

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

23 KWIETNIA 2022

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

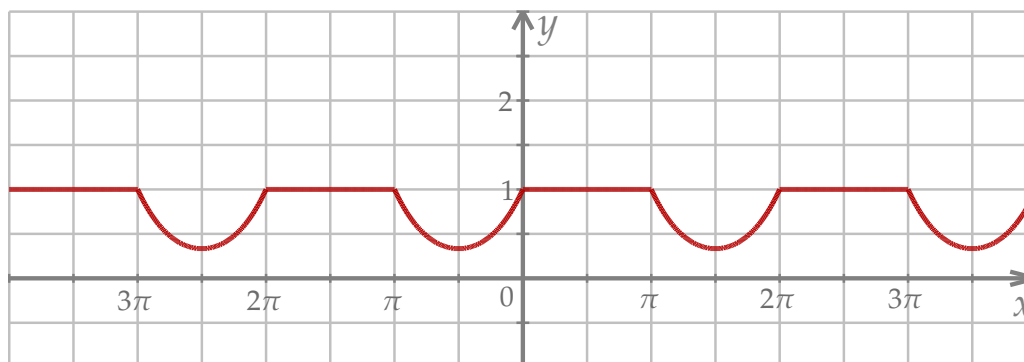
ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ jest równa

- A) $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1$ B) $\sqrt[3]{4} + 1$ C) $\sqrt[3]{2} + 1$ D) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x .



Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji f .

- A) $f(x) = \frac{\cos x + 1}{|\cos x| + 1}$ B) $f(x) = \frac{\sin x + 1}{|\sin x| + 1}$ C) $f(x) = \frac{|\cos x| - 2}{\cos x - 2}$ D) $f(x) = \frac{|\sin x| - 2}{\sin x - 2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Granice $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an^2 + bn + 4}{n+1}$ i $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{an^2 + 4bn + 1}$ są równe. Stąd wynika, że

- A) $a = 0$ i $|b| = \frac{1}{2}$ B) $|a| = 1$ i $b = 0$ C) $|a| = 1$ i $|b| = 2$ D) $a = 0$ i $b = 2$

ZADANIE 4 (1 PKT)

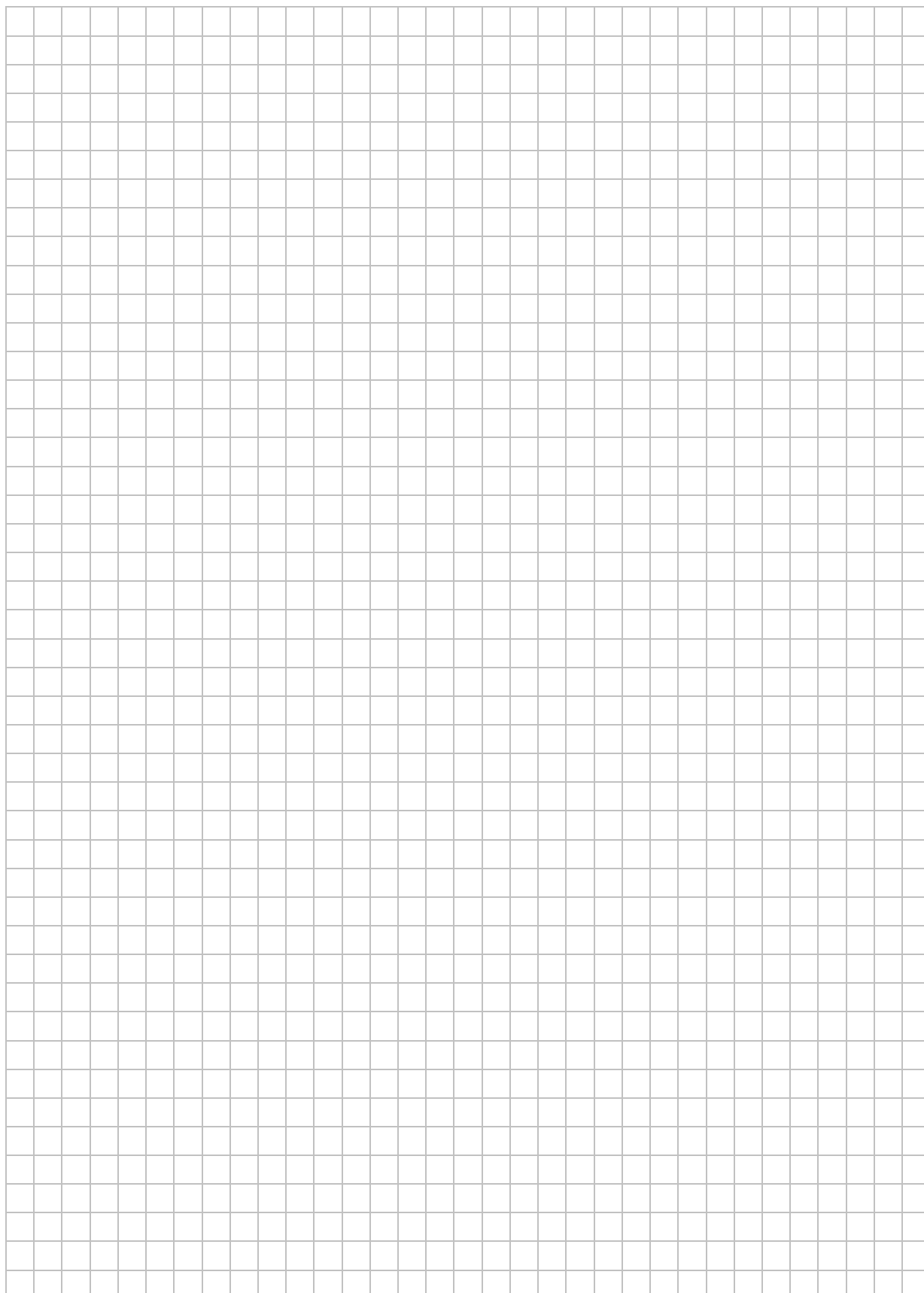
W turnieju szachowym rozegrano 45 partii. Każdy zawodnik rozegrał z każdym dokładnie 1 mecz. Ilu zawodników brało udział w turnieju?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7

