

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

5 MARCA 2022

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

**Zadania zamknięte**

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia  $(\sqrt{2} + 1)^3 + (\sqrt{2} - 1)^3$  jest równa

- A) 14                      B) 7                      C)
- $5\sqrt{2}$
- D)
- $10\sqrt{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Niech  $A$  i  $B$  będą takim zdarzeniami losowymi, że  $P(A' \cap B) = \frac{1}{12}$  i  $P(B) = \frac{1}{3}$ . Wtedy prawdopodobieństwo warunkowe  $P(A|B)$  jest równe

- A)
- $\frac{1}{3}$
- B)
- $\frac{2}{3}$
- C)
- $\frac{3}{4}$
- D)
- $\frac{1}{4}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba  $\frac{1}{(\sqrt{2})^{\log_4 3}}$  jest równa

- A)
- $\frac{\sqrt[4]{27}}{3}$
- B)
- $\frac{1}{\sqrt[4]{27}}$
- C)
- $\frac{\sqrt[4]{27}}{9}$
- D)
- $\frac{\sqrt[4]{3}}{3}$

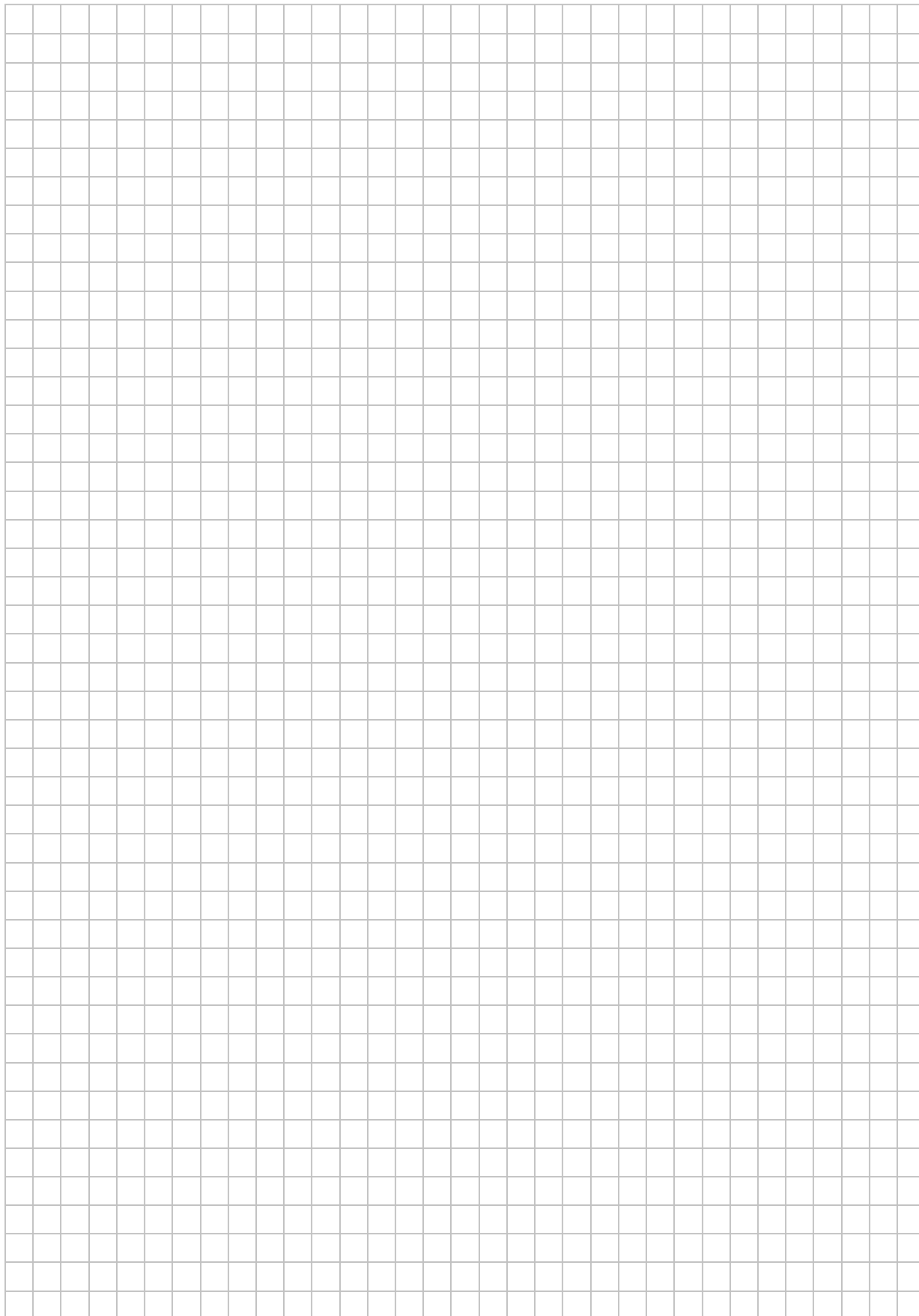
ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba różnych pierwiastków równania  $x - |3x - 6| = 0$  jest równa

