PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

1 KWIETNIA 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

W rozwinięciu wyrażenia $(4\sqrt{3}x+2y)^3$ współczynnik przy iloczynie xy^2 jest równy

A) $48\sqrt{3}$ B) 288 C) $16\sqrt{3}$ D) 144

ZADANIE 2 (1 PKT)

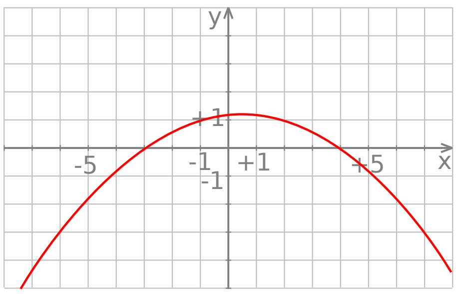
Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|m-3x| \geqslant 5$.

Stąd wynika, że

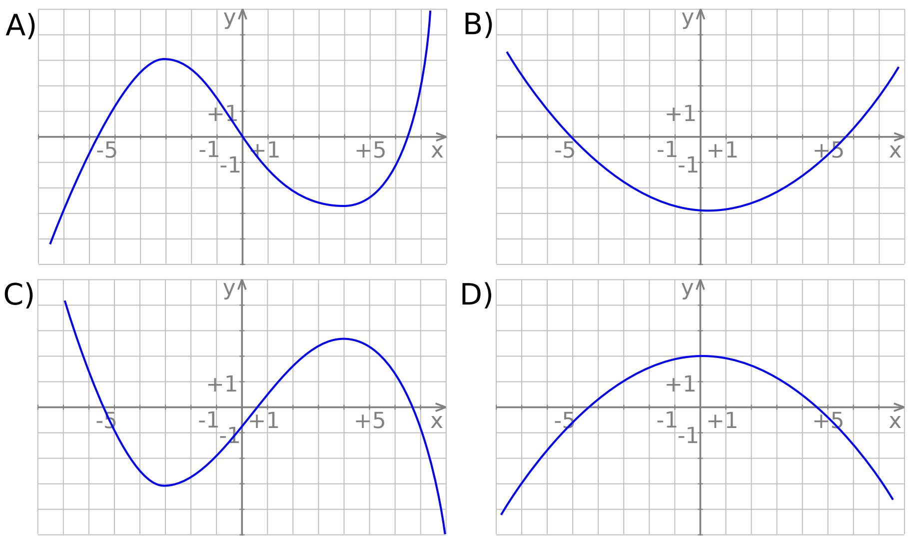
A) $m=-3$ B) $m=-2$ C) $m=4$ D) $m=5$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Rysunek przedstawia wykres funkcji $y=f'(x)$.



Wskaż wykres funkcji $y=f(x)$.



ZADANIE 4 (1 PKT)

Ciąg (a_n) dla każdego $n = 0, 1, 2, \ldots, 2016$ spełnia warunek $a_{n+1} = 3a_{2017-n} + n$. Wyraz a_3 tego ciągu jest równy

A) $-755,5$ B) -1511 C) -6044 D) $-1510,5$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{3n-1}-\sqrt[3]{24n+3}\right)^2}{\sqrt[3]{pn^2+1}+\sqrt[3]{pn^2-1}} = \frac{1}{2}$. Wynika stąd, że

A) $p = \sqrt[3]{3}$ B) $p = -\sqrt[3]{3}$ C) $p = 9$ D) $p = -3$

Zadanie 6 (2 pkt)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geqslant 1$, w którym iloraz jest dwa razy większy od pierwszego wyrazu, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 14. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 7 (2 pkt)

Liczby p i q są pierwiastkami równania $x^2 - 23x + 1 = 0$. Wykaż, że wartość wyrażenia $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ jest liczbą naturalną.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Wyznacz współrzędne środka okręgu, który jest obrazem okręgu o równaniu $(x-4)^2+(y+7)^2=12$ w jednokładności o środku $S=(-8,9)$ i skali $\frac{1}{12}$.

ZADANIE 9 (2 PKT)

Oblicz promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym, w którym sinus kąta ostrego jest równy $\frac{3}{4}$, a przekątna ma długość 12.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $(n^2 - n)(n^9 + 1)$ jest podzielna przez 6.

ZADANIE 11 (3 PKT)

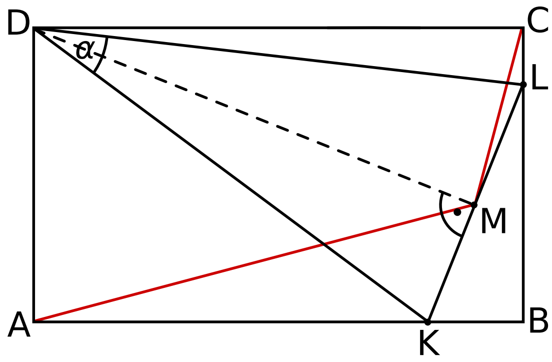
Rozwiąż nierówność $(2\cos x + 3)(2\cos x - 1) < 0$ w przedziale $x \in (0, 2\pi)$.

ZADANIE 12 (3 PKT)

O zdarzeniach losowych A, B wiadomo, że: $P(A \cup B) = 0,6$, $P(B) = 0,4$ i $P(A|B) = 0,25$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(B|A)$.

ZADANIE 13 (3 PKT)

Na bokach AB i BC prostokąta $ABCD$ wybrano punkty K i L w ten sposób, że trójkąt DKL jest ostrokątny oraz $|\measuredangle KDL| = \alpha$. Odcinek DM jest wysokością trójkąta DKL.



Wykaż, że $|\measuredangle AMC| = 90^\circ + \alpha$.

Zadanie 14 (4 pkt)

Dany jest ciąg (a_n) określony dla każdej liczby całkowitej $n \geqslant 1$, w którym dla każdej liczby $n \geqslant 1$ prawdziwe są równości

$$\begin{cases} a_{n+3} = a_n + 3n + \frac{7}{2} \\ a_{n+5} = a_n + 5n + \frac{65}{6}. \end{cases}$$

Wykaż, że ciąg (a_n) jest ciągiem rosnącym.

ZADANIE 15 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{x-2}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}\leqslant 2$.

ZADANIE 16 (5 PKT)

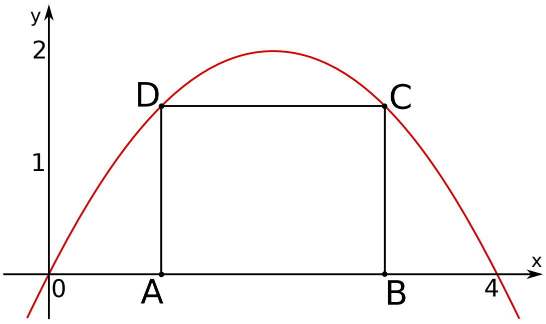
Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie występują co najmniej trzy cyfry nieparzyste.

ZADANIE 17 (5 PKT)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisano sześcian tak, że jego cztery wierzchołki należą do wysokości ścian bocznych ostrosłupa, a pozostałe do płaszczyzny podstawy. Oblicz stosunek objętości ostrosłupa do objętości sześcianu jeżeli kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy α.

ZADANIE 18 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie prostokąty $ABCD$, których dwa wierzchołki A i B leżą na odcinku o końcach $(0,0)$ i $(4,0)$, a dwa pozostałe wierzchołki C i D leżą na paraboli o równaniu $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ (zobacz rysunek).



Oblicz obwód tego z rozpatrywanych prostokątów, którego pole jest największe.