ZADANIE 5 (3 PKT)

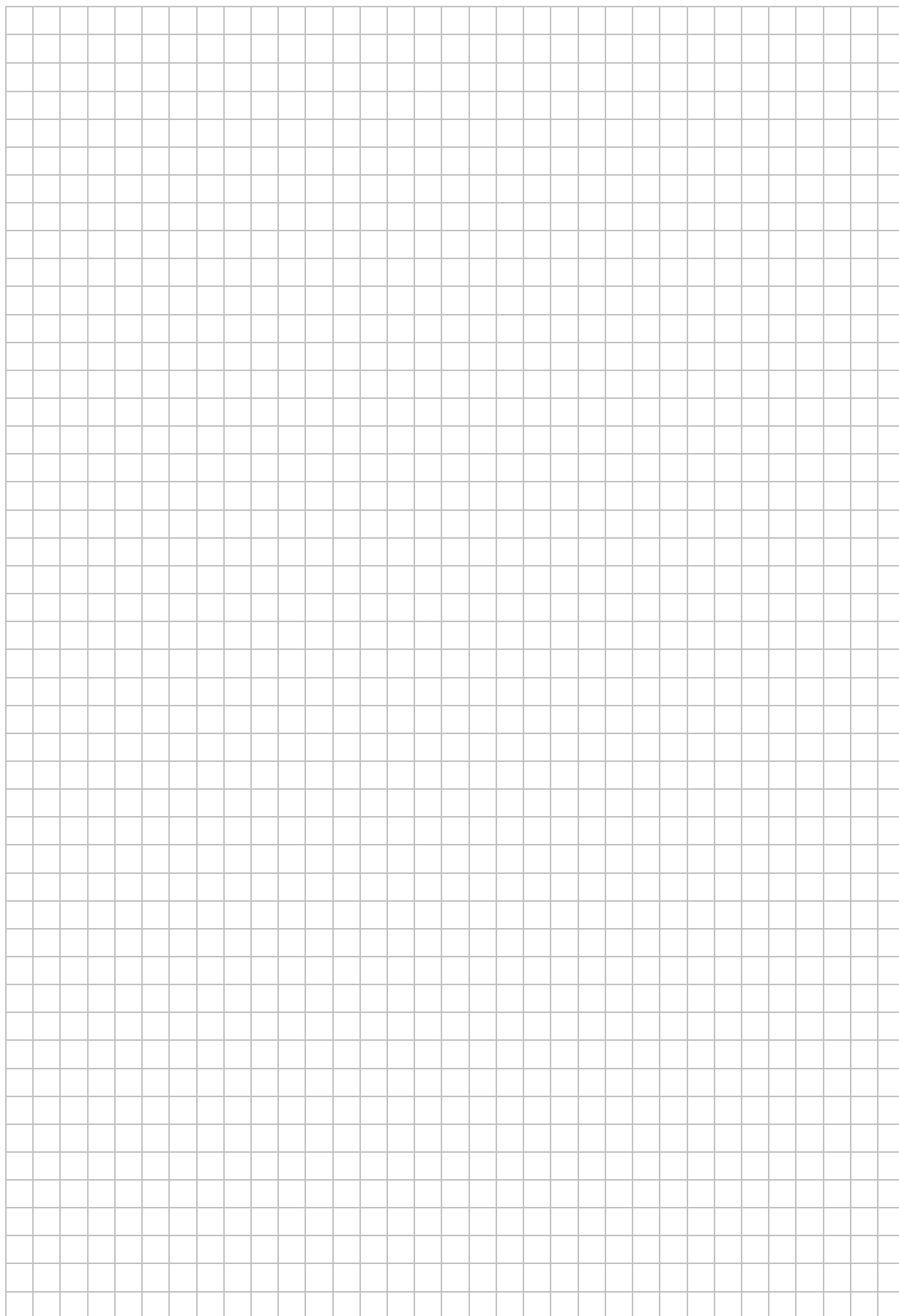
Rozwiąż nierówność

$$\frac{x-2}{x+1} \leq \frac{x+1}{x+2}$$



ZADANIE 6 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli $12^a = 18$, to $\log_9 4 = \frac{2-a}{2a-1}$.