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3

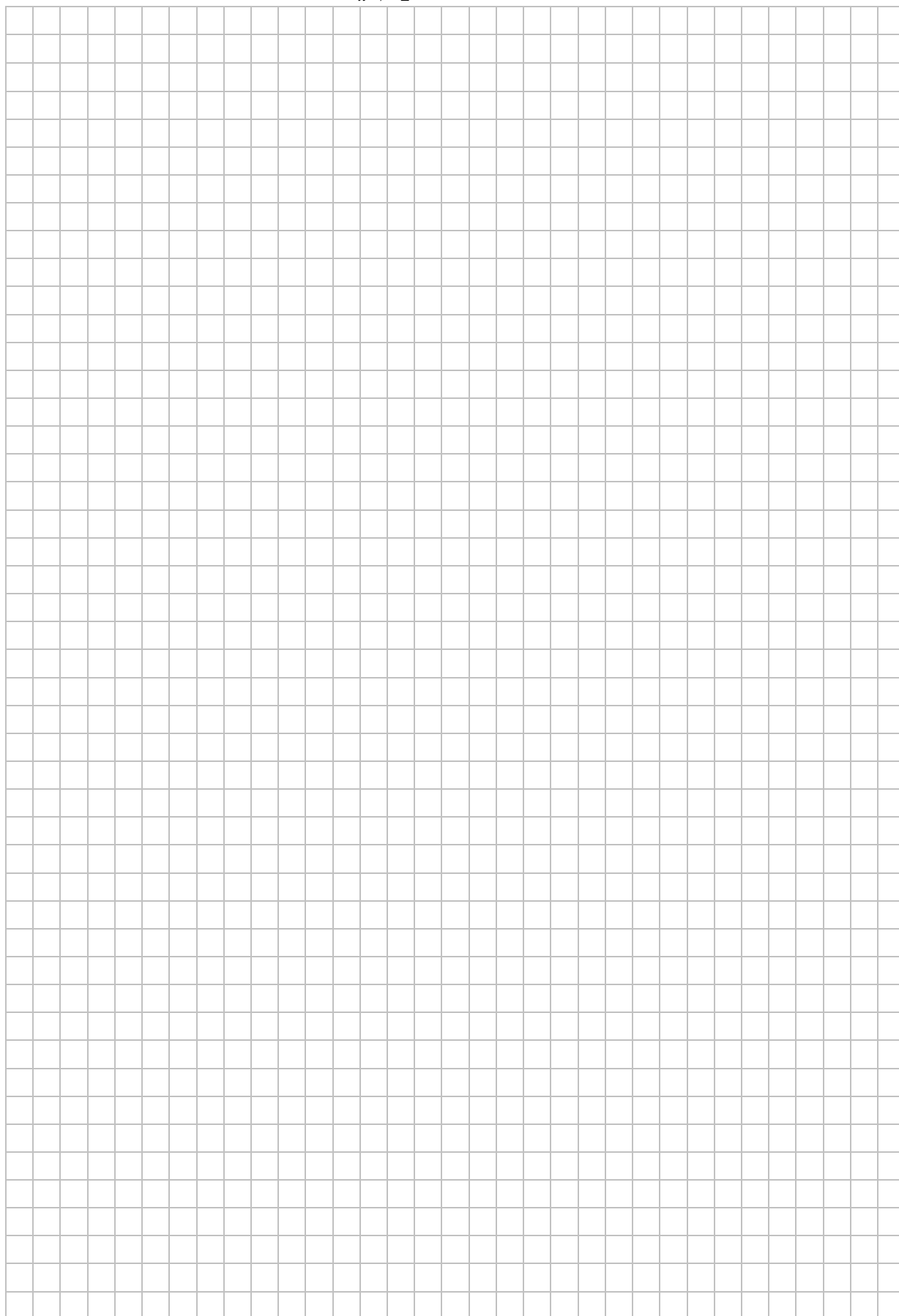
ZADANIE 5 (2 PKT)

Wynikiem dzielenia wielomianu  $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$  przez dwumian  $2x + 1$  jest trójmian kwadratowy postaci  $ax^2 + bx + c$ . Oblicz  $a, b$  i  $c$ .



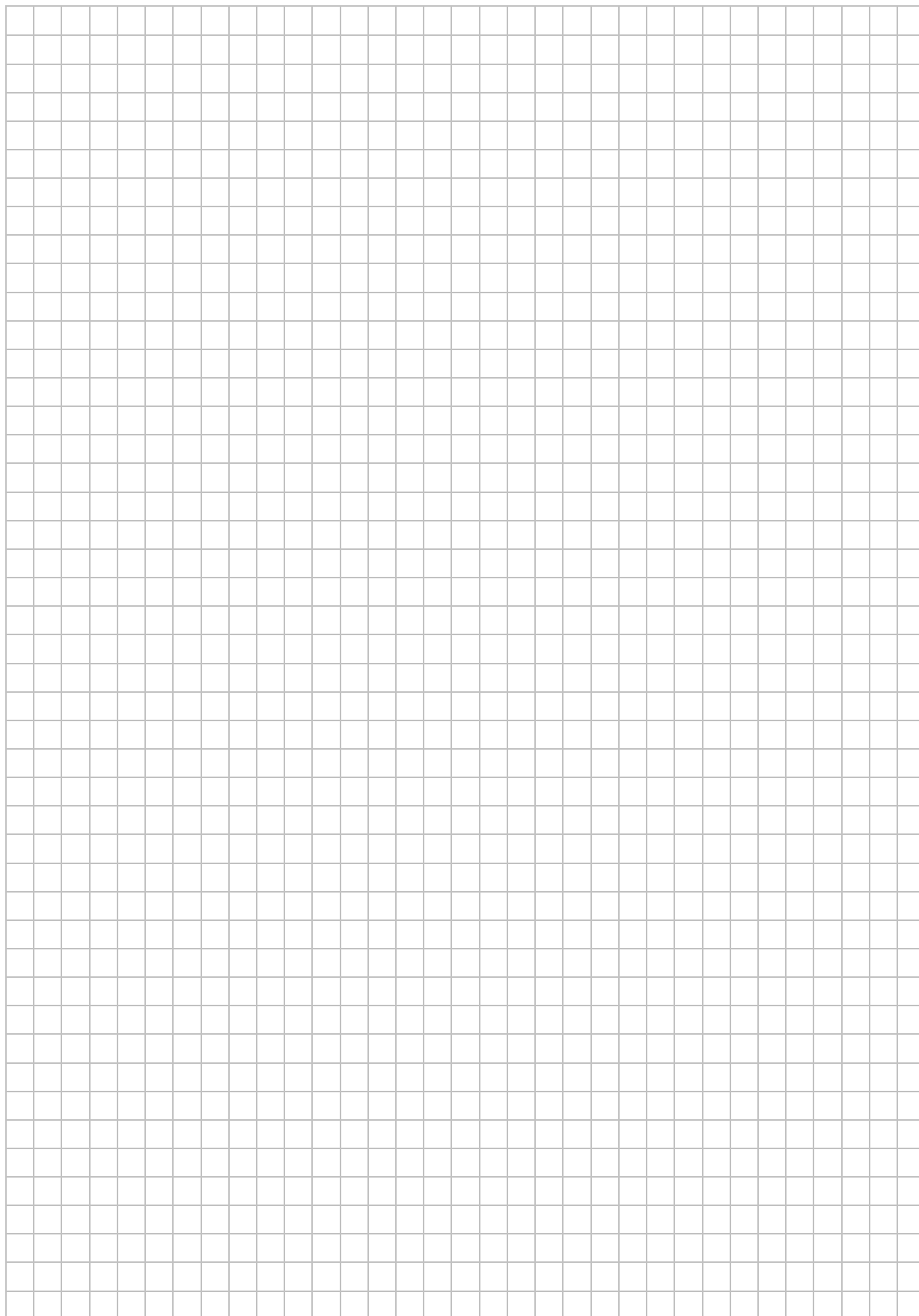
ZADANIE 6 (3 PKT)

