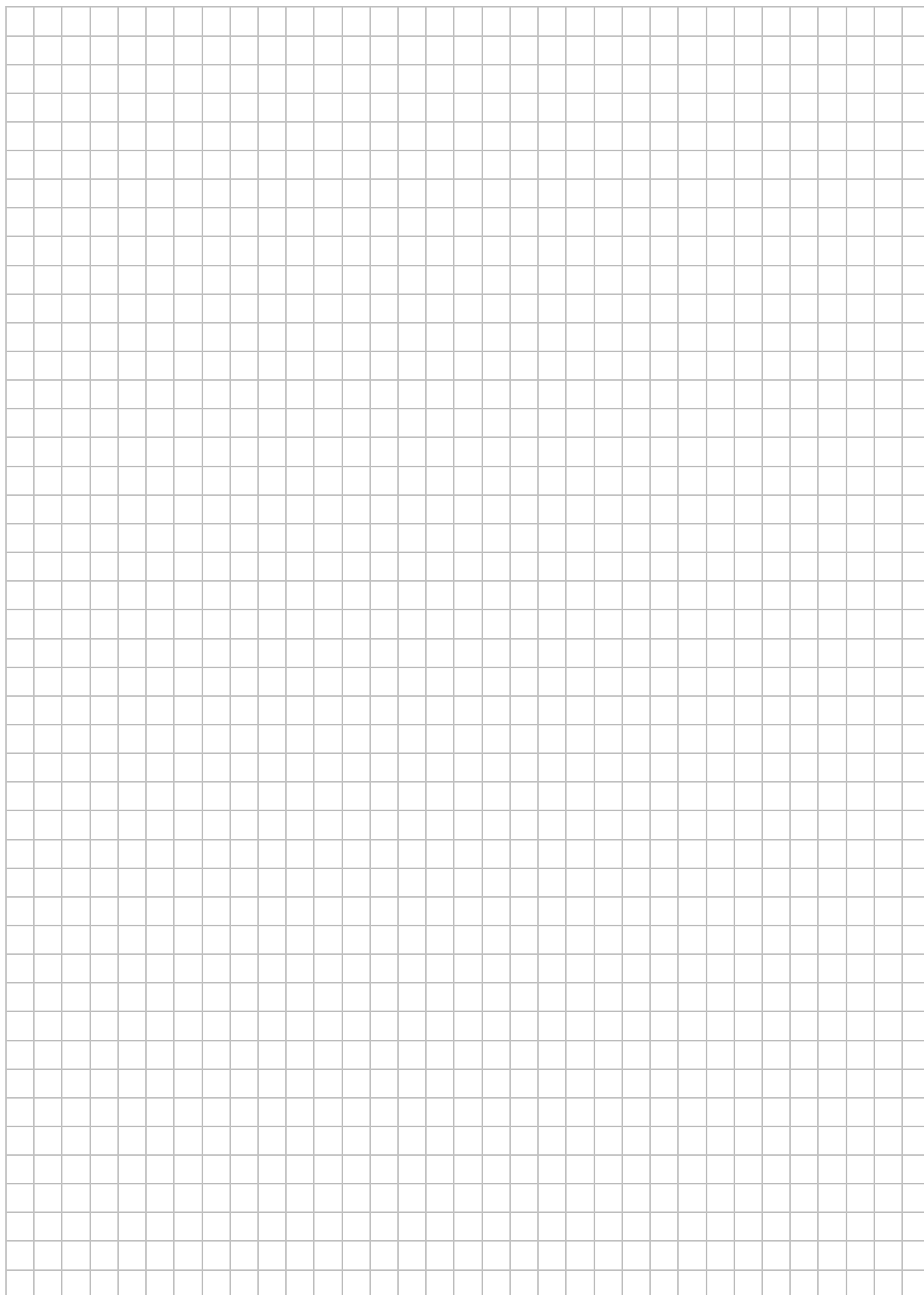
$$\sin x \cos^4 x - 2 \sin x \cos^2 x - 8 \cos^2 x + 2 \sin x + 9 = 0$$

nie ma rozwiązań rzeczywistych.



ZADANIE 7 (5 PKT.)

