Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

7 marca 2020

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt{5}$ jest równa

A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$

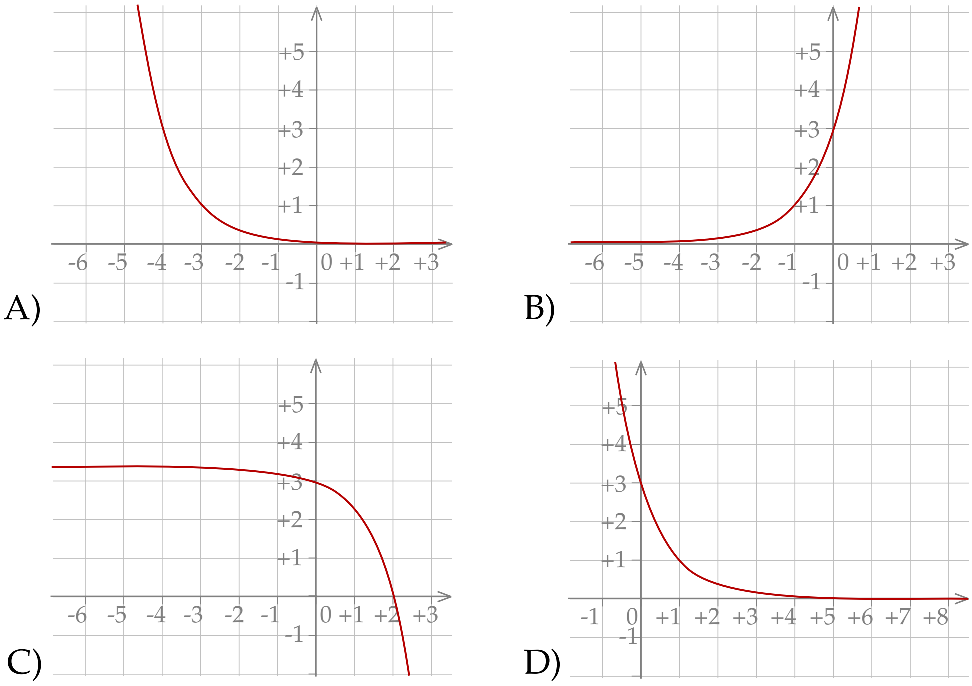
ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba naturalna $n = 5^{15} \cdot 2^{18}$ w zapisie dziesiętnym ma

A) 16 cyfr B) 15 cyfr C) 18 cyfr D) 33 cyfry

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wykres funkcji $f(x) = 3 \cdot 3^{-x}$ przedstawiony jest na rysunku:



ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba dodatnia a jest zapisana w postaci ułamka zwykłego o dodatnim mianowniku. Jeżeli licznik tego ułamka zwiększymy o 25%, a jego mianownik zmniejszymy o 25%, to otrzymamy liczbę b taką, że

A) $b = \frac{5}{3}a$ B) $b = \frac{4}{3}a$ C) $b = \frac{5}{4}a$ D) $b = \frac{3}{2}a$

ZADANIE 5 (1 PKT)
Układ liczb $(x,y,z) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\right)$ jest rozwiązaniem układu równań

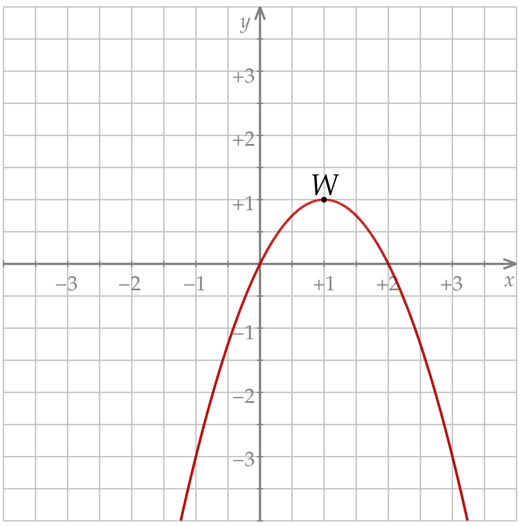
$$\begin{cases} a^2x - 3y + az = 1 \\ -ax + (a^2+2)y - 2z = -1 \\ 6x - (a^3+1)y + 5z = 1, \end{cases}$$

