Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

KZiU
WŁOCŁAWEK

KOD **PESEL**

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
2. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
3. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Marzec 2020

Czas pracy:
180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Zadanie 1. (0 – 1 pkt)

Dane jest równanie $\big||x+2|+6\big|=10$. Iloczyn rozwiązań tego równania jest równy

A. -168 **B.** -12 **C.** 216 **D.** 3024

Zadanie 2. (0 – 1 pkt)

Jeśli $\log_3 2 = p$ i $\log_3 7 = q$, to $\log_{28} 27$ jest równy:

A. $\frac{3}{q+2p}$ **B.** $\frac{3}{p^2q}$ **C.** $\frac{2p+q}{3}$ **D** .$\frac{3}{p+q}$

Zadanie 3. (0 – 1 pkt)

Suma kwadratów odwrotności pierwiastków równania $-x^2-2x+4=0$ jest równa

A. $\frac{-1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{3}{4}$

Zadanie 4. (0 – 1 pkt)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $C=(-2;6)$, $\overrightarrow{CB}=[4;-2]$ oraz środek ciężkości $S=(4;-1)$. Współrzędne wierzchołka A są równe

A. $A=(20;-17)$ **B.** $A=(12;-13)$ **C.** $A=(-12;-17)$ **D.** $A=(20;13)$

Zadanie 5. (0 – 2 pkt)

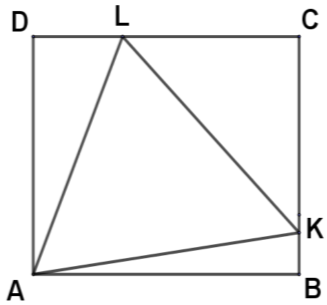
Ze zbioru liczb: $\{1,2,3,4,\ldots,2n\}$, gdzie $n \in N$ i $n > 2$ losujemy kolejno trzy razy po jednej liczbie bez zwracania. Niech A_n oznacza zdarzenie: iloczyn wylosowanych liczb jest liczbą nieparzystą, a $P(A_n)$ prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A_n. Oblicz: $\lim_{n\to\infty} \mathrm{P}(A_n)$. Podaj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0 – 3 pkt)

Przy dzieleniu wielomianu $w(x)$ przez dwumian $(x-1)$ otrzymujemy resztę (-3), przy dzieleniu przez dwumian $(x-2)$ resztę 6, a przy dzieleniu przez dwumian $(x+3)$ resztę 1. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu w(x) przez wielomian $p(x) = x^3 - 7x + 6$.

Zadanie 7. (0 – 3 pkt)

W prostokąt $ABCD$ wpisany jest trójkąt równoboczny $\Delta\, AKL$ (patrz rysunek). Wierzchołek K leży na boku BC ($K \neq B$ i $K \neq C$), wierzchołek L leży na boku DC ($L \neq D$ i $L \neq C$). Udowodnij, że pole powierzchni trójkąta $\Delta\, KLC$ równe jest sumie pól trójkątów $\Delta\, ABK$ i $\Delta\, DLA$.



Zadanie 8. (0 – 3 pkt)

Rozwiąż równanie $\sin 5x + \sin x + 2sin^2 x = 1$ dla $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

Zadanie 9. (0 –4 pkt)

Dla jakiej wartości parametru m dwa różne pierwiastki $x_1,\ x_2$ równania $x^2 - 4(m+1)x + 2m^2 - 2m = 0$ spełniają warunek $x_1 < m < x_2$.

Zadanie 10. (0 –5 pkt)

Przekątna AC czworokąta $ABCD$ tworzy z bokiem BC kąt 60^0, a z bokiem AB kąt β taki, że $sin\beta = \frac{3}{4}$. Promień okręgu opisanego na czworokącie ma długość 5, a bok AD długość $|AD| = 7$. Wiedząc, że w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg oblicz długości pozostałych boków czworokąta oraz długość przekątnej AC.

Zadanie 11. (0 –6 pkt)

O funkcji g wiadomo, że $g(x) + g^2(x) + g^3(x) + \ ... = x$, gdzie lewa strona równania jest sumą szeregu geometrycznego zbieżnego. Dla jakich wartości parametru m równanie $|g(x)| = 2m^2 - m^3$ posiada dwa rozwiązania?

Zadanie 12. (0 – 5 pkt)

Styczne do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$, które są równoległe do prostej o równaniu $3x + y - 1 = 0$, przecinają prostą $k: y = x - 3$ w punktach A i B. Oblicz pole trójkąta ABC, jeśli $C = (4, -7)$.

Zadanie 13. (0 – 5 pkt)

Ostrosłup prawidłowy czworokątny przecięto płaszczyzna przechodzącą przez krawędź podstawy i przecinającą przeciwległe krawędzie boczne w punktach jednakowo odległych od wierzchołka ostrosłupa. Przekrój ten jest trapezem o podstawach długości 12 i 8 . Oblicz pole tego przekroju, jeżeli wysokość ostrosłupa ma długość 18.

.

Zadanie 14. (0 - 3 pkt)

Wiedząc, że $P(A' \cup B') = \frac{4}{7}$ oraz $P(A - B) = \frac{1}{3}$. Wykaż, że $P(\mathrm{B}|\mathrm{A}) < \frac{5}{8}$.

Zadanie 15. (0 – 7 pkt)

Na kole o promieniu 12 cm opisano trójkąt prostokątny. Oblicz długości boków tego trójkąta, którego pole jest najmniejsze.

BRUDNOPIS