ZADANIE 7 (3 PKT)

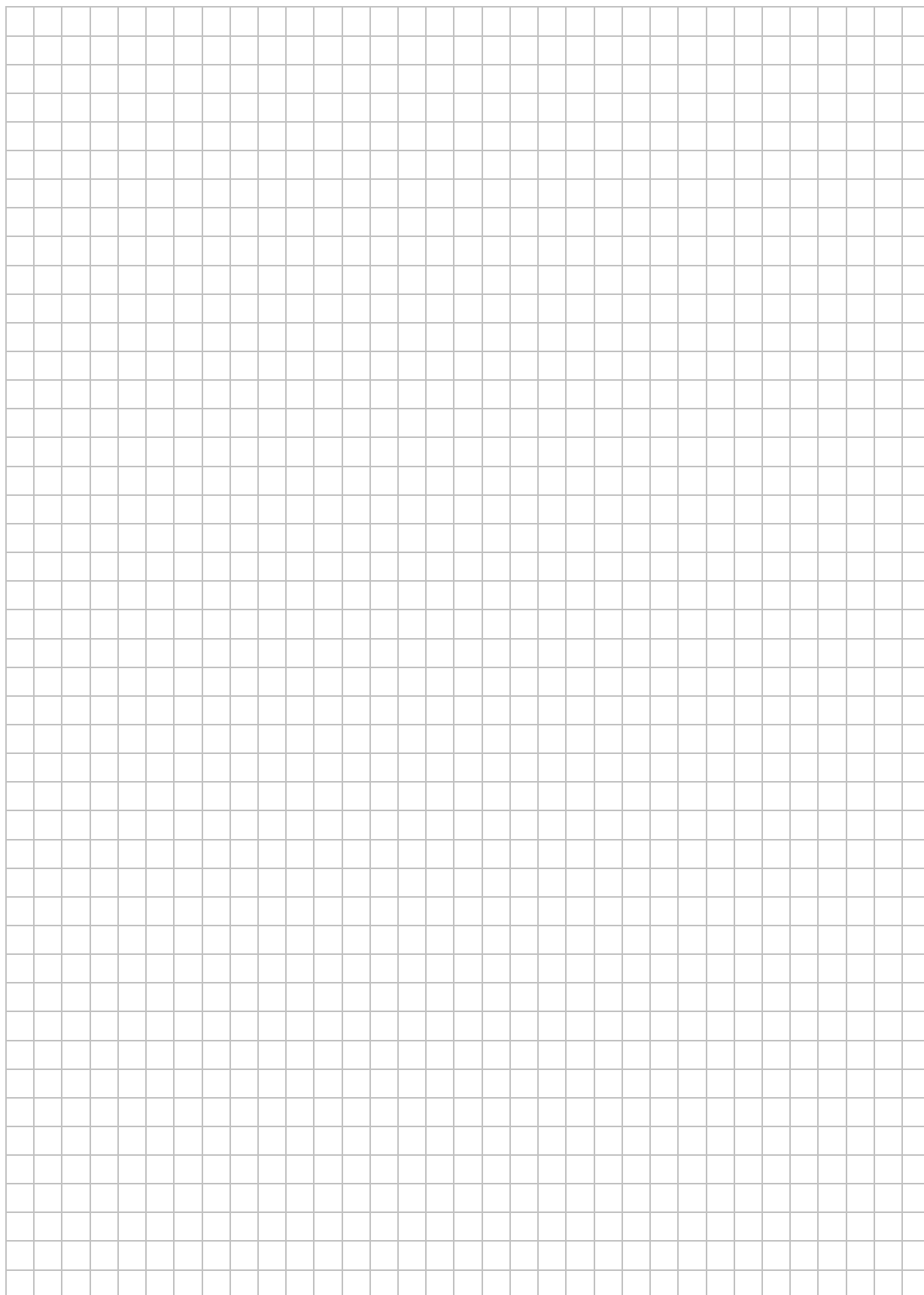
Dla jakich wartości parametru m prosta $y = -7x + m$ jest styczna do wykresu funkcji $y = \frac{4-x}{x+3}$?



ZADANIE 8 (3 PKT)

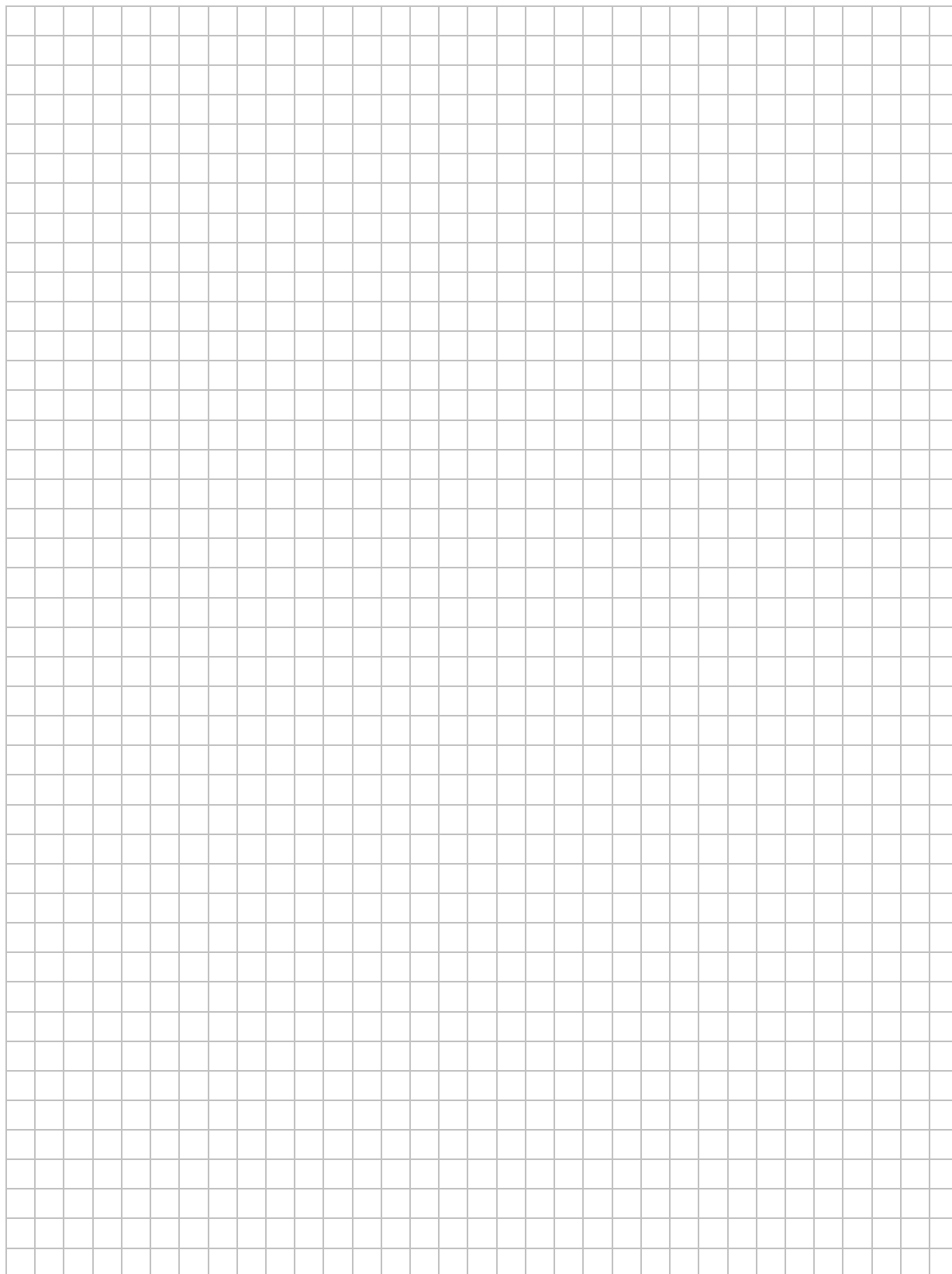
Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$, które spełniają równanie

