

## ZADANIE 1

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  dla  $n \geq 1$ , w którym  $a_7 = 1$ ,  $a_{11} = 9$ .

- Oblicz pierwszy wyraz  $a_1$  i różnicę  $r$  ciągu  $(a_n)$ .
- Sprawdź, czy ciąg  $(a_7, a_8, a_{11})$  jest geometryczny.
- Wyznacz takie  $n$ , aby suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  miała wartość najmniejszą.

## ZADANIE 2

Liczby  $2a - 3, a, 2a + 3$ , w podanej kolejności, tworzą ciąg geometryczny. Wyznacz  $a$ .

## ZADANIE 3

Wyznacz wszystkie wartości  $x$ , dla których ciąg  $(|x - 1|, 2, |x + 3|)$  jest malejącym ciągiem arytmetycznym.

## ZADANIE 4

Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby wiedząc, że suma pierwszej i czwartej wynosi 36, a suma drugiej i trzeciej liczby wynosi 24.

## ZADANIE 5

Liczby  $x_1$  i  $x_2$  są pierwiastkami równania  $x^2 + x + A = 0$ , a liczby  $x_3$  i  $x_4$  są pierwiastkami równania  $x^2 + 4x + B = 0$ . Wiadomo, że ciąg  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  jest ciągiem geometrycznym o wyrazach całkowitych. Wyznacz  $A$  i  $B$ .

## ZADANIE 6

50 wyraz ciągu arytmetycznego  $b_n$  jest równy 5. Oblicz  $S_{60} - S_{39}$ , gdzie  $S_n$  oznacza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $b_n$ .

## ZADANIE 7

Jednym z pierwiastków trójmianu kwadratowego  $y = ax^2 + bx + c$  jest  $-0,2$ . Liczby  $a, b, c$  tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny, a ich suma wynosi 24. Oblicz drugi pierwiastek tego trójmianu.

## ZADANIE 8

Liczby  $x_1$  i  $x_2$  są różnymi miejscami zerowymi funkcji kwadratowej  $f(x) = x^2 - (a + 1)x + a^2$ . Dla jakich  $a \in \mathbb{R}$  ciąg  $(x_1 + x_2; \sqrt{2}; x_1 x_2)$  jest geometryczny?

## ZADANIE 9

Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli od pierwszej z nich odejmiemy 2, od drugiej 3, od trzeciej 9, a od czwartej 25, to otrzymane różnice utworzą ciąg arytmetyczny. Znajdź te liczby.

## ZADANIE 10

Liczby  $a$  i  $b$  są pierwiastkami równania  $x^2 + 8x + s = 0$ , a liczby  $c$  i  $d$  są pierwiastkami równania  $x^2 + 72x + t = 0$ . Ciąg  $(a, b, c, d)$  jest malejącym ciągiem geometrycznym. Oblicz  $s$  i  $t$ .

## ZADANIE 11

Trzy liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli drugą z nich zwiększymy o 8, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Jeżeli trzeci wyraz otrzymanego ciągu arytmetycznego zwiększymy o 64 to znów otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby.

## ZADANIE 12

Oblicz wyrazy  $a_2, a_8, a_{23}$  ciągu arytmetycznego jeśli  $a_1 = 8$  i  $r = 5$ .

## ZADANIE 13

Dany jest ciąg  $(b_n)$  o wyrazie ogólnym  $b_n = 3n - 1$ . Ile wyrazów ciągu  $(b_n)$  należy do przedziału  $(20, 49)$ ?

## ZADANIE 14

Ciąg  $(a, b, c)$  jest geometryczny, a ciągi  $(4a - 4, 2b - 2, c - 1)$  i  $(a + 5, b + 3, c - 15)$  są arytmetyczne. Oblicz  $a, b, c$ .

## ZADANIE 15

Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  dla każdego  $n \neq 1$  określona jest wzorem  $S_n = 2n^2 - 14n$ .

- Wykaż, że ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym.
- Wykaż, że jeżeli suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu dla każdego  $n \geq 1$  określona jest wzorem  $S_n = 2n^2 - 14n + 1$ , to ciąg ten nie jest arytmetyczny.
- Znajdź takie trzy kolejne wyrazy ciągu  $(a_n)$ , aby kwadrat środkowego wyrazu był o 48 mniejszy od różnicy kwadratów wyrazów z nim sąsiadujących.

## ZADANIE 16

Ciąg  $(a_n)$  określony jest rekurencyjnie:  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - 3n + 1$  dla  $n \geq 1$ .

- Oblicz 4 wyrazy ciągu  $(a_n)$ .
- Zbadaj monotoniczność ciągu  $(a_n)$ .

## ZADANIE 17

Wyznacz  $x$  tak, aby ciąg  $(\sqrt[3]{25} - 2, \sqrt{|x - 4|}, \sqrt[3]{625} + 2\sqrt[3]{25} + 4)$  był ciągiem geometrycznym.

## ZADANIE 18

Ciąg  $(a_n)$  jest arytmetyczny oraz  $a_1 = x$  i  $a_2 = 4x - 1$ . Wiedząc, że  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 25$  oblicz  $x$  oraz sumę  $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{25}$ .

ZADANIE 19

Oblicz iloczyn pierwszych 99 wyrazów ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = -\frac{1}{(\sqrt{2})^{47}}$  oraz  $q = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$ . Czy iloczyn ten jest liczbą wymierną?

ZADANIE 20

Znajdź wartość parametru  $p$ , dla której granica ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem

$$a_n = \frac{(p^2 - 2p - 3)n + 3}{-n}$$

jest równa 4. Zbadaj monotoniczność ciągu  $(a_n)$  dla znalezionej wartości  $p$ .

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie  
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/9358\\_8788R](http://www.zadania.info/9358_8788R)