dla
A) $a = 2$ B) $a = \frac{5}{3}$ C) $a = -\frac{4}{3}$ D) $a = -2$

ZADANIE 6 (1 PKT)
Równanie $\frac{(x+2)^2(x-4)^2}{(x+3)^3(x^2-4)^3} = 0$
A) ma cztery różne rozwiązania: $x = -2,\ x = 4,\ x = -3,\ x = 2$.
B) ma trzy różne rozwiązania: $x = -2,\ x = 4,\ x = -3$.
C) ma dwa różne rozwiązania: $x = -2,\ x = 4$.
D) ma jedno rozwiązanie: $x = 4$.

ZADANIE 7 (1 PKT)
Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = m\sqrt{3}(x-1) + 3x$.
Ta funkcja jest malejąca dla każdej liczby m spełniającej warunek
A) $m > -\frac{3}{\sqrt{3}}$ B) $m < -\sqrt{3}$ C) $m > \sqrt{3} - 1$ D) $m < -\frac{\sqrt{3}}{3}$

ZADANIE 8 (1 PKT)
Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej g. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1,1)$.



Zbiorem wartości funkcji $f(x) = g(x-2) - 2$ jest przedział
A) $(-\infty, -1\rangle$ B) $(-\infty, 3\rangle$ C) $(-\infty, -2\rangle$ D) $(-\infty, 1\rangle$

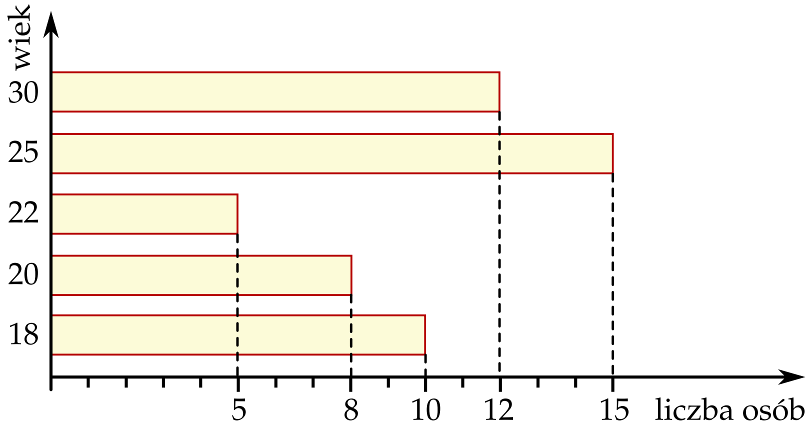
ZADANIE 9 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności $1-5(1-x)\geqslant 2(3x-1)$ jest przedział

A) $\langle -2,+\infty)$ B) $(-\infty,-2\rangle$ C) $(-\infty,-6\rangle$ D) $\langle -6,+\infty)$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Poniższy diagram przedstawia wiek uczestników pewnej wycieczki.



Mediana wieku osób uczestniczących w tej wycieczce jest równa:

A) 21 lat B) 22 lata C) 23,5 lat D) 25 lat

ZADANIE 11 (1 PKT)

Liczba $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3-\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ jest równa

A) $2\sqrt{3}+5\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}+6\sqrt{2}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n\geqslant 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_{11}}{a_5}=\frac{1}{8}$. Iloraz tego ciągu jest równy

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n=\log(2\cdot 0,1^n)$ dla każdej liczby naturalnej $n\geqslant 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