$$\sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x + \dots = \sin x + 1.$$



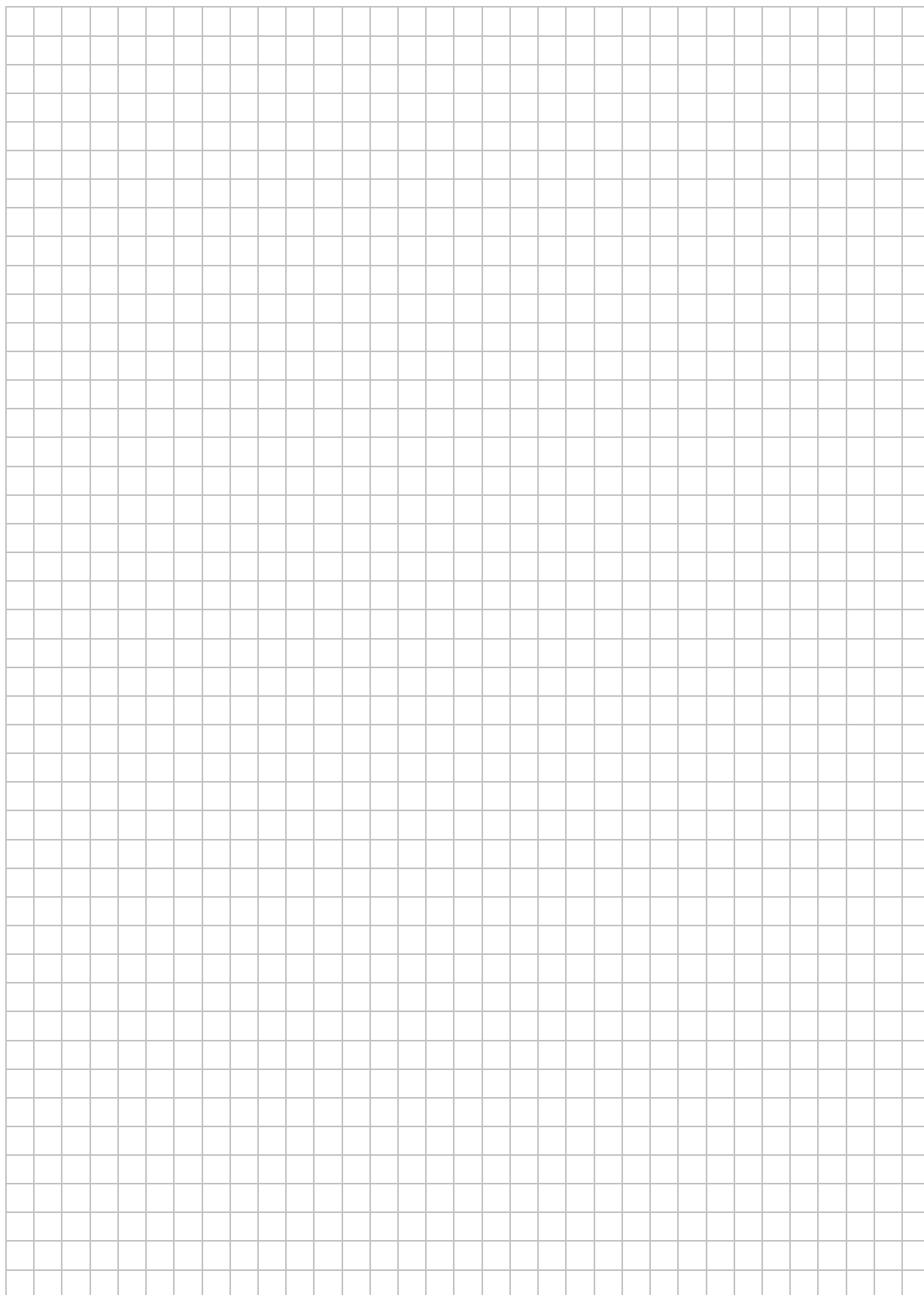
ZADANIE 9 (4 PKT)

Łukasz w sposób losowy ustawia na jednej półce regału pewną liczbę książek. Wśród tych książek są trzy książki w języku angielskim, a wszystkie pozostałe są w języku polskim. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że trzy książki w języku angielskim znajdują się obok siebie jest równe $\frac{1}{22}$. Oblicz, ile książek w języku polskim zostało ustawionych na tej półce.