Oblicz granicę jednostronną funkcji  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3+8}{x^3+6x^2+12x+8}$ .



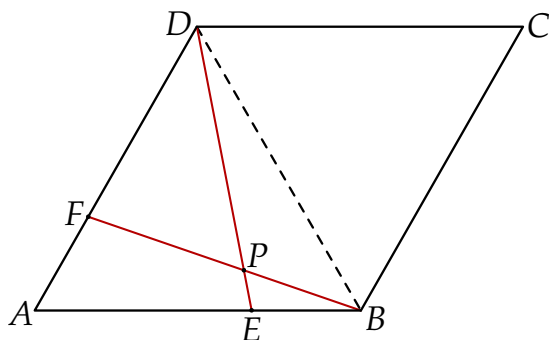
ZADANIE 7 (3 PKT)

Oblicz pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i styczną do paraboli  $f(x) = 9 - x^2$  w punkcie  $P = (2; 5)$ .

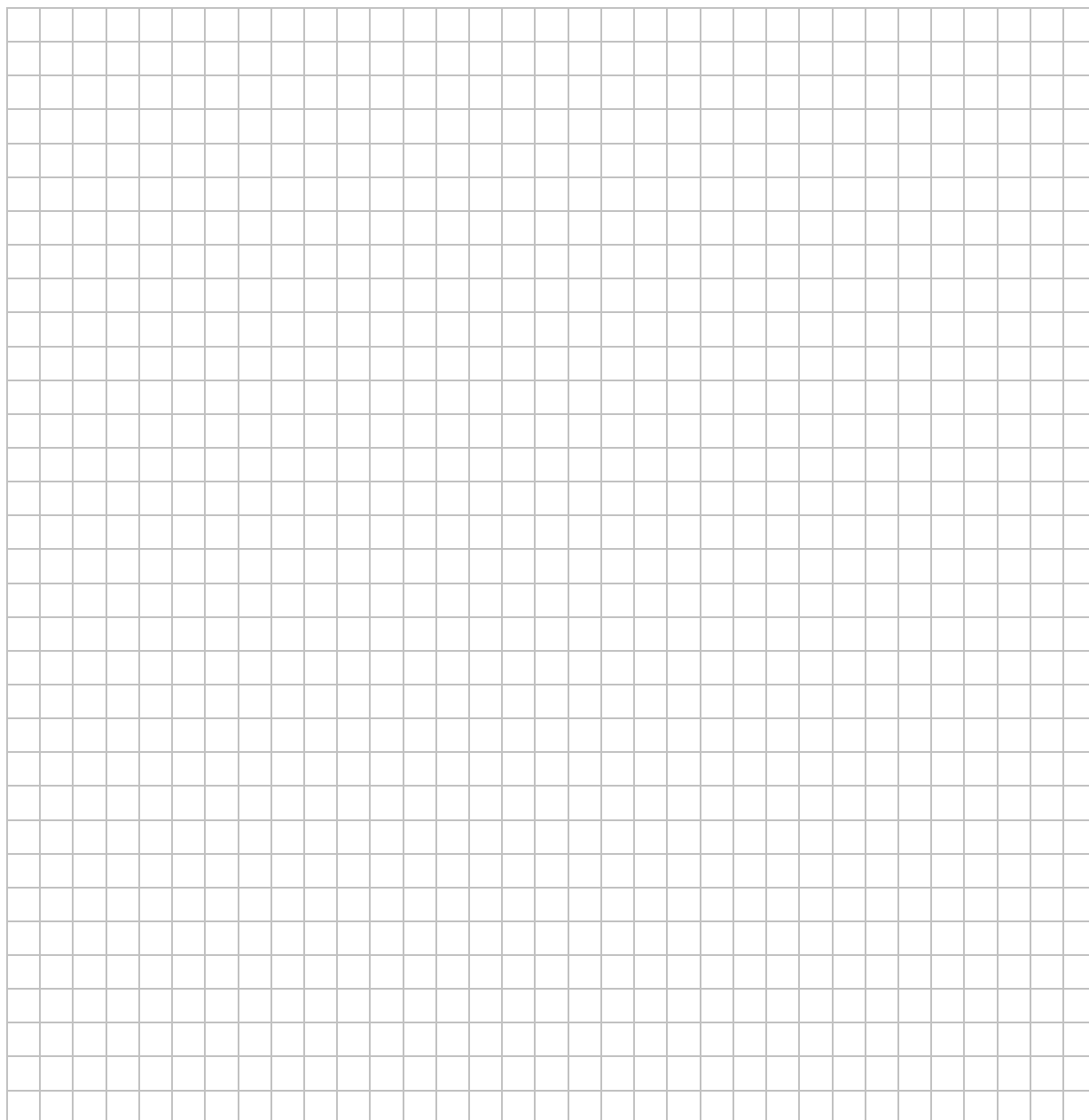


ZADANIE 8 (3 PKT)

Kąt ostry rombu  $ABCD$  ma miarę  $60^\circ$ . Na bokach  $AB$  i  $AD$  tego rombu wybrano punkty – odpowiednio –  $E$  i  $F$  takie, że  $|BE| = |AF| = \frac{1}{3}|AB|$ . Odcinki  $BF$  i  $DE$  przecinają się w punkcie  $P$  (zobacz rysunek).

