

SPRAWDZIAN PO 1. SEM PRÓBNY 1

ZADANIE 1 (4 PKT)

Uprość wyrażenie

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}.$$

ZADANIE 2 (4 PKT)

Pokazać, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $n^5 - n$ jest podzielna przez 30.

ZADANIE 3 (4 PKT)

Boki trójkąta mają długości 4, 8 i 10.

- Oblicz cosinus i tangens kąta leżącego naprzeciwko najkrótszego boku.
- Oblicz długość środkowej poprowadzonej do najdłuższego boku.

ZADANIE 4 (4 PKT)

Udowodnij, że jeżeli punkt D jest środkiem ciężkości trójkąta, to $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$.

ZADANIE 5 (4 PKT)

Kwadrat o wierzchołkach $A = (1, 2), B = (4, 1), C = (5, 4), D = (2, 5)$ przekształcono w jednokładności o skali ujemnej i otrzymano kwadrat o wierzchołkach $K = (2, 1), L = (8, -1), M = (10, 5), N = (4, 7)$. Wyznacz środek i skalę tej jednokładności.

ZADANIE 6 (4 PKT)

Wyznacz równanie takiej prostej przechodzącej przez punkt $A(-4, 6)$, która wraz z osiami układu współrzędnych ogranicza trójkąt o polu równym 2.

ZADANIE 7 (4 PKT)

Oblicz wartość funkcji $f(x) = |1 - 2^{x-3}|$ dla argumentu

$$x = \log_{13} \left(\log_{12}^2 8 + \log_{12} 64 \cdot \log_{12} 18 + \log_{12}^2 18 + 49^{\frac{1}{\log_3 7}} \right).$$

ZADANIE 8 (4 PKT)

Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$.

ZADANIE 9 (4 PKT)

Dla jakich wartości parametru k równanie $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{2k+1}{k-1}$ ma rozwiązanie?

ZADANIE 10 (4 PKT)

Określ liczbę rozwiązań układu równań $\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 1 \end{cases}$ w zależności od wartości parametru m . Dla tych wartości m , dla których istnieją rozwiązania, rozwiąż ten układ.

ZADANIE 11 (5 PKT)

Zbadaj dla jakich wartości parametru m punkt przecięcia się prostych $mx + (2m - 1)y - 3m = 0$ i $x + my - m = 0$ należy do prostokąta o wierzchołkach $A = (-1, -2)$, $B = (1, -2)$, $C = (1, 2)$, $D = (-1, 2)$?

ZADANIE 12 (5 PKT)

Wyznacz liczbę n , wiedząc że $\binom{n}{3} - \binom{n}{2} = 14$.