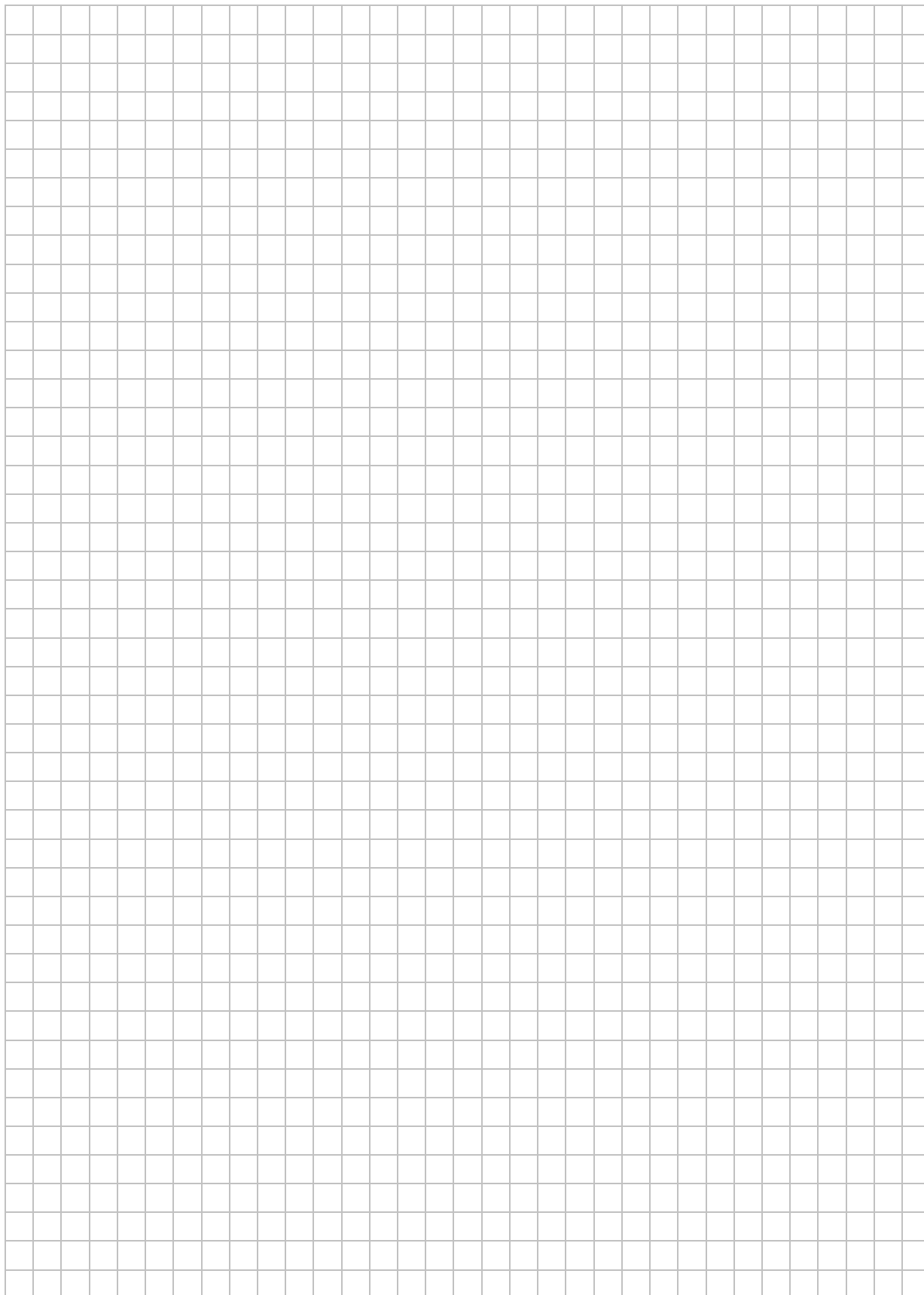
ZADANIE 10 (4 PKT)

Prosta przechodząca przez punkty $A = (-9, -4)$ i $B = (-6, 17)$ jest styczna do okręgu o środku w punkcie $O = (-1, 2)$. Oblicz promień tego okręgu i współrzędne punktu styczności tego okręgu z prostą AB .