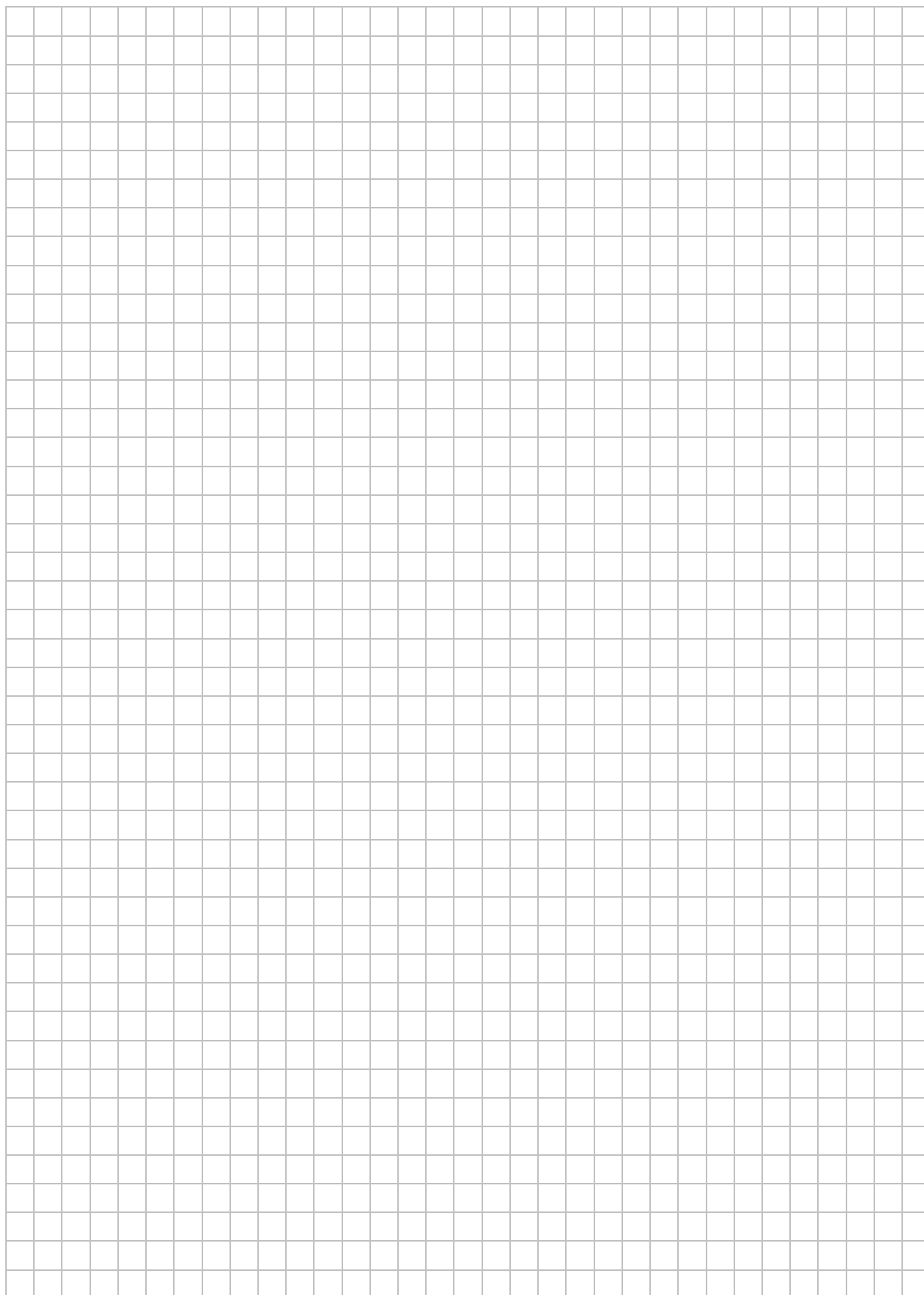


Wykaż, że punkt  $P$  leży na okręgu opisanym na trójkącie  $BCD$ .