A) $r=-1$ B) $r=\log 2$ C) $r=0,1$ D) $r=1$

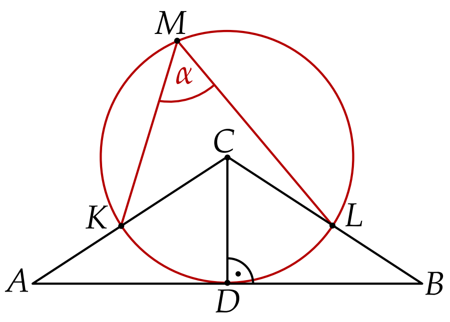
ZADANIE 14 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\sin 46^\circ\cos 44^\circ+\cos 46^\circ\sin 44^\circ$ jest równa

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

ZADANIE 15 (1 PKT)

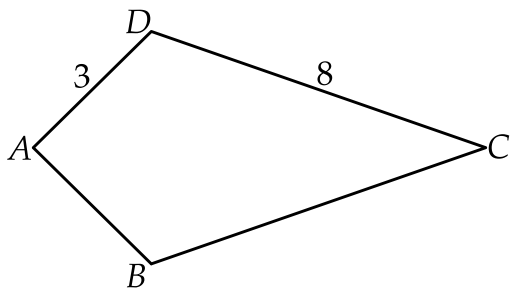
Odcinek CD jest wysokością trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|\measuredangle CBD| = 34^\circ$ (zobacz rysunek). Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB. Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L.



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy
A) 56° B) 60° C) 68° D) 58°

ZADANIE 16 (1 PKT)

Czworokąt $ABCD$ jest deltoidem (zobacz rysunek), w którym $|AD| = 3$, $|DC| = 8$ oraz $|\measuredangle BAD| + |\measuredangle BCD| = 90^\circ$.



Pole tego deltoidu jest równe

A) $12\sqrt{3}$ B) $24\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{2}$ D) $24\sqrt{3}$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Prosta o równaniu $my = mx + y$ nie przecina prostej $x = m$. Zatem
A) $m = -1$ B) $m = 0$ C) $m = 1$ D) $m = -\frac{1}{2}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Suma odległości punktu $A = (3, -2)$ od prostych o równaniach $x = -5$ i $y = 3$ jest równa
A) 5 B) 10 C) 13 D) 8

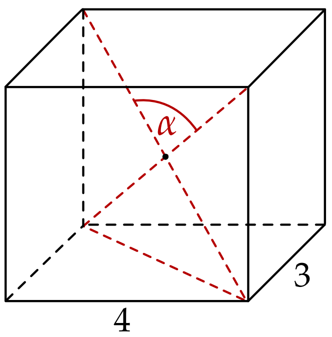
ZADANIE 19 (1 PKT)
Punkty: $A = (12, -8)$, $B = (5, -3)$, $C = (-13, 7)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Wierzchołek D tego równoległoboku ma współrzędne

A) $(4, -4)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ C) $(-6, 2)$ D) $\left(-\frac{11}{2}, \frac{5}{2}\right)$

ZADANIE 20 (1 PKT)
Dane są punkty o współrzędnych $A = (-3, 4)$ oraz $B = (3, -2)$. Średnica okręgu opisanego na kwadracie o boku AB jest równa

A) 12 B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{6}$

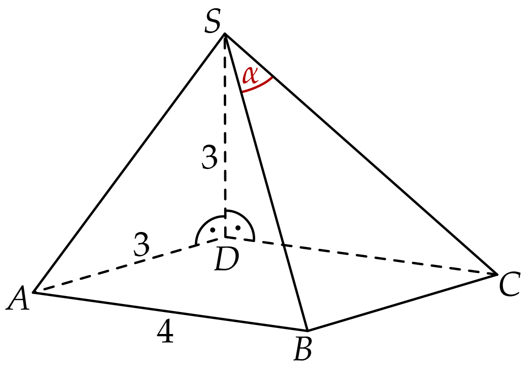
ZADANIE 21 (1 PKT)
Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α, jaki tworzą dwie przekątne tego graniastosłupa, jest równy 60° (zobacz rysunek).



Wysokość graniastosłupa jest równa

A) 10 B) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 22 (1 PKT)
Podstawą ostrosłupa jest prostokąt $ABCD$ o bokach długości: $|AB| = 4$ i $|AD| = 3$. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).