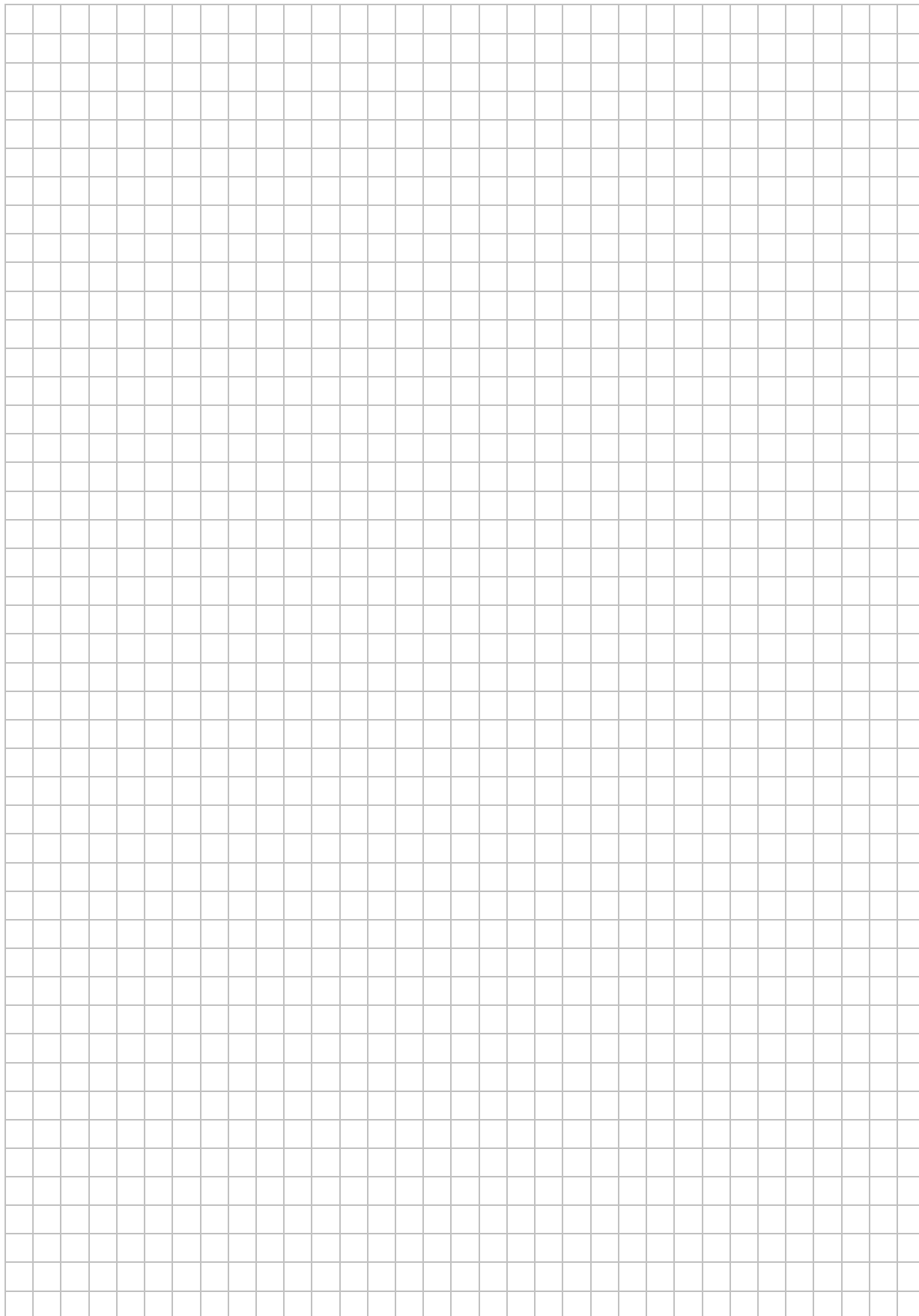
ZADANIE 11 (4 PKT)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest trójkąt, w którym wysokość ma długość $2\sqrt{3}$. Przekątne ścian bocznych wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt α taki, że $\cos \alpha = \frac{11}{13}$. Oblicz objętość graniastosłupa.



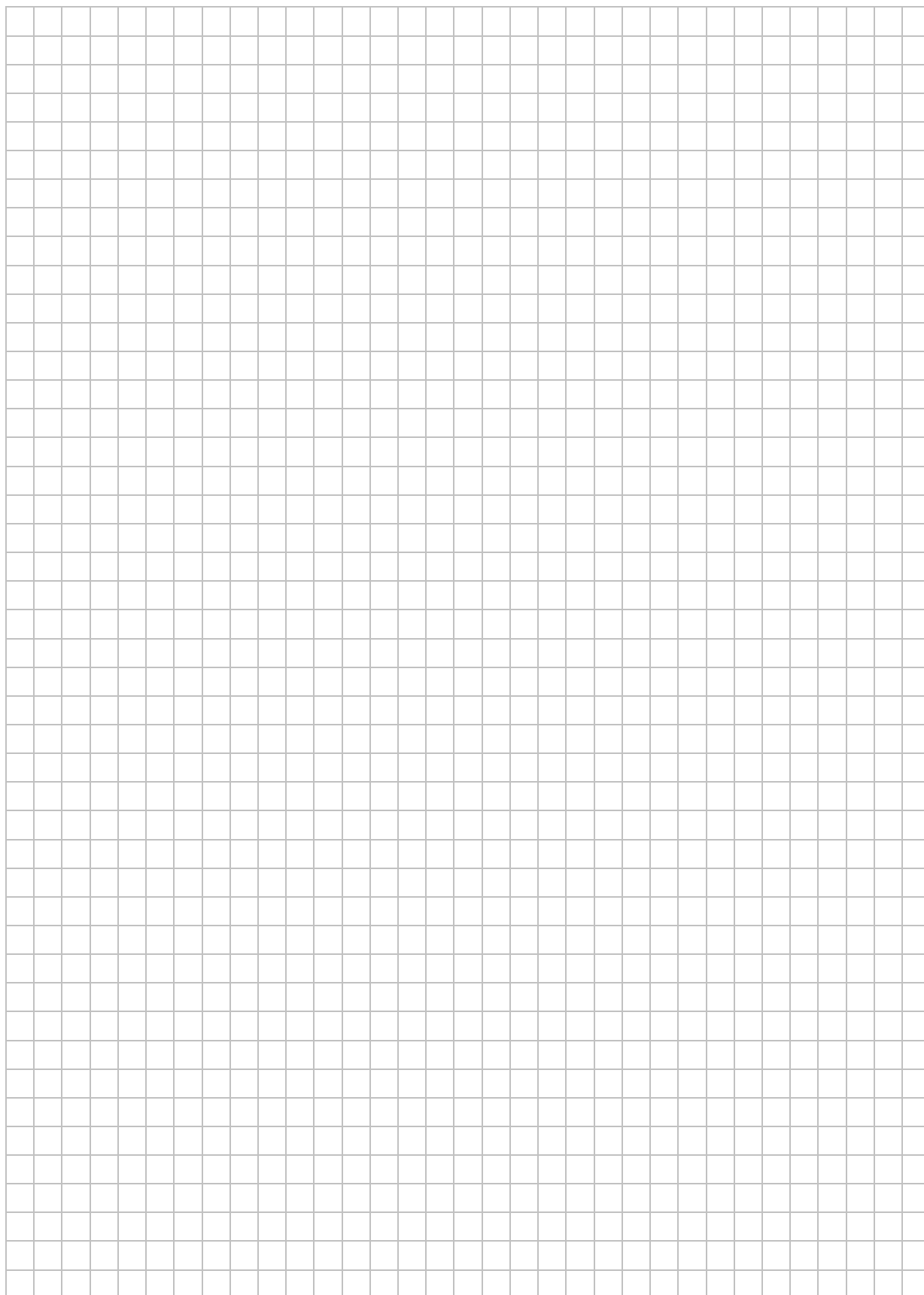
ZADANIE 12 (4 PKT)