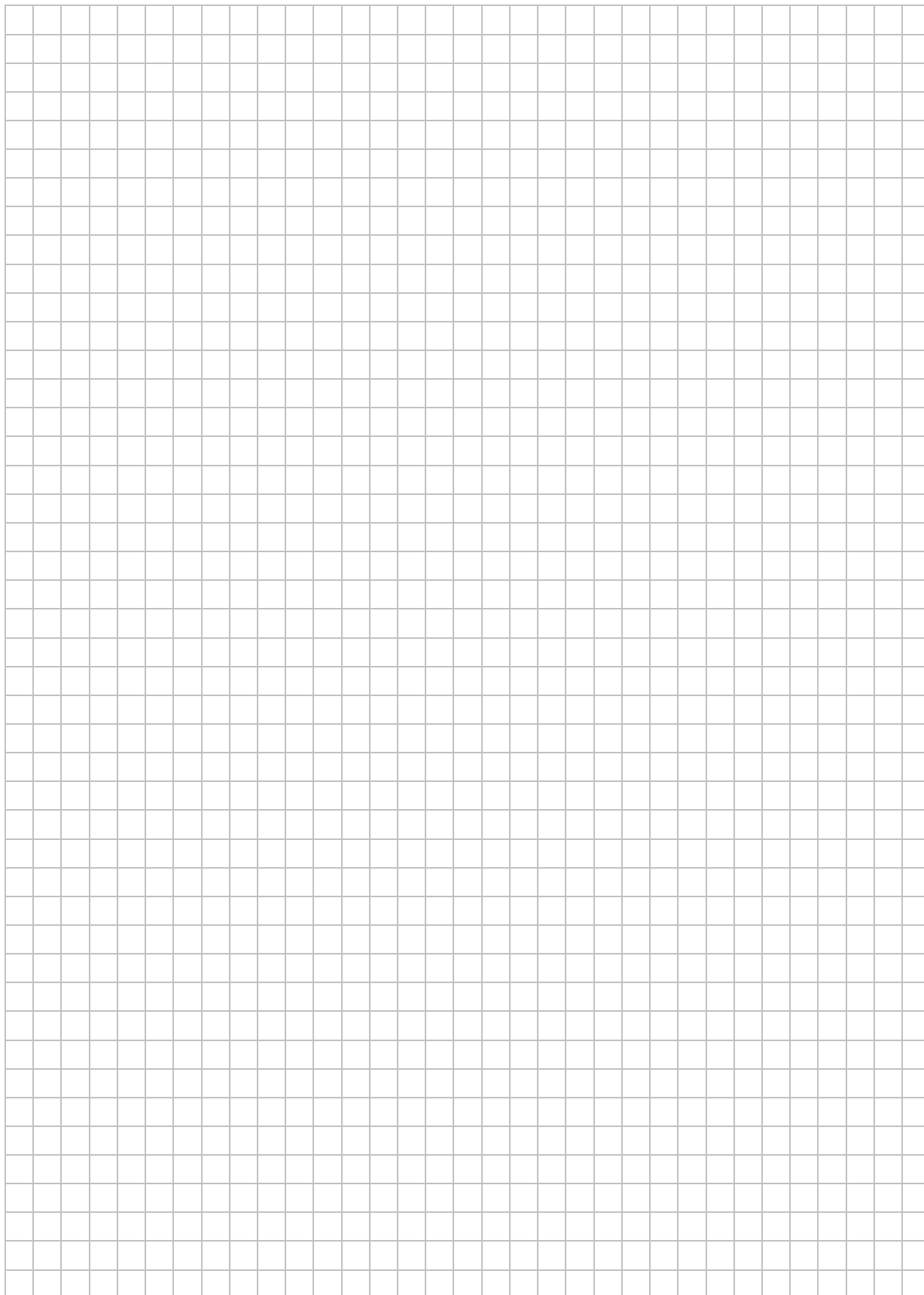
ZADANIE 9 (4 PKT)

W trójkąt równoboczny o boku długości 3 wpisano koło, w które następnie wpisano trójkąt równoboczny, a w ten trójkąt znów koło i tak dalej. Oblicz sumę pól wszystkich wpisanych kół.



ZADANIE 10 (4 PKT)

Pięć ponumerowanych kul rozmieszczamy losowo w czterech ponumerowanych szufladach. Oblicz ile jest możliwości takiego rozmieszczenia kul, aby dokładnie dwie szuflady były puste.