Jeżeli α jest katem pomiędzy krawędziami bocznymi SB i SC, to

A) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ B) $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{34}}{17}$ C) $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ D) $\cos\alpha = \frac{5\sqrt{34}}{34}$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Pole powierzchni całkowitej pewnego stożka jest 4 razy większe od pola powierzchni pewnej kuli. Promień tej kuli jest równy 3 i jest taki sam jak promień podstawy tego stożka. Tworząca tego stożka ma długość równą

A) 42 B) 45 C) 48 D) 52

ZADANIE 24 (1 PKT)

Ile jest nieujemnych liczb całkowitych mniejszych niż 10^8, które są zapisane wyłącznie przy użyciu cyfr 0, 1 i 2?

A) 19683 B) 59049 C) 6561 D) 512

ZADANIE 25 (1 PKT)

Z grupy 72 osób (kobiet i mężczyzn) losujemy jedną osobę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy mężczyznę, jest równe $\frac{2}{3}$. Liczba kobiet w tej grupie jest równa

A) 24 B) 48 C) 36 D) 12

ZADANIE 26 (2 PKT)

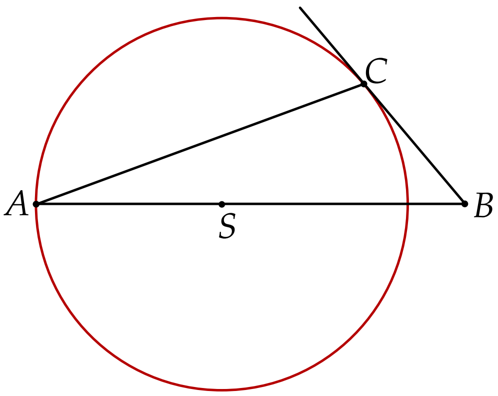
Rozwiąż nierówność $x(6x-5) > 6x-5$.

ZADANIE 27 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $(x^6-27)(x^4-4) = 0$.

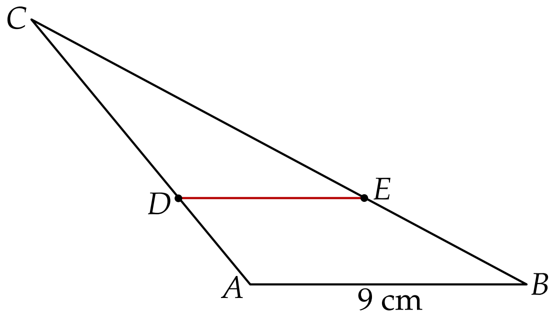
ZADANIE 28 (2 PKT)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r, a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C, a ponadto $|AC| = 2r\cos 20^\circ$. Wykaż, że kąt ABC ma miarę 50°.



ZADANIE 29 (2 PKT)

Na rysunku przedstawiono trójkąt ABC, w którym $|AB| = 9$ cm oraz odcinek DE równoległy do boku AB trójkąta.



Stosunek pola trapezu $ABED$ do pola trójkąta ABC jest równy $\frac{5}{9}$. Oblicz długość odcinka DE.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$2a^2 - 4ab + 5b^2 \geqslant 0.$$

ZADANIE 31 (2 PKT)

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn liczb oczek otrzymanych w trzech rzutach będzie podzielny przez 54.

ZADANIE 32 (4 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Ilorazem tego ciągu jest liczba $q = \sqrt{3}$, a iloczyn 5 początkowych wyrazów tego ciągu: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 jest równy -7776.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Oblicz sumę pierwszych ośmiu wyrazów tego ciągu.

ZADANIE 33 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa jest prostokąt, którego stosunek długości boków wynosi 4:3. Pole podstawy ostrosłupa jest równe 48. Każda krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

ZADANIE 34 (4 PKT)

W okrąg wpisano trapez równoramienny $ABCD$ w ten sposób, że podstawa AB jest średnicą tego okręgu. Ramię trapezu ma długość 10, a jego przekątna jest o 11 dłuższa od promienia okręgu. Oblicz wysokość tego trapezu.