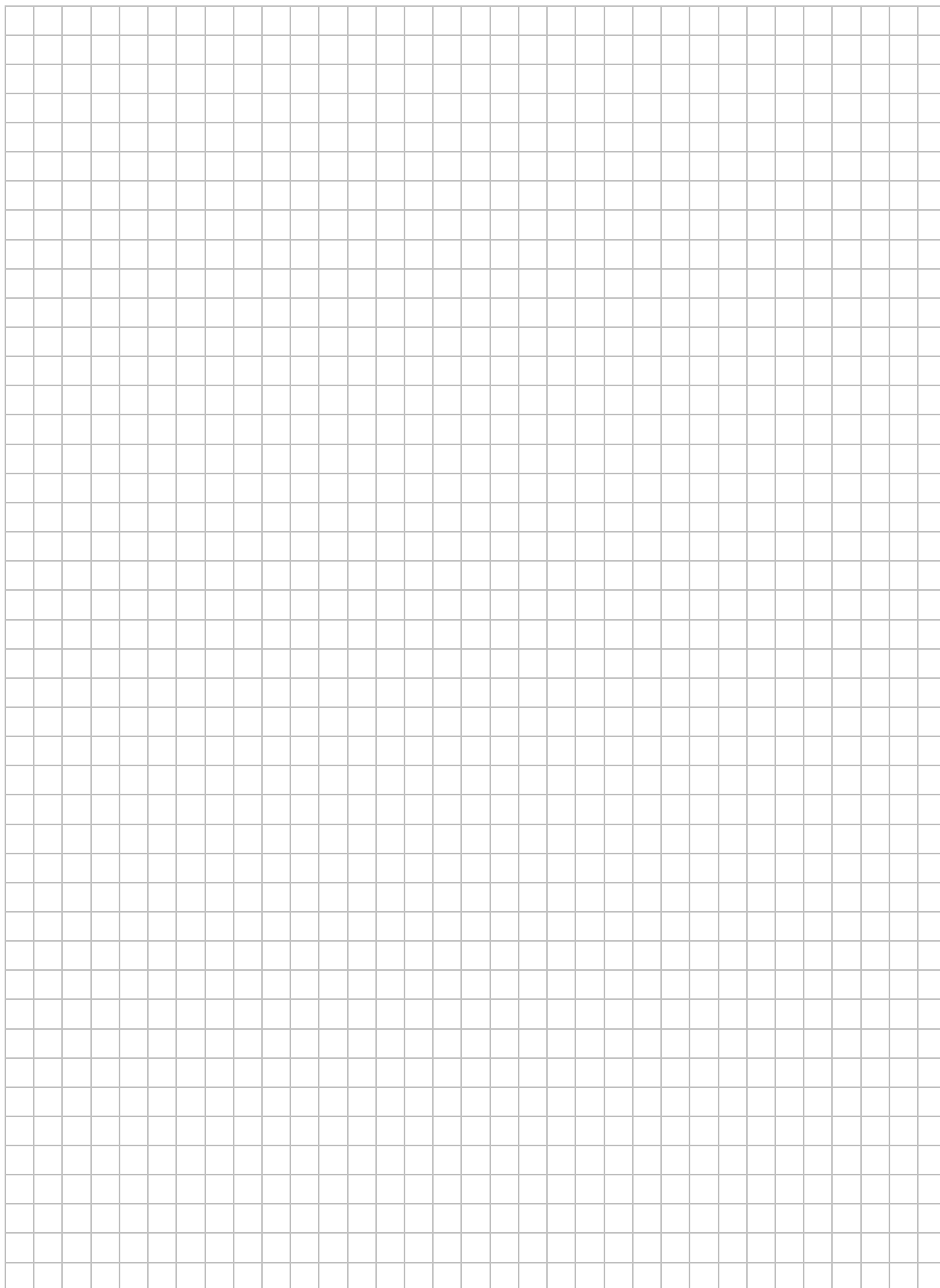
Środki okręgów o_1 i o_2 znajdują się po różnych stronach prostej $y = -3x + 2$, która zawiera punkty wspólne tych okręgów. Wiedząc, że promień okręgu o_2 jest równy $7\sqrt{2}$ oraz, że okrąg o_1 ma równanie $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 20$, wyznacz równanie okręgu o_2 .





ZADANIE 8 (5 PKT.)

Proste k, l, m są parami różne i równoległe. Na prostych tych wybrano zbiór S składający się z $3n$ punktów ($n \geq 3$), przy czym na każdej z prostych wybrano n punktów. Wiadomo ponadto, że jeżeli trzy punkty zbioru S leżą na jednej prostej, to prostą tą jest k, l lub m . Oblicz ile jest trójkątów o wierzchołkach należących do zbioru S .



ZADANIE 9 (6 PKT.)

Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa trójkątnego $ABCS$ o wierzchołku S mają długość $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$. Wiedząc, że $|\angle ASB| = 30^\circ$, $|BC| = \sqrt{3}$, $|AC| = 2$ oblicz objętość tego ostrosłupa.





ZADANIE 10 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których jeden z pierwiastków równania

$$4x^2 - 35x + m^2 = 0$$

jest kwadratem drugiego pierwiastka. Oblicz te pierwiastki.