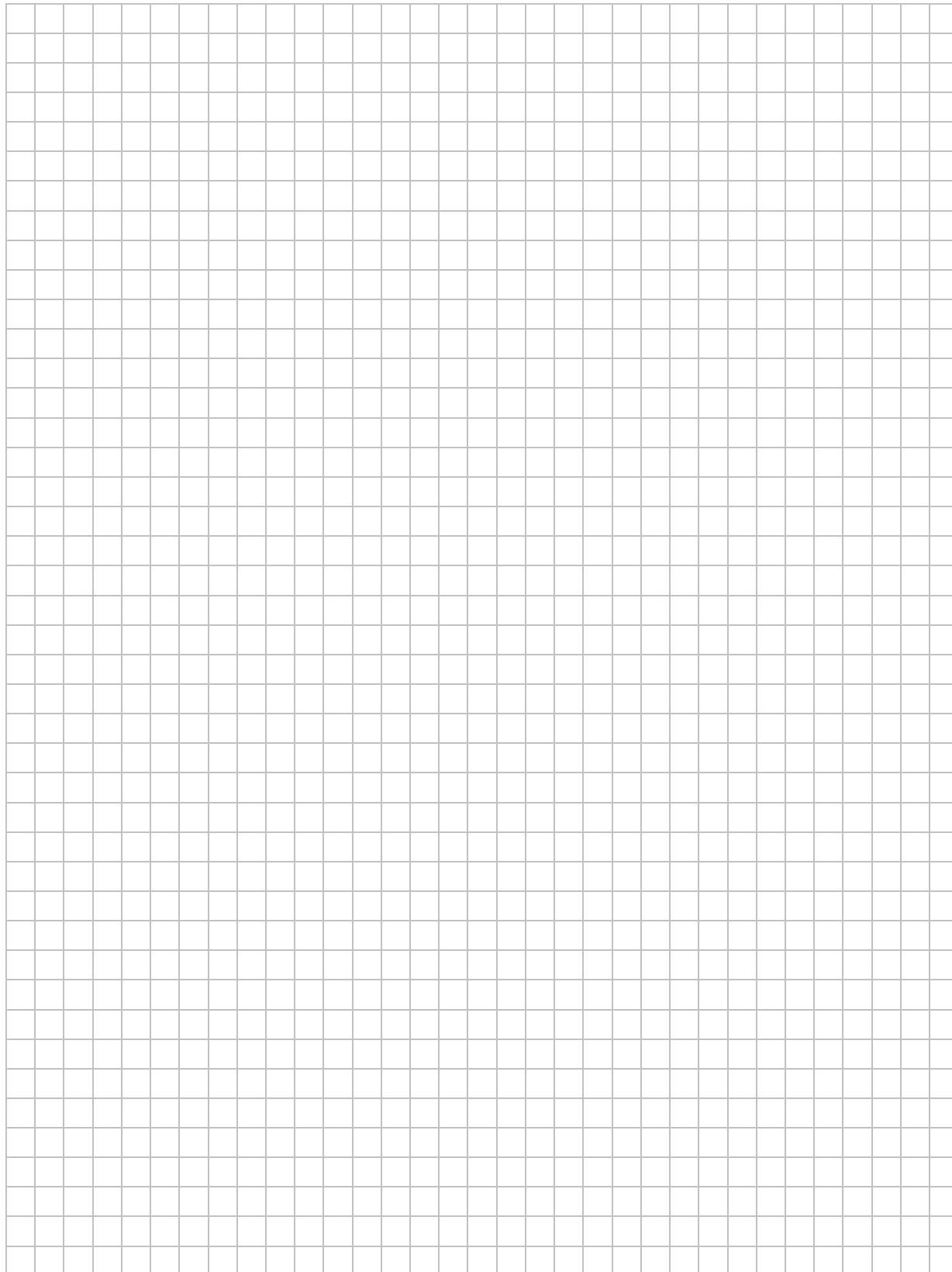


## ZADANIE 11 (4 PKT)

Długości boków trójkąta są w stosunku 2:3:4. Oblicz wartość wyrażenia

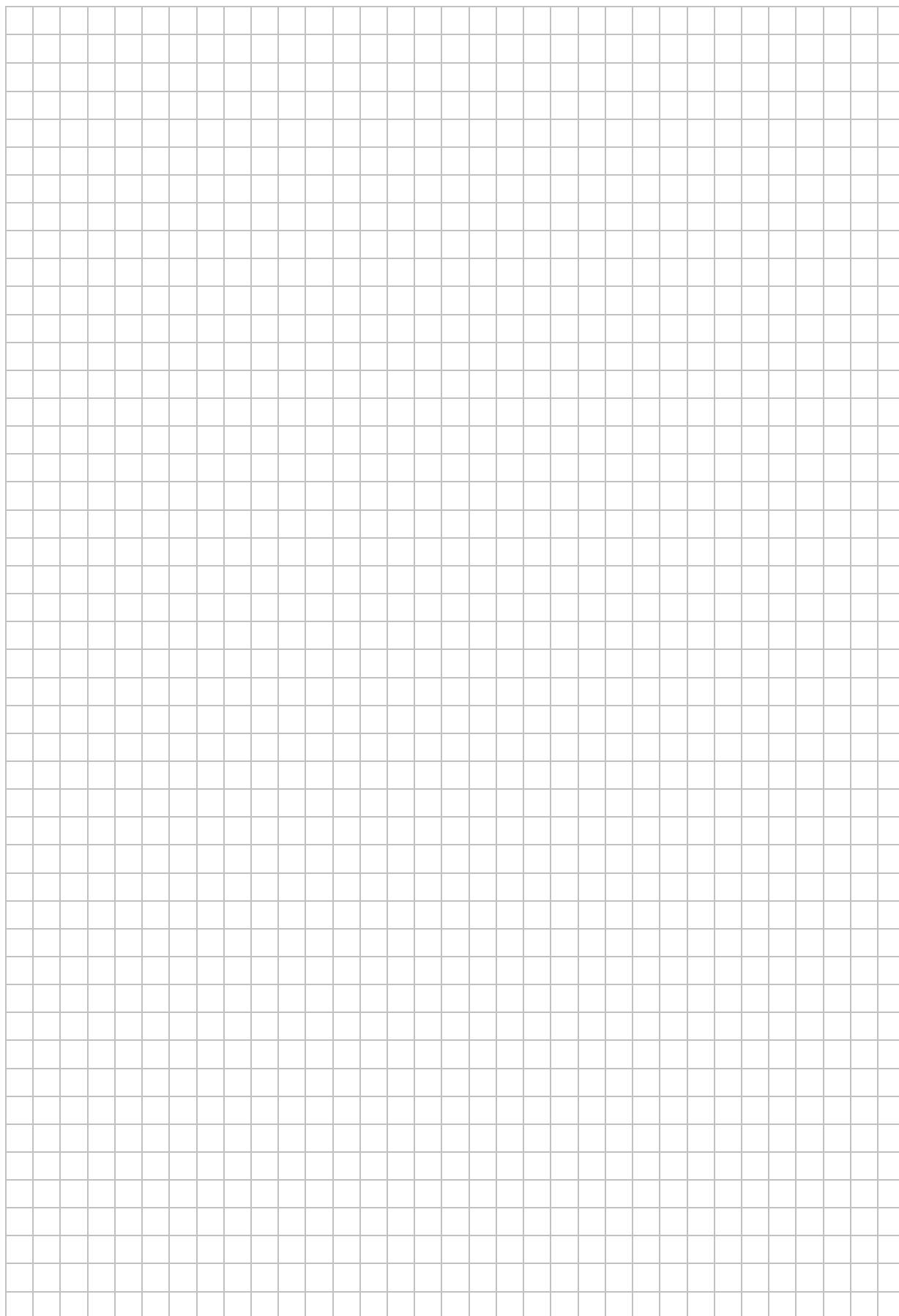
$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta'}$$

gdzie  $\alpha$  oznacza największy, a  $\beta$  najmniejszy kąt tego trójkąta.