W deltoidzie $ABCD$ dane są $|AB| = 4$, $|BC| = 5$ oraz $|\angle ABC| = |\angle BCD| = |\angle ADC|$. Oblicz długość przekątnej AC tego deltoidu.



ZADANIE 13 (5 PKT)

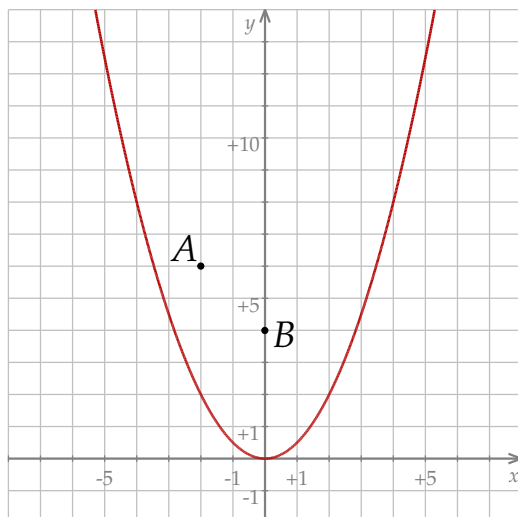
Czterowyrazowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 75, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .





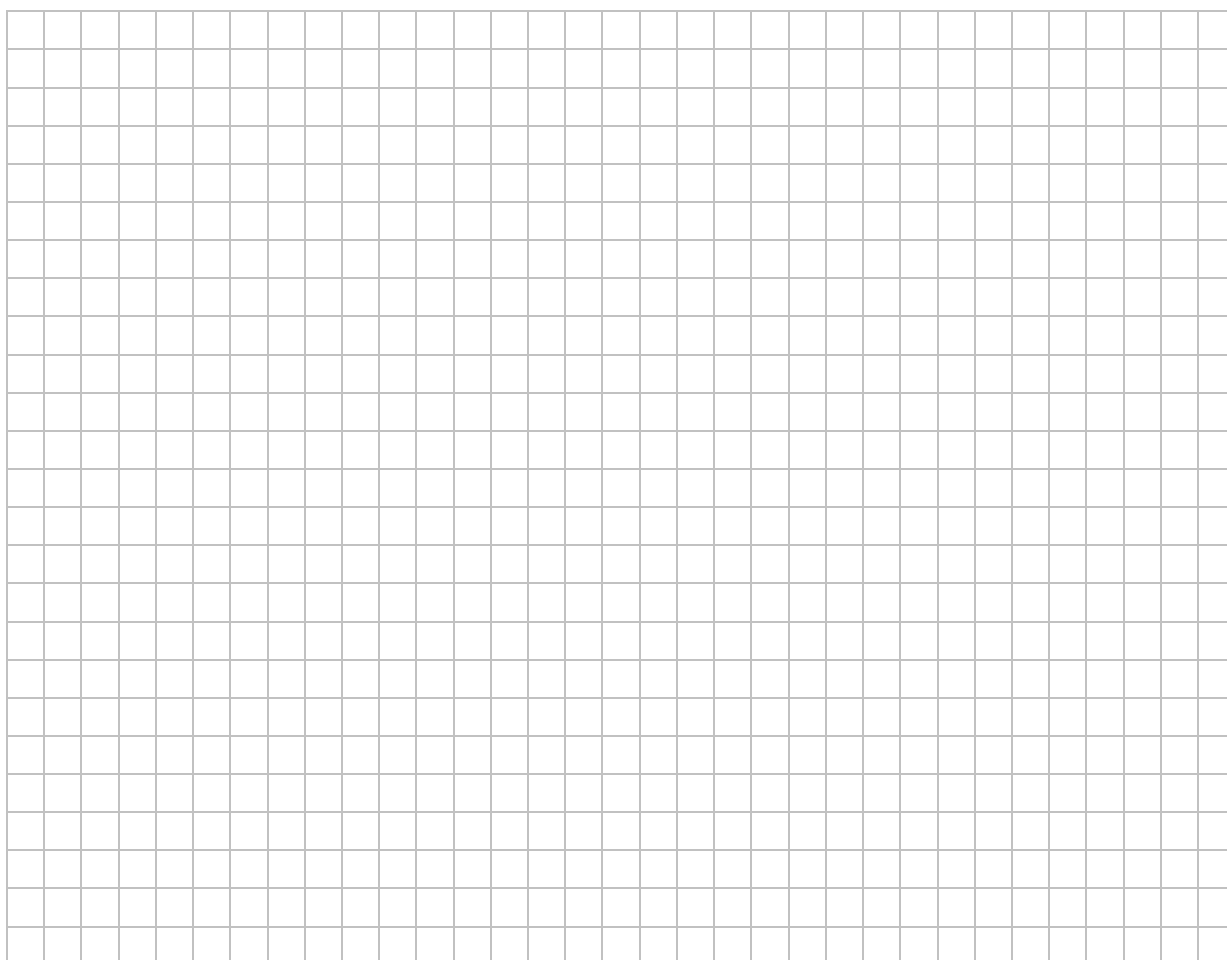
ZADANIE 14 (6 PKT)