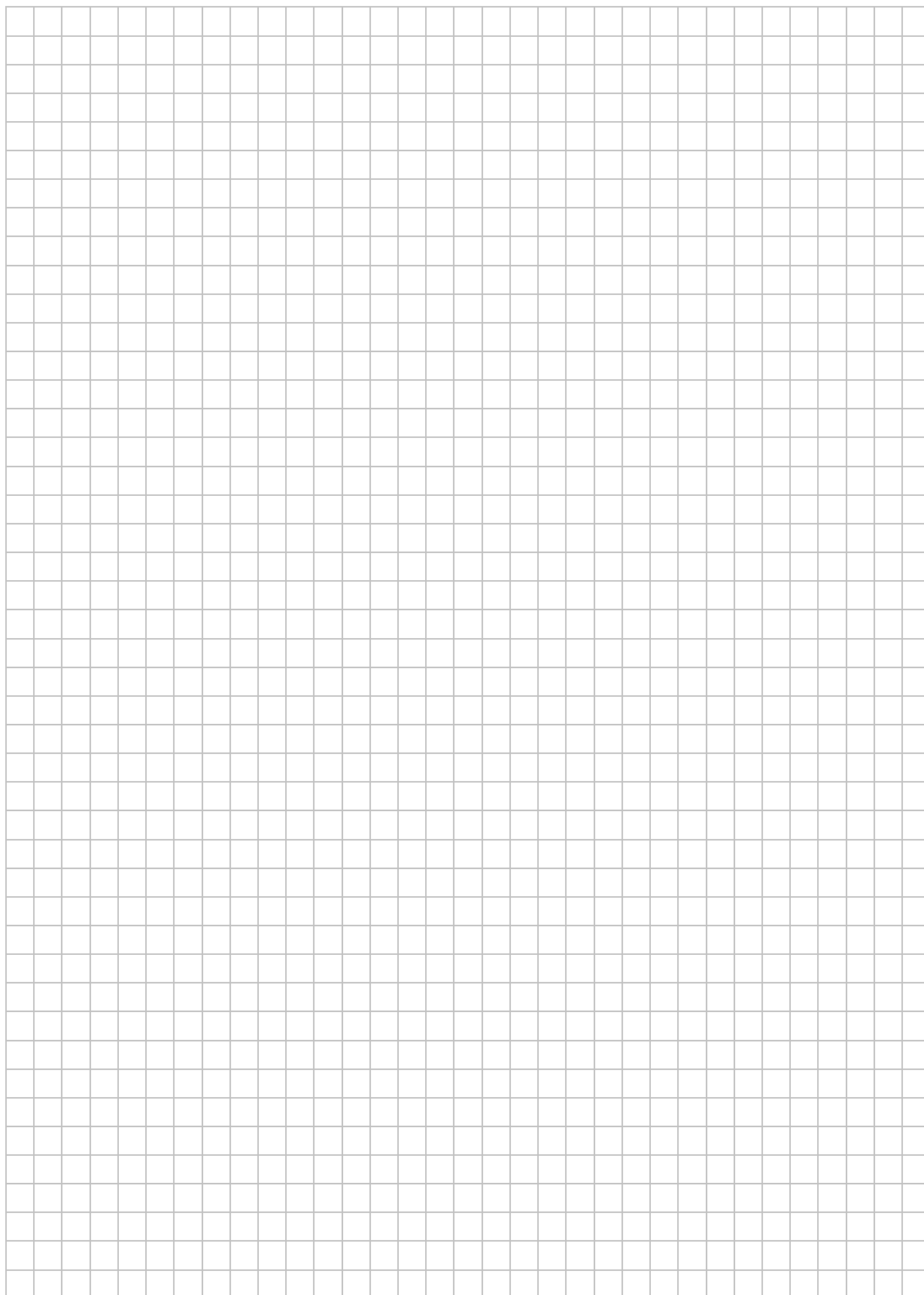
ZADANIE 12 (5 PKT)

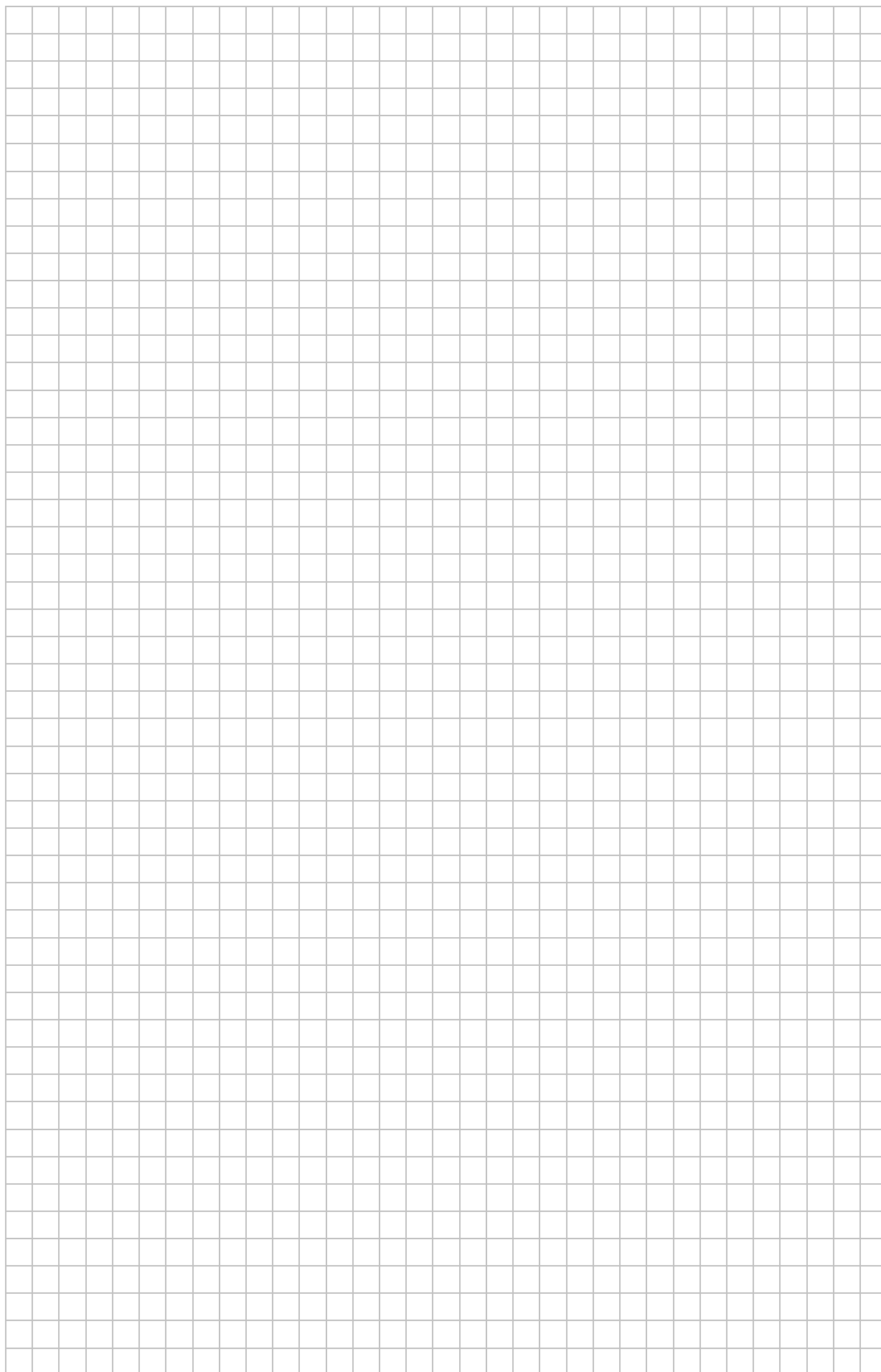
Rozwiąż równanie  $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$  w przedziale  $\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ .



## ZADANIE 13 (6 PKT)

Punkt  $C = (5, -1)$  jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego  $ABC$ , w którym  $|\angle ABC| = 90^\circ$  i  $|AB| = 2|BC|$ . Prosta  $BC$  ma równanie  $x - 2y - 7 = 0$ , a punkt  $A$  leży na prostej  $k$  o równaniu  $y = x + 8$ . Wyznacz współrzędne środka okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ .



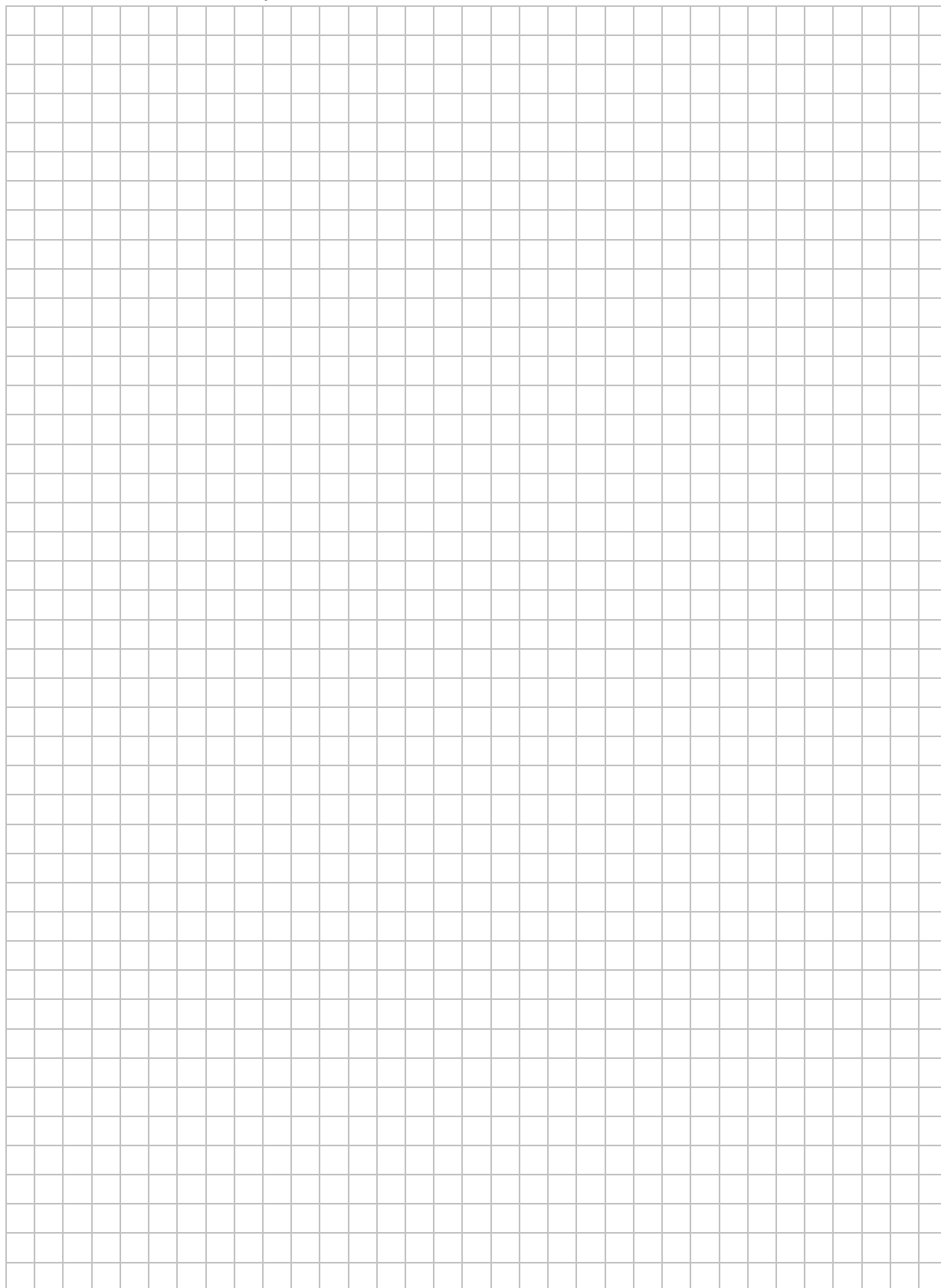


## ZADANIE 14 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$(x + 2)[x^2 - (m + 1)x - 6m^2 + 3m] = 0$$

ma dokładnie dwa rozwiązania.



## ZADANIE 15 (7 PKT)

Suma długości trzech krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka jest równa  $S$ . Długość jednej z tych krawędzi jest dwa razy większa od drugiej. Oblicz promień sfery opisanej na tym z rozważanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa.