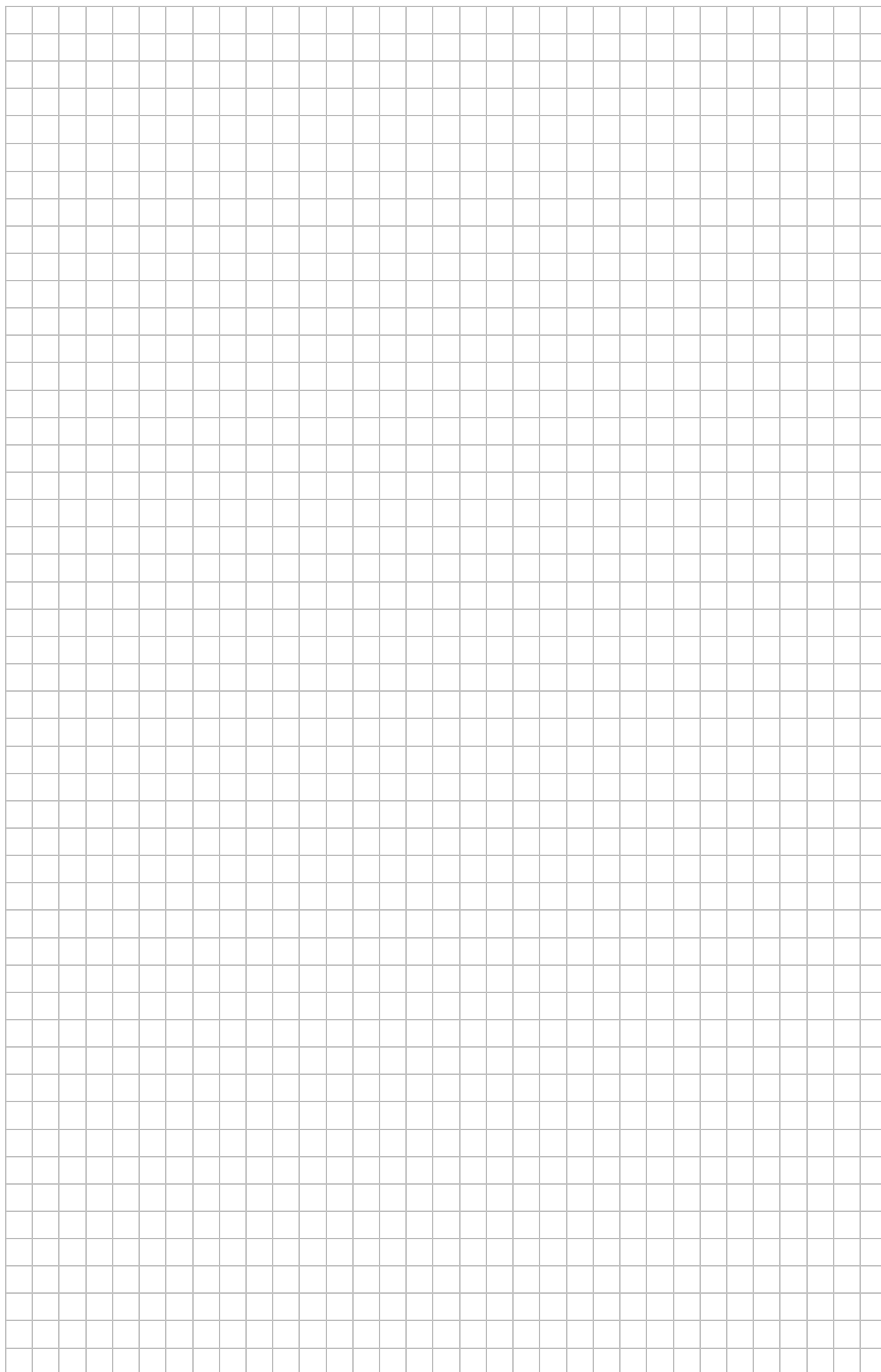
Dane są parabola o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2$ oraz punkty $A = (-2, 6)$ i $B = (0, 4)$ (zobacz rysunek).



Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołek C leży na tej paraboli. Niech m oznacza pierwszą współrzędną punktu C .

- Wyznacz pole P trójkąta ABC jako funkcję zmiennej m .
- Wyznacz wszystkie wartości m , dla których trójkąt ABC jest ostrokątny.





ZADANIE 15 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie prostokąty $ABCD$, których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{1}{27x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkty C i D leżą na wykresie funkcji g określonej wzorem $g(x) = -\frac{2}{5}x^4 - \frac{7}{9}$ i są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołka A , dla którego pole prostokąta $ABCD